

博士学位論文

光学系の光線変換特性に基づく収差論

宇都宮大学大学院工学研究科
システム創成工学専攻

森 健太郎

2022 年 9 月

要旨

本論文は、光学系の光線変換特性に基づく収差論を示したものである。従来、収差論は結像に伴う収差（光線通過点収差）を論じてきた。すなわち、物体結像の収差であれば、像点と理想像点（物点に近軸倍率を掛けたもの）の差を解析対象とし、その特徴や収差係数の計算式を議論してきた。その一方で、収差発生の直接的な原因となる光学系の光線変換特性については十分に議論されておらず、光学系の光線変換特性による収差と、光線通過点収差の関係は明らかにされていなかった。

本論文では、光学系の光線変換特性がもたらす収差を光線基本収差と定義した。光線基本収差は光学面（屈折や反射を作用させる面）における、光線高さと光線傾角の収差に分類されることを明らかにし、光線基本収差係数の計算式を示した。そして、光線通過点収差と光線基本収差の関係式を示し、これらの収差係数は、近軸追跡値を媒介にして互いに関係づけられていることを明らかにした。

光線基本収差を導入した以上の成果は、光学設計の設計方針決定に新たな指標を提供するものである。さらに、本収差解析手法を共軸回転対称光学系の3次収差解析だけでなく、一般光学系の1次、2次、3次収差解析にまで展開した。本収差解析手法は、結像光学系の多様化が進む現代においても、「収差論」を適用した効率的な光学設計を実現可能にする。

目次

要旨	i
第 1 章 序論	1
1.1 結像光学系と収差論の発展	1
1.2 収差論の課題とその解決手段	3
1.3 本論文の内容	4
第 2 章 幾何光学の基礎	7
2.1 反射・屈折の法則	7
2.2 光線追跡	9
2.3 アイコナル方程式	11
2.4 光線方程式	12
第 3 章 収差論	14
3.1 光学系の表現方法	14
3.2 4 元ベクトルによる光線表現	25
3.3 4 元ベクトルによる収差表現：光線基本 4 元収差の導入	42
3.4 テンソルによる収差解析	50
3.5 光学要素による光線基本 4 元ベクトルの変換式	55
3.6 近軸論	61
3.7 色収差論	64
第 4 章 共軸回転対称光学系の 3 次収差解析式	69
4.1 光線基本収差係数の線形変換形式を導出する流れ	69
4.2 光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式	70
4.3 光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式	73
4.4 共軸回転対称光学系の反射・屈折の 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算式	77
4.5 3 次光線通過点収差係数の計算式	78
4.6 3 次光線基本収差係数の線形変換形式	80
第 5 章 Off-Axial 光学系の 1 次収差解析式	86
5.1 光線通過点 4 元収差の 1 次収差展開式と収差係数への変換式	86
5.2 光線基本 4 元収差の 1 次収差展開式と収差係数への変換式	90
5.3 1 次光線通過点収差係数の計算式	94

5.4	1 次光線基本収差係数の線形変換形式	95
第 6 章	Off-Axial 光学系の 2 次収差解析式	97
6.1	光線通過点 4 元収差の 2 次収差展開式と収差係数への変換式	97
6.2	光線基本 4 元収差の 2 次収差展開式と収差係数への変換式	102
6.3	反射・屈折の 2 次テンソル $H_{ij_1j_2}$ の計算式	107
6.4	2 次光線通過点収差係数の計算式	110
6.5	2 次光線基本収差係数の線形変換形式	113
第 7 章	Off-Axial 光学系の 3 次収差解析式	117
7.1	光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式	117
7.2	光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式	125
7.3	反射・屈折の 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算式	135
7.4	3 次光線通過点収差係数の計算式	144
7.5	3 次光線基本収差係数の線形変換形式	154
第 8 章	Off-Axial 光学系の色収差解析式	164
8.1	光線通過点 4 元収差の色収差展開式と色収差係数への変換式	164
8.2	光線基本 4 元収差の色収差展開式と色収差係数への変換式	168
8.3	光線通過点色収差係数の計算式	172
8.4	光線基本色収差係数の線形変換形式	173
第 9 章	数値解析例	175
9.1	共軸回転対称光学系の 3 次収差および色収差解析	175
9.2	Off-Axial 光学系の 1 次, 2 次, 3 次収差解析	213
第 10 章	結論	235
付録 A	反射・屈折による光線基本 4 元ベクトルの変換の解析式	238
A.1	解析式の導出	238
付録 B	収差曲線および収差係数の対応表	245
B.1	物体結像の 1 次収差曲線	245
B.2	収差係数の対応表	249
付録 C	研究業績	253
C.1	学術論文	253
C.2	国際学会発表	253
C.3	国内学会発表	253
参考文献		254
謝辞		257

目次

1.1	Periscope の光路図	1
1.2	薄型化を優先させた屈折光学系の光路図	2
1.3	動作波長の広帯域化を狙った反射光学系の光路図	3
2.1	スネルの法則	8
2.2	光線追跡の様子	9
2.3	光路長が微小変化したときの光線と波面の関係	12
3.1	共軸回転対称光学系の断面図	15
3.2	対称性による光学系の包含関係	16
3.3	Off-Axial 光学系の断面図	16
3.4	相対座標系設定	18
3.5	Off-Axial2 次曲面の a, b, ω の意味	21
3.6	Off-Axial2 次曲面と共軸回転対称系で使われる 2 次曲面の表現法の関係	21
3.7	Off-Axial2 次曲面の面形状表現式の p の意味	22
3.8	入射空間における評価のアジムスと相対アジムス	24
3.9	2 回の反射によって生じた, 基準面のひねりとひねり角 ψ	25
3.10	物体面の光線通過点の成分分解	26
3.11	入射瞳面の光線通過点の成分分解	27
3.12	入射側における, 物体近軸光線・瞳近軸光線と尺度単位の関係	29
3.13	射出側における, 物体近軸光線・瞳近軸光線と尺度単位の関係	31
3.14	入射側の光線基本 4 元ベクトルの成分	34
3.15	光学平面における入射側の光線高さの成分分解	34
3.16	光学平面における入射側の光線傾角の成分分解	35
3.17	射出側の光線基本 4 元ベクトルの成分	37
3.18	光学平面における射出側の光線高さの成分分解	37
3.19	光学平面における射出側の光線傾角の成分分解	38
3.20	評価のアジムス方向における物体結像の収差の成分分解	43
3.21	共役関係の説明図	45
3.22	射出側の光線基本 4 元収差, 光線高さの収差の成分分解	46
3.23	射出側の光線基本 4 元収差, 光線傾角の収差の成分分解	47
3.24	射出側の光線基本 4 元収差と光線通過点 4 元収差の関係	47
3.25	入射側の光線基本 4 元収差, 光線高さの収差の成分分解	48

3.26	入射側の光線基本 4 元収差，光線傾角の収差の成分分解	49
3.27	入射側の光線基本 4 元収差と光線通過点 4 元収差の関係	49
3.28	現光学要素を含む全体の系の表し方	53
3.29	基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の要素	57
3.30	転送の座標変換	60
3.31	ひねりの座標変換	61
9.1	ガウス型レンズの光路図	176
9.2	トリプレットレンズの光路図	190
9.3	高解像度広角レンズの光路図	197
9.4	等倍 2 枚球面鏡系の x-y 断面光路図	213
9.5	等倍 2 枚球面鏡系の中心軸を原点としたときの非点収差図	222
9.6	等倍 2 枚楕円鏡系の x-y 断面光路図	224
9.7	等倍 2 枚楕円鏡系の中心軸を原点としたときの非点収差図	233
9.8	等倍 2 枚球面鏡系の像高ごとのスポットダイアグラム	234
9.9	等倍 2 枚楕円鏡系の像高ごとのスポットダイアグラム	234
A.1	一般光線の物体面と入射瞳面の光線通過点の関係	240
A.2	一般光線の像面と射出瞳面の光線通過点の関係	242
B.1	理想結像の収差曲線	246
B.2	デフォーカスの収差曲線	247
B.3	軸上非点 (0-90°) の収差曲線	247
B.4	軸上非点 (45-135°) の収差曲線	248
B.5	ねじれ光束の収差曲線	248
B.6	歪曲収差係数の収差曲線	249

表目次

4.1	従来の物体結像の 3 次収差係数記法との対応表	71
9.1	ガウス型レンズの RDNA データと近軸量	176
9.2	ガウス型レンズの光線傾角の 3 次収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	177
9.3	ガウス型レンズの光線高さの 3 次収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	177
9.4	ガウス型レンズの 1 次光線基本色収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	178
9.5	ガウス型レンズの近軸追跡値. 物体位置を無限遠に設定した場合	179
9.6	ガウス型レンズの近軸追跡値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合	180
9.7	ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合	181
9.8	ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合	181
9.9	ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合	182
9.10	ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合	182
9.11	ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合	183
9.12	ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合	183
9.13	ガウス型レンズの光線傾角の 3 次収差係数. 面固有値	184
9.14	ガウス型レンズの光線高さの 3 次収差係数. 面固有値	184
9.15	ガウス型レンズの 1 次光線基本色収差係数. 面固有値	185
9.16	ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合	186
9.17	ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合	186
9.18	ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合	187

9.19	ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合	187
9.20	ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合	188
9.21	ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の面固有値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合	188
9.22	トリプレットレンズの RDNA データと近軸量	190
9.23	トリプレットレンズの光線傾角の 3 次収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	191
9.24	トリプレットレンズの光線高さの 3 次収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	191
9.25	トリプレットレンズの 1 次光線基本色収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	192
9.26	トリプレットレンズの近軸追跡値. 物体位置を無限遠に設定した場合	192
9.27	トリプレットレンズの物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合	193
9.28	トリプレットレンズの瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合	193
9.29	トリプレットレンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合	193
9.30	トリプレットレンズの光線傾角の 3 次収差係数. 面固有値	194
9.31	トリプレットレンズの光線高さの 3 次収差係数. 面固有値	194
9.32	トリプレットレンズの 1 次光線基本色収差係数. 面固有値	194
9.33	トリプレットレンズの物体結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合	195
9.34	トリプレットレンズの瞳結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合	195
9.35	トリプレットレンズの 1 次光線通過点色収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合	196
9.36	高解像度広角レンズの RDNA データと近軸量	198
9.37	高解像度広角レンズの光線傾角の 3 次収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	199
9.38	高解像度広角レンズの光線高さの 3 次収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	200
9.39	高解像度広角レンズの 1 次光線基本色収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	201
9.40	高解像度広角レンズの近軸追跡値. 物体位置を無限遠に設定した場合	202
9.41	高解像度広角レンズの近軸追跡値の続き. 物体位置を無限遠に設定した場合	203
9.42	高解像度広角レンズの物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合	204

9.43	高解像度広角レンズの瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値、物体位置を無限遠に設定した場合	205
9.44	高解像度広角レンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値、物体位置を無限遠に設定した場合	206
9.45	高解像度広角レンズの光線傾角の 3 次収差係数、面固有値	207
9.46	高解像度広角レンズの光線高さの 3 次収差係数、面固有値	208
9.47	高解像度広角レンズの 1 次光線基本色収差係数、面固有値	209
9.48	高解像度広角レンズの物体結像の 3 次収差係数の面固有値、物体位置を無限遠に設定した場合	210
9.49	高解像度広角レンズの瞳結像の 3 次収差係数の面固有値、物体位置を無限遠に設定した場合	211
9.50	高解像度広角レンズの 1 次光線通過点色収差係数の面固有値、物体位置を無限遠に設定した場合	212
9.51	等倍 2 枚球面鏡系の RDNA データと近軸量	214
9.52	等倍 2 枚球面鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	215
9.53	等倍 2 枚球面鏡系の軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	215
9.54	等倍 2 枚球面鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	215
9.55	等倍 2 枚球面鏡系の $2A_{zm} + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	215
9.56	等倍 2 枚球面鏡系の $2A_{zm} + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	216
9.57	等倍 2 枚球面鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	216
9.58	等倍 2 枚球面鏡系の $A_{zm} + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	216
9.59	等倍 2 枚球面鏡系の $3A_{zm} + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	217
9.60	等倍 2 枚球面鏡系の $3A_{zm} + 4\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	217
9.61	等倍 2 枚球面鏡系の近軸追跡値	218
9.62	等倍 2 枚球面鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線通過点収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	218
9.63	等倍 2 枚球面鏡系の軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線通過点収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	219
9.64	等倍 2 枚球面鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	219
9.65	等倍 2 枚球面鏡系の $2A_{zm} + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数、第 1 光学面から最終光学面までの累積値	219

9.66	等倍 2 枚球面鏡系の $2A_{zm} + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	219
9.67	等倍 2 枚球面鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	220
9.68	等倍 2 枚球面鏡系の $A_{zm} + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	220
9.69	等倍 2 枚球面鏡系の $3A_{zm} + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	221
9.70	等倍 2 枚球面鏡系の $3A_{zm} + 4\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	221
9.71	等倍 2 枚楕円鏡系の RDNA データと近軸量	224
9.72	等倍 2 枚楕円鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	225
9.73	等倍 2 枚楕円鏡系の軸上非点 ($0-90^\circ$) とアナモフィック倍率 ($0-90^\circ$) の 1 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	225
9.74	等倍 2 枚楕円鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	225
9.75	等倍 2 枚楕円鏡系の $2A_{zm} + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	226
9.76	等倍 2 枚楕円鏡系の $2A_{zm} + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	226
9.77	等倍 2 枚楕円鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	226
9.78	等倍 2 枚楕円鏡系の $A_{zm} + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	227
9.79	等倍 2 枚楕円鏡系の $3A_{zm} + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	227
9.80	等倍 2 枚楕円鏡系の $3A_{zm} + 4\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	228
9.81	等倍 2 枚楕円鏡系の近軸追跡値	228
9.82	等倍 2 枚楕円鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	229
9.83	等倍 2 枚楕円鏡系の軸上非点 ($0-90^\circ$) とアナモフィック倍率 ($0-90^\circ$) の 1 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	229
9.84	等倍 2 枚楕円鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	229
9.85	等倍 2 枚楕円鏡系の $2A_{zm} + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	230
9.86	等倍 2 枚楕円鏡系の $2A_{zm} + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	230

9.87	等倍 2 枚楕円鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	230
9.88	等倍 2 枚楕円鏡系の $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	231
9.89	等倍 2 枚楕円鏡系の $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	231
9.90	等倍 2 枚楕円鏡系の $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値	232
B.1	物体結像の 1 次収差係数の記法の対応表	250
B.2	物体結像の 2 次収差係数の記法の対応表	250
B.3	物体結像の 3 次収差係数の記法の対応表	251
B.4	物体結像の 3 次収差係数の記法の対応表 2	252

第 1 章

序論

1.1 結像光学系と収差論の発展

1812 年，結像性能を考慮に入れて構成された最初の結像光学系である Periscope が W.H.Wollaston により発明された．この発明は，それぞれの時代における結像光学系への要請と周辺技術の進歩に応じて，現在まで連綿と発展し続けてきた光学設計技術および光学技術開発の始まりを告げるものであった．さらに，光学設計の基盤となる「近軸論」と「収差論」の必要性を大いに認識させる出来事でもあった．Periscope の光路図を図 1.1 に示す．

近軸光線追跡に基づく近軸論は，1840 年に K.F.Gauss によって確立された．これにより，光学系に固有の 3 つの主要点（焦点，主点，節点）が明らかになるとともに，収差のない理想結像状態を設定することが可能になった．3 次の収差論は 1856 年に L.Seidel により確立された．これにより，共軸回転対称光学系における 3 次収差として，球面収差・コマ収差・非点収差・像面湾曲・歪曲収差の 5 種類の収差の存在が明らかになった．

収差論の観点で概括した次の大きな発展は，3 次と 5 次の収差論の実用化である．5 次の収差論は 1939 年に M.Herzberger によって，点アイコナールの展開係数が既知との前提のもとに論じられた [1]．この報告は，収差係数の相互関係や種々の条件変化に対する収差係数の変換公式を含んでいる点で優れているが，点アイコナールの展開係数が既知であることを前提としているために，実際の光学系の収差係数を計算する公式が無く，実用には結びつかなかった．1951 年に J.Focke は

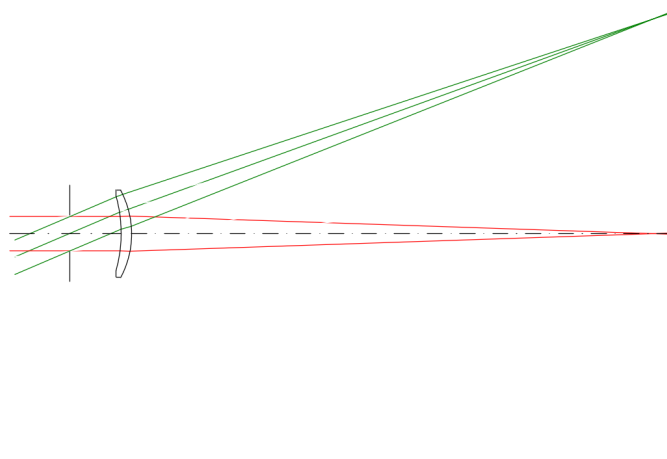


Fig. 1.1 Periscope の光路図

この課題を克服して、光学系の構成要素から収差係数を計算する公式を導出した [2,3]. 1959 年に Y.Matsui はこの収差係数計算公式に、収差係数の適切な正規化の処理を加えることで、より実用価値の高い 3 次と 5 次の収差係数の計算公式としてまとめ上げた [4-8]. また、当時のズームレンズの需要の高まりを受けて、この収差係数の計算公式に固有係数の概念を適用したズームレンズの設計法が 1964 年に K.Yamaji によって確立された [9].

1950 年代から 1960 年代は、光線追跡が電子計算機により計算されるようになった時代だった。電子計算機による光線追跡の高速化を背景に、減衰最小二乗法による収差補正の最適化が 1959 年に C.G.Wynne により試みられた [10,11]. 減衰最小二乗法は、現代では Levenberg-Marquardt 法と一般に広く知られている。1960 年代以降には、フーリエ結像論や反射防止膜、レーザー光源を用いた波面計測、非球面の創成、デジタル画像処理による点像回復など、結像光学系にとって重要な光学技術の発展が多数あった。しかしながら設計技術の観点から大局的に見れば、現在の結像光学系は、上記の近軸論と収差論による収差解析と、光線追跡の高速化に支えられた最適化による収差補正を両輪として発展してきたといえる。

近年では、電子計算機による光線追跡の大幅な高速化と、それに伴う最適化技術の発展が顕著である。また、イメージング用途の拡大を受けて、結像光学系に求められる仕様が多様化している。多様化の例として、従来の設計常識に捉われずに薄型化を優先させた光学系 [12] や動作波長の広帯域化を狙った反射光学系 [13], デジタル画像処理を前提として故意に収差を残存させた結像光学系などが挙げられる。これらの結像光学系のなかには、回転非対称な反射面や屈折面を有する系や、回転対称面ではあるものの変曲点を複数持ち、球面とはかけ離れた屈折面を有する系がある。基準軸の周りに回転対称性の無い光学系に対して、従来の回転対称性を前提に構築された近軸論と収差論を適用することはできない。また、回転対称性を持っていたとしても、球面からかけ離れた非球面を有する光学系には、その適用範囲が制限される課題がある。その場合、収差解析したい領域に対して基準軸を再設定する必要がある。その基準軸には回転対称性が無いことが通常である。薄型化を優先させた系の光路図と動作波長の広帯域化を狙った反射光学系の光路図を図 1.2 と図 1.3 に示す。

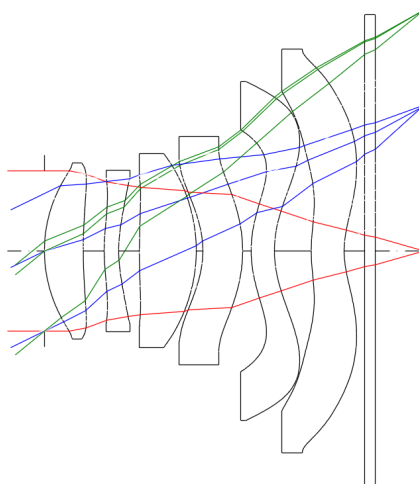


Fig. 1.2 薄型化を優先させた屈折光学系の光路図

このような光学系に対して、その構成要素から収差係数を計算可能な実用的な収差論の体系が整備されていないことが問題である。その場合、結像光学系の設計は収差論に基づいた見通しを得な

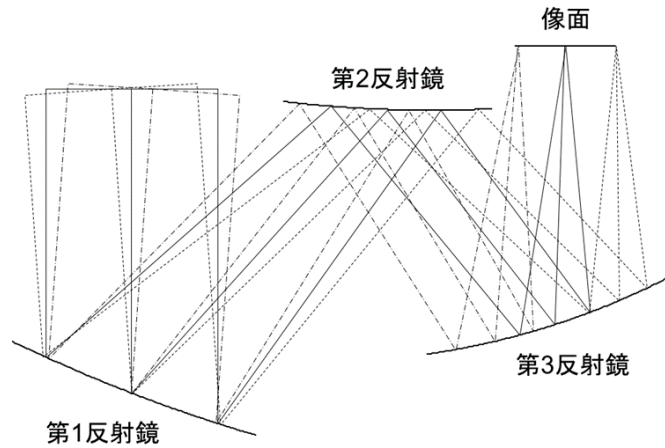


Fig. 1.3 動作波長の広帯域化を狙った反射光学系の光路図

いまま、最適化を使った試行錯誤に頼った設計となる。そのような設計法では、本質的な課題が明確にならないばかりか、原理的に不可能な仕様の達成にむけて最適化を繰り返す危険性がある。今後の結像光学系の発展のためには、収差論による理論的な基盤を持ちながら、適切な発展の方向性を周辺技術の進歩と調和させて選択していくことが重要になるだろう。

1.2 収差論の課題とその解決手段

この問題に対して K.Araki(2002) は、基準軸の周りに回転対称性をなくした光学系を「Off-Axial 光学系」と定義し、共軸回転対称光学系の拡張系としてその表現方法を提示した [14]。そして、光線の表現形式として光線通過点 4 元ベクトルと光線基本 4 元ベクトルを導入し、これら 2 種類のベクトルにテンソル解析を適用することで、Off-Axial 光学系に対しても簡潔な表現で近軸論と収差論を構築できることを指摘した。また、一般化された基準軸に沿ったベキ級数展開により、1936 年に M.Herzberger によって示唆されていた 4 行 4 列のガウス行列 [15] を導出可能であることを示し、Y.Matsui 以来受け継がれてきた収差論体系との接続を配慮しつつ、それを用いた近軸論を示した。続いて、T.Wakazono et al. (2016) は Off-Axial 光学系が発生させる物体結像の収差の性質を 1 次、2 次、3 次収差について示した [16]。収差を評価するアジムスと分離して物体結像の収差係数を定義することにより、回転対称性の欠如に伴い複雑化した収差係数の扱いを簡易化する方法を提示し、その収差係数による収差曲線を示した。また、光学系の持つ対称性の観点から、発生および消失する収差係数の分類を示した。本論文はこれらの研究成果に立脚して収差論の解析体系を整備するとともに、収差解析を収差発生要因を理解しやすい形式に拡張し、その結果得られた収差係数の計算式を用いた解析例を示すことを目指すものである。

上述した Off-Axial 光学系の収差解析の研究により収差係数を算出する下地ができている。しかしながら、これらの研究は具体的な収差係数計算式まで示されておらず、実際の光学系に対する収差係数を用いた解析例は十分には示されていなかった。また、収差解析により光学設計の見通しを得るためには、収差発生要因を、光学系の光線変換特性を表わす光学系固有量としての収差と近軸追跡の入射条件に分離することが有効だと考えられるが、この観点による収差解析は未着手の問題として取り残されていた。これらの問題を解決するために、本論文ではこれまで主に議論されてきた結像特性と直結した量である光線通過点 4 元ベクトルの展開係数ではなく、収差発生の原因とな

る光学系の光線変換特性を表わす光学系固有量と直結した光線基本 4 元ベクトルの展開係数に着目して研究を行った。光線基本 4 元ベクトルの展開係数に着目することで、光線基本 4 元ベクトルで定義される広義の収差も考慮に入れた収差論を「光学系の光線変換特性に基づく収差論」と呼ぶことにする。

収差論では光線を主な解析対象としているが、波面を主な解析対象とした波面収差論を Off-Axial 光学系へと拡張する試みも取り組まれている [17]。1950 年に H.H.Hopkins により提唱された波面収差論 [18] に、偏心項を入れることで Off-Axial 光学系の解析への拡張を行っている [19–21]。光線を解析対象とすることは、ザイデル収差の自然な拡張として収差を議論でき、光学設計との親和性が高い利点を有している。ただし、これらの理論は根本的には互いに関係しており、将来的には統一され、用途に合わせて光線と波面の取り扱いを選択することが重要になるだろう。

1.3 本論文の内容

本論文は大きく分けて以下の三つの問題に取り組んでいる。一つ目は共軸回転対称光学系の 3 次収差解析式を、光学系の光線変換特性に基づく収差論により再構築する問題、二つ目は Off-Axial 光学系の 1 次、2 次、3 次収差係数及び色収差係数の具体的な収差係数計算式を、光学系の光線変換特性に基づく収差論の観点を含めた形式で示す問題、そして三つ目は、本解析手法で計算した収差係数を用いて、実際の光学系の収差特性を把握可能なことを示す問題である。

共軸回転対称光学系の物体結像の 3 次収差係数はザイデル収差係数としてよく知られており、前述のように実際の設計でも頻繁に用いられている。この 3 次収差係数は、Off-Axial 光学系の収差論でいえば、光線通過点 4 元ベクトルの 3 次の展開係数を用いて記述されるものである。また、光学系に固有の 3 つの主要点（焦点、主点、節点）をガウス行列から計算し、さらに物体位置と瞳位置の情報を与えることで近軸結像を決定することも頻繁に用いられている。このガウス行列は光線基本 4 元ベクトルの 1 次の展開係数である。その一方で、3 次収差係数と同列で解析されるべき光線基本 4 元ベクトルの 3 次の展開係数は収差解析に利用されてこなかった。光線基本 4 元ベクトルの 3 次の展開係数を用いて、光学系の光線変換特性としての光学系固有の収差を表す 3 次光線基本収差係数を導入できれば、その収差係数は近軸追跡値を媒介にしてザイデル収差係数と結びついていると予想され、ザイデル収差係数の発生要因を、光学系の光線変換特性という光学系固有の収差と物体位置と瞳位置を表す近軸追跡値に分離した収差解析が可能になると考えられる。この考察のもとで解析体系の拡張を試みた。その結果、光学系固有の収差を表す「光線基本収差」は、共役関係を決定する理想的な「光線高さ」と「光線傾角」からの収差として導入すると、物体・瞳結像の収差との対応関係を明確にした定式化が可能であることが明らかになった。そして、3 次の光線基本収差係数の計算式を提示するとともに、その従属関係を明らかにした。さらに、近軸追跡値で構成した行列と光線基本収差係数で構成したベクトルの線形変換でザイデル収差係数を算出できることを示し、ザイデル収差係数の発生要因を、光線基本収差と近軸追跡値に分離した収差解析が可能であることを示した。この収差解析法を光線基本収差係数の線形変換形式と呼ぶことにする。

近年の結像光学系の多様化と最適化技術の発展により、Off-Axial 光学系の収差解析が求められている。しかし、Off-Axial 光学系の具体的な収差係数計算法は示されておらず、光線基本 4 元ベクトルの展開係数に着目した収差解析もなされていないことは前述した通りである。本論文では、共軸回転対称系の収差解析に光学系の光線変換特性に基づく収差論の観点を取り入れて得られた知見を活用しつつ、光線基本収差係数を用いた収差解析の適用範囲を Off-Axial 光学系まで拡張する

ことに取り組んだ。その結果、Off-Axial 光学系の 1 次, 2 次, 3 次及び色収差の解析方法を具体的な収差係数計算式とともに示すことができた。具体的な収差解析法を提示するにあたり, これまで主に議論されてきた物体結像の収差だけでなく, 瞳結像の収差に対しても 1 次, 2 次, 3 次及び色収差の収差展開式とその収差係数の計算式を明示的に示した。Off-Axial 光学系では, 共軸回転対称光学系のように物体結像の収差と瞳結像の収差を分離して考えることはできず, 互いに関わり合いながら収差を発生させるためである。同様に, 光線基本収差に対して, 光線高さの収差と光線傾角の収差について 1 次, 2 次, 3 次及び色収差の収差展開式とその収差係数の計算式を示した。そして, 物体結像と瞳結像の収差係数と光線通過点 4 元ベクトルの展開係数の関係を明らかにするとともに, 光線高さと光線傾角の収差係数と光線基本 4 元ベクトルの展開係数の関係を明らかにした。さらに, 収差係数の表記はこれまで統一的な表記が無かったが, 収差係数のアジムス依存性が明示的にわかる表記に統一した。このように表記した収差係数を, 光線基本収差係数の線形変換形式に整理することで, 光学系の持つ対称性と発生する収差係数の分類を容易にした。これらの結果は収差係数の数が多くなるために複雑化する Off-Axial 光学系の収差解析を, 収差発生要因の理解を容易にしつつ, 設計見通しを得られやすくするものである。

これまで, Off-Axial 光学系の収差係数計算式を実際の光学系に対して適用できるように導出し, 光学系の光線変換特性に基づく収差論の観点から拡張してきた。しかしながら, 実際に光学系を設計する立場に立てば, 光学系を設計するために重要なことはその解析方法を習得するだけでなく, その解析方法の使い方や数値解析例を知ることである。そこで本論文では, 1973 年に A. Offner が発明したことに始まり, フラットパネルディスプレイを製造するための露光光学系の基本構成として使用されている等倍 2 枚球面鏡系の収差解析を行った。等倍 2 枚球面鏡系は基準軸の設定により, 最も基本的な Off-Axial 光学系と捉えることができ, またその収差特性が良く知られているため解析例に適した系である。解析の結果, 軸上非点収差が完全に補正されるという等倍 2 枚球面鏡系の収差特性を, 軸上非点収差係数が 0 になることで示すことができた。また, 中心軸外の特定像点に対して, サジタル像面湾曲が発生しないものの, メリジオナル像面の傾きは発生する, つまり 2 次の像面収差係数は値を持つことを 2 次収差係数で示した。これは本論文で示した収差解析法が実際の光学系の収差解析に適用できることを示す結果である。また, この解析を行う中で, 等倍 2 枚球面鏡系のように良像範囲が円弧ではなく, 結像光学系として適した円状になる等倍 2 枚楕円鏡系を見出した。そして, その光学系は 2 次の像面収差も発生させないことを収差係数で確認し, 本収差解析法の有効性を確認した。

本論文の内容を箇条書きにすると以下ようになる。

- 第 1 章は, 本研究の背景と課題解決のための手段を示した。
- 第 2 章は, 結像光学系設計で用いる幾何光学の基礎的理論を示した。
- 第 3 章は, 本論文で構築した収差論の詳細を示した。光学系の光線変換特性に基づく収差論の特徴である, 光線基本 4 元ベクトルを用いて定義される光線基本 4 元収差を導入し, 光線通過点 4 元収差と光線基本 4 元収差の関係式を明らかにし, 光線基本 4 元収差の物理的意味を解明した。
- 第 4 章は, 共軸回転対称光学系の 3 次収差解析式を示した。第 3 章で求めた光線通過点 4 元収差と光線基本 4 元収差の関係式を使って, 共軸回転対称光学系の光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式を導出し, 共軸回転対称光学系の 3 次光線基本収差係数の線形変換形式を導出した。これは, ザイデル収差係数の発生要因を光線基本収差係数と近

軸追跡入射条件に分離できることを意味する。

- 第 5 章は，Off-Axial 光学系の 1 次収差展開式と収差係数への変換式を導出した．1 次光線基本収差係数の線形変換形式を導出し，16 種類の 1 次収差係数が，アジマス依存性に応じて 4 種のグループに分類されることを明らかにした．
- 第 6 章から第 8 章は，それぞれ，Off-Axial 光学系の 2 次収差解析式，3 次収差解析式，色収差解析式を示した．
- 第 9 章は，これまでに導出した収差係数計算式と光線基本収差係数の線形変換形式を用いて，共軸回転対称光学系の 3 次収差係数と 1 次色収差係数の数値解析例を示し，導出したザイデル収差係数値が，従来の計算式で算出したザイデル収差係数値と一致することを示した．
- 第 10 章は，本論文のまとめと結論を記述した．

第 2 章

幾何光学の基礎

幾何光学の基礎的事項を簡単にまとめる．大部分の光学系は，屈折率が場所によって変化しない光学材料と反射面を想定して設計される．そのような光学系の光線追跡は，反射・屈折の法則を用いれば十分である．屈折率が場所によって変化する場合，光線方程式を用いる必要がある．基本的には，反射・屈折の法則を知っていれば大部分の光学系の光線追跡が可能であるが，幾何光学の基礎づけには波面に基づく方法もある．ハミルトン光学や波面光学と呼ばれる取り扱いである．これは，フェルマーの原理，アイコナール方程式に基づいており，収差論とも密接に関係している．この章ではこれらの基礎的事項を簡単にまとめる．

2.1 反射・屈折の法則

屈折率が一樣な光学材料を組み合わせた光学系では，光線は以下の反射・屈折の法則に従う．

1. 光線は屈折率が一樣な媒質を直進する．
2. 屈折率の異なる媒質の境界で，光線は反射あるいは屈折する．
 - (a) 入射光線と境界面の法線がなす平面を入射面という．
 - (b) 入射光線，反射光線，屈折光線は入射面内に含まれる．
 - (c) 屈折について，スネルの法則

$$N' \sin \theta' - N \sin \theta = 0 \quad (2.1)$$

が成り立つ．ここで， N, N' は入射空間，射出空間の屈折率であり， θ, θ' は面法線から測った入射角と屈折角である．スネルの法則を図 2.1 に示す．

- (d) 反射について，反射の法則

$$\theta' = -\theta \quad (2.2)$$

が成り立つ．反射の法則は形式的に $N' = -N$ とすることでスネルの法則に含めることができる．ただしこの方法を使う場合，反射後の光線ベクトルの符号が，実際に進む光線ベクトルの符号と反転することに注意が必要である．これを回避するために，反射後は長さの符号を反転させる必要がある．あるいは，反射の法則は $N' = N, \theta' = \pi - \theta$ としてスネルの法則に含めることができる．しかし単純にこの方法を採用するだけでは，反射によって右手系と左手系の座標変換を考える必要が生じて複雑になるので，光学設計では $N' = -N$ として，光線ベクトルの符号を反転させる手法が一般的に広く使われている．

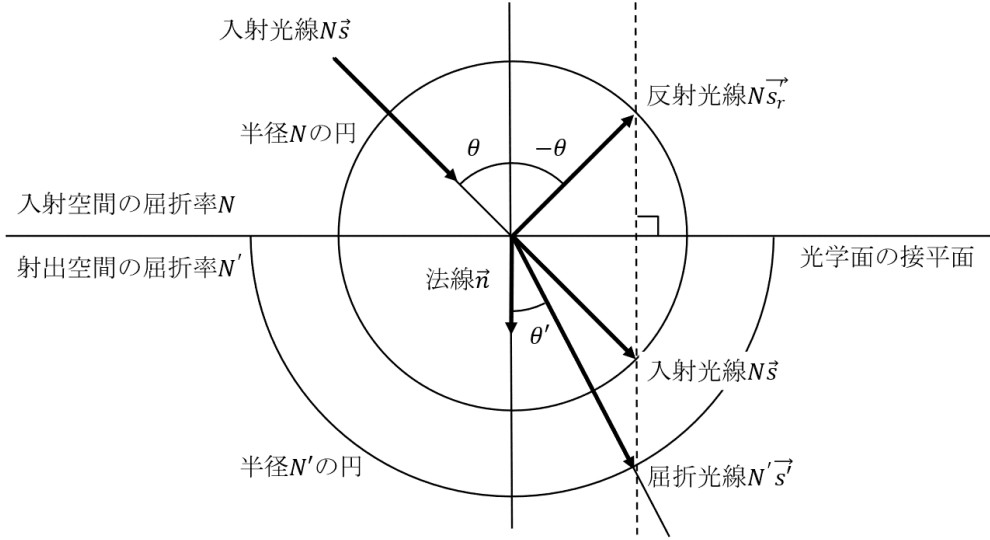


Fig. 2.1 スネルの法則

入射光線方向を表す単位ベクトルを \vec{s} ，射出光線方向を表す単位ベクトルを \vec{s}' ，面法線方向を表す単位ベクトルを \vec{n} とする．このとき，ベクトルの外積を用いて，スネルの法則のベクトル表示を得る．

$$(N'\vec{s}' - N\vec{s}) \times \vec{n} = 0 \quad (2.3)$$

光線方向を表す単位ベクトル \vec{s} に屈折率 N を掛けたベクトル $N\vec{s}$ は，光線ベクトルあるいは屈折率ベクトルと呼ばれている．

スネルの法則には様々な証明法が知られている．例えば，平面波の位相が屈折の境界面で連続になるという条件でスネルの法則を導出できる．一方で，回折など境界面で位相の不連続な変化を生じさせる現象がある．この場合，スネルの法則は以下のように拡張される [22,23]．

$$N' \sin \theta' - N \sin \theta = |\nabla \Psi| \quad (2.4)$$

拡張されたスネルの法則のベクトル表示は以下のようにかける．

$$(N'\vec{s}' - N\vec{s}) \times \vec{n} = \nabla \Psi \times \vec{n} \quad (2.5)$$

ここで Ψ は光路差関数である．位相関数 Φ と光路差関数 Ψ は以下の関係がある．

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Psi \quad (2.6)$$

λ は考慮している光路差関数に対応する波長である．

回折面を扱う場合，設計波長 λ_0 の 1 次回折光の光路差関数を Ψ_0 とすれば，計算波長 λ の m 次回折光の光路差関数 Ψ は以下のように求められる．

$$\Psi = m \frac{\lambda}{\lambda_0} \Psi_0 \quad (2.7)$$

これを式 (2.4) と式 (2.5) に代入すれば，回折拡張されたスネルの法則が得られる．

$$N' \sin \theta' - N \sin \theta = m \frac{\lambda}{\lambda_0} |\nabla \Psi_0| = m \frac{\lambda}{P} \quad (2.8)$$

$$(N'\vec{s}' - N\vec{s}) \times \vec{n} = m \frac{\lambda}{\lambda_0} \nabla \Psi_0 \times \vec{n} \quad (2.9)$$

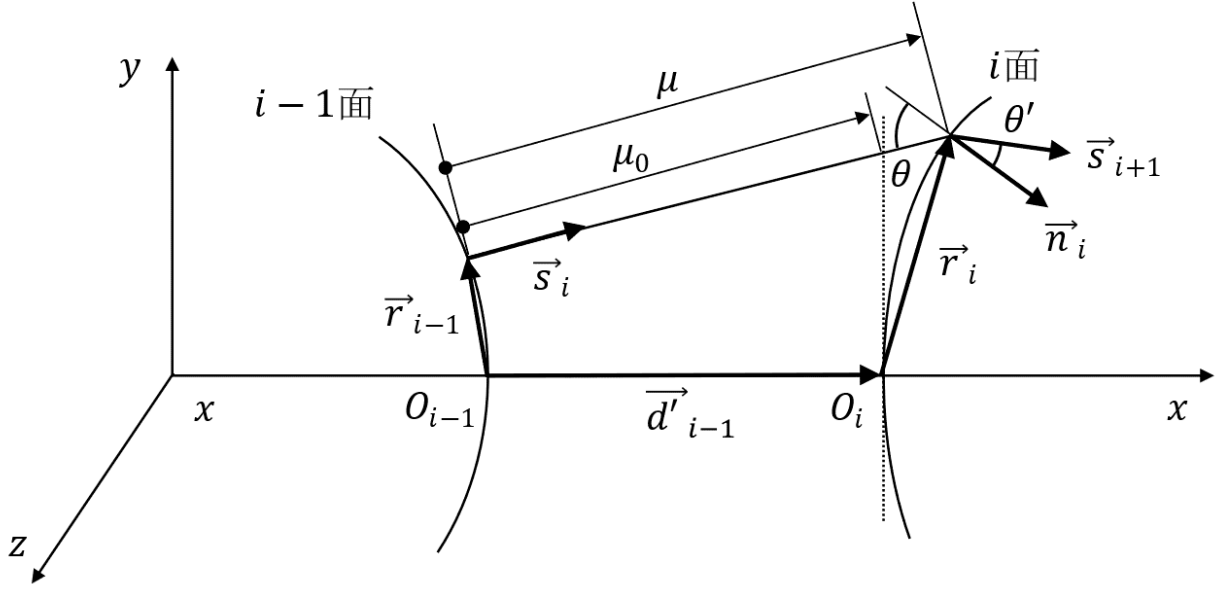


Fig. 2.2 光線追跡の様子

ここで P は格子ピッチである．

本論文は光学面として反射面と屈折面を取り扱うので式 (2.3) を主に用いる．回折面まで拡張するときは式 (2.9) を扱えばよい [22, 24]．

2.2 光線追跡

光線追跡を簡単にまとめる．光線追跡は前光学面 ($i-1$ 面) の光線通過点 \vec{r}_{i-1} と光線方向 \vec{s}_i を既知として，現光学面 (i 面) の光線通過点 \vec{r}_i と光線方向 \vec{s}_{i+1} を求めていく手続きである．図 2.2 に光線追跡の様子を示す．

光線追跡は転送計算と屈折計算の 2 つのステップからなる．

1. 前光学面の光線通過点 \vec{r}_{i-1} と光線方向 \vec{s}_i から，現光学面の光線通過点 \vec{r}_i を求める転送計算
2. 現光学面の光線通過点 \vec{r}_i において，式 (2.3) のスネルの法則のベクトル表示を用いて，光線方向 \vec{s}_{i+1} を求める屈折計算

2.2.1 転送計算

はじめに転送計算を示す．現光学面が球面である場合，光線通過点 \vec{r}_i は解析的に求められることが知られている．現光学面が非球面である場合，基本的には以下の反復計算の考え方で光線通過点 \vec{r}_i を数値的に求められることが知られている [25, 26]．

1. 非球面との乖離が大きくなりすぎないような参照球面を仮定し，参照球面の光線通過点を求める
2. 参照球面の光線通過点の Y 軸と Z 軸座標値における非球面座標値を算出し，その位置での非球面の接平面を求める
3. 非球面の接平面と入射光線の交点を求め，交点における非球面 X 座標値と交点の X 座標値

の差を求める

4. 交点における非球面 X 座標値と交点の X 座標値の差が十分 0 に近ければ、その位置を光線通過点 \vec{r}_i とする。収束不十分であれば、上記 3. に戻り再計算する。

現光学面が非球面である場合の転送計算は、図 2.2 から以下のように考えても理解しやすい。図 2.2 から以下のベクトル式が成り立つ。

$$\vec{r}_{i-1} + \mu \vec{s}_i = \vec{d}_{i-1} + \vec{r}_i \quad (2.10)$$

光線通過点 \vec{r}_i の成分は、

$$\vec{r}_i = \begin{pmatrix} f(Y, Z) \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

とかけるので、式 (2.10) の未知数は Y, Z, μ の 3 つである。3 つの未知数に対して、方程式が 3 つあるので、反復計算により \vec{r}_i を求めることができる。はじめに、 $f(Y, Z) = 0$ として、そのときの μ_0 を求め、 μ_0 の場合の Y_0, Z_0 を計算する。次に、 $f(Y_0, Z_0)$ として、そのときの μ_1 を求め、 μ_1 の場合の Y_1, Z_1 を計算する。この手続きを $f(Y_k, Z_k) - f(Y_{k-1}, Z_{k-1})$ が十分 0 に近づくまで反復し、十分 0 に近づいた $f(Y_k, Z_k), Y_k, Z_k$ を光線通過点 \vec{r}_i とする。

2.2.2 屈折計算

次に屈折計算を示す。式 (2.3) のスネルの法則のベクトル表示は、未定のスカラー量 Γ を導入すれば外積を使わずに以下のようにかける。

$$N' \vec{s}' = N \vec{s} + \Gamma \vec{n} \quad (2.12)$$

左辺を求めるには、単位面法線ベクトル \vec{n} と未定のスカラー量 Γ を求める必要がある。転送計算で求めた光線通過点 \vec{r}_i における単位面法線ベクトル \vec{n} は、以下の式で計算できる。

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{\partial f}{\partial Y} \\ -\frac{\partial f}{\partial Z} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

スカラー量 Γ は式 (2.12) の両辺に \vec{n} との内積をとれば以下のように計算できる。

$$\Gamma = N' \cos \theta' - N \cos \theta = N' \sqrt{1 - \left(\frac{N}{N'} \sin \theta\right)^2} - N \cos \theta \quad (2.14)$$

ここで θ, θ' は図 2.2 に示した光線入射角と射出角である。式 (2.14) の $1 - \left(\frac{N}{N'} \sin \theta\right)^2$ が負になるときは全反射を意味する。式 (2.13) と式 (2.14) を式 (2.12) に代入すれば、光線方向 \vec{s}_{i+1} を計算できる。

反射の場合、図 2.1 から明らかに

$$\vec{s}_r = \vec{s} - 2 \cos \theta \vec{n} \quad (2.15)$$

が成り立つ。しかし、 $N' = -N$ 、 $\theta' = -\theta$ とすることで反射の法則をスネルの法則に含める場合、この条件を式 (2.12) に代入すると、

$$-\vec{s}_r = \vec{s} - 2 \cos \theta \vec{n} \quad (2.16)$$

となり、実際の反射後の光線方向と符号が反転することに注意が必要である。このため、反射後に実際に進む方向に光線追跡するには、反射後は長さの符号を反転させる必要がある。

2.3 アイコナル方程式

光を光線として扱う場合の基礎方程式であるアイコナル方程式の導出を示す。幾何光学的波面（波面）は光路長 L が等しい点を連ねた面で形成される。光の進む光路を γ ，光路に沿った線素を ds ，媒質の屈折率を N とするとき，光路長 L は以下の式で表わされる。

$$L(\gamma) = \int_{\gamma} N ds \quad (2.17)$$

光線経路を決定するフェルマーの原理は光路長を用いて次のように表わされる。「2 点 A と B を結ぶ光路の中で，光線は光路長 $[AB]$ が極致をとるように進む」

$$[AB] = \int_A^B N ds \quad (2.18)$$

出発点 $A(x, y, z)$ および到達点 $B(x', y', z')$ において光路に沿って線素 ds および ds' をとれば，線素の成分はそれぞれ (dx, dy, dz) および (dx', dy', dz') とかける。符号は光の進行方向を正とし，出発点 A と到達点 B の媒質の屈折率を N, N' とするとき，出発点 A と到達点 B が微小量だけ動いたときの光路長の微小変化 dL は以下のようにかける。

$$dL = -N ds + N' ds' \quad (2.19)$$

出発点 A における光線の方法余弦を (α, β, γ) とし，到達点 B における光線の方法余弦を $(\alpha', \beta', \gamma')$ とすれば，線素 ds および ds' は以下のように表わせる。

$$ds = \alpha dx + \beta dy + \gamma dz \quad (2.20)$$

$$ds' = \alpha' dx' + \beta' dy' + \gamma' dz' \quad (2.21)$$

したがって，光路長の微小変化 dL は以下ようになる。光路長が微小変化したときの光線と波面の関係を図 2.3 に示す。

$$dL = -N(\alpha dx + \beta dy + \gamma dz) + N'(\alpha' dx' + \beta' dy' + \gamma' dz') \quad (2.22)$$

式 (2.22) から次の関係を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= -N\alpha, & \frac{\partial L}{\partial y} &= -N\beta, & \frac{\partial L}{\partial z} &= -N\gamma \\ \frac{\partial L}{\partial x'} &= N'\alpha', & \frac{\partial L}{\partial y'} &= N'\beta', & \frac{\partial L}{\partial z'} &= N'\gamma' \end{aligned} \quad (2.23)$$

また，光線の方法余弦は単位ベクトルであるから以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial L}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial z}\right)^2 &= N^2 \\ \left(\frac{\partial L}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial y'}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial z'}\right)^2 &= N'^2 \end{aligned} \quad (2.24)$$

式 (2.24) がアイコナル方程式である。アイコナル方程式を満たす関数 L はアイコナルやハミルトンの特性関数と呼ばれている。アイコナルには三種類の異なる形式がある。ここに示したものは点アイコナルと呼ばれるものである。

アイコナルを使った検討は，収差係数の従属関係（保存量）を求めるときに必要な。

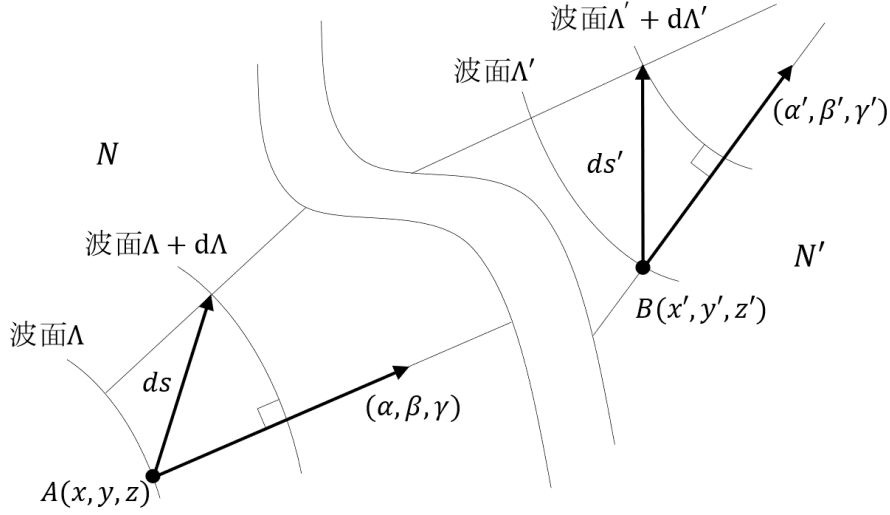


Fig. 2.3 光路長が微小変化したときの光線と波面の関係

2.4 光線方程式

光線方程式の導出を示す．屈折率が場所によって変化する媒質中 $N(x, y, z)$ の光線決定には，光線方程式を用いる．光線方程式は式 (2.23) からアイコナル L を消去すると得られる．

任意の一点 (x, y, z) における光線の方法余弦 (α, β, γ) は光線上の線素を ds とすれば以下のように表せる．

$$\alpha = \frac{dx}{ds}, \quad \beta = \frac{dy}{ds}, \quad \gamma = \frac{dz}{ds} \quad (2.25)$$

式 (2.23) の関係を使えば以下ようになる．

$$N \frac{dx}{ds} = -\frac{\partial L}{\partial x}, \quad N \frac{dy}{ds} = -\frac{\partial L}{\partial y}, \quad N \frac{dz}{ds} = -\frac{\partial L}{\partial z} \quad (2.26)$$

以下，簡単のために x 成分を使って議論する．両辺を s で微分する．

$$\frac{d}{ds} \left(N \frac{dx}{ds} \right) = -\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right) \quad (2.27)$$

この式の右辺を，式 (2.26) と式 (2.24) を使って整理すると以下ようになる．

$$\begin{aligned} -\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right) &= -\left(\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial z} \frac{dz}{ds} \right) \\ &= \frac{1}{N} \left(\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial z} \frac{\partial L}{\partial z} \right) \\ &= \frac{1}{2N} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{1}{2N} \frac{\partial}{\partial x} N^2 \\ &= \frac{\partial N}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.28)$$

したがって，以下の式を得る．

$$\frac{d}{ds} \left(N \frac{dx}{ds} \right) = \frac{\partial N}{\partial x} \quad (2.29)$$

y 成分, z 成分も同様に解析すれば, 光線方程式を得る.

$$\frac{d}{ds} \left(N \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \nabla N \quad (2.30)$$

屈折率が場所によって変化する媒質中 $N(x, y, z)$ の近軸論, 3 次収差論は次の文献に詳述されている [27].

第 3 章

収差論

光学系の光線変換特性に基づく収差論を示す。その特徴は、光線基本 4 元ベクトルを用いて定義される光線基本 4 元収差を導入していることである。そして、光線通過点 4 元ベクトルで定義される光線通過点 4 元収差との関係式を導出し、光線基本 4 元収差の物理的意味を明らかにする。また、これら 2 種類の 4 元収差の次数ごとの展開係数の関係式を導出する。

3.1 光学系の表現方法

3.1.1 Off-Axial 光学系の場合

通常、光学系というと、図 3.1 に示した共軸回転対称光学系のことを想像する。共軸回転対称光学系は一直線上の基準軸（光軸）上に回転対称な光学面を配置した光学系である。ここで光学面は、反射・屈折・回折などの光線ベクトルを変化させる作用を持つ面の総称である。共軸回転対称光学系の収差論は光軸まわりの回転対称性を前提に構築される [28]。共軸回転対称光学系で発生する基本的な収差は、その回転対称性から、5 種類の単色収差と 2 種類の色収差に分類できる [29, 30]。

- 5 種類の単色収差
 - 球面収差
 - コマ収差
 - 非点収差
 - サジタル像面湾曲
 - 歪曲収差
- 2 種類の色収差
 - 軸上色収差
 - 倍率色収差

なお、収差論の観点から収差の次数で述べると、共軸回転対称光学系は 2 次、4 次といった偶数次の収差が発生しない系といえる。また、像面の評価位置を近軸像面（ガウス像面）と一致させれば、デフォーカスと倍率の 1 次収差も発生しない。故に、共軸回転対称光学系で発生する収差は 3 次、5 次といった奇数次の収差のみである。光学系のもつ回転対称性によって、偶数次の収差が発生しないので、共軸回転対称光学系は収差補正において合理的な系といえる。

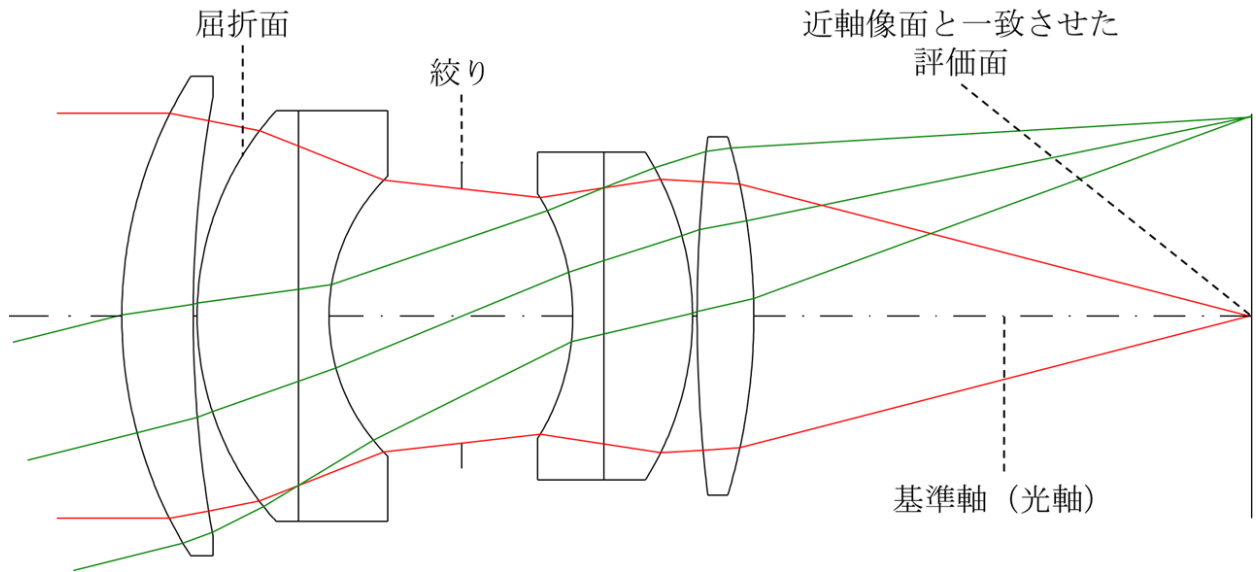


Fig. 3.1 共軸回転対称光学系の断面図

Off-Axial 光学系は基準軸上の対称性をなくした形にして，一般拡張した光学系である [31,32]. 対称性の欠如に伴い，光学系は二平面对称光学系（アナモルフィック光学系），一平面对称光学系，対称性の無い光学系（Off-Axial 光学系）に分類される．これらの光学系の包含関係を図 3.2 に示す．Off-Axial 光学系は光学系を一般拡張した名称という位置づけである．

Off-Axial 光学系の例を図 3.3 に示す．図 3.3 に示したように，Off-Axial 光学系の基準軸は一直線であるとは限らず，光学面の曲率中心は光軸上に存在するとは限らない．つまり，基準軸と光学面の交点において，面法線と基準軸が一致しない．この角度 θ を Off-Axial 角と呼ぶ．Off-Axial 角が 0 でない光学系は Off-Axial 光学系と定義する．Off-Axial 光学系の収差論はこの基準軸のまわりに一般光線をベキ級数展開することで収差を論じる．

Off-Axial 光学系は，基準軸上の対称性が崩れているため，共軸回転対称光学系のように回転対称性による収差補正ができない．そのため，1 次以降の全ての収差を発生させる可能性があり，補正すべき収差の種類が増加する．これらの諸収差を補正するために，Off-Axial 光学系の光学面は球面に限らず，自由曲面とすることが一般的である．

曲面の形状に着目して，Off-Axial 光学系は自由曲面光学系と呼ばれることもある [17]．また，Off-Axial 光学系は偏心光学系と呼ばれることもある．しかし，「偏心光学系」という言葉は，製造誤差の影響で設計値に対して平行シフトや傾きが発生した光学系を示す言葉として使用されることがある [33,34]．そのような場合と区別するため，偏心光学系と呼ばずに Off-Axial 光学系と呼ぶことにする．

3.1.2 座標系設定

本論文で用いる座標系設定の原則を示す．光学系を管理する座標系として，光学系全系を管理する絶対座標系の他に，相対座標系を導入すると光学系の管理と解析が容易になる．本論文では，基

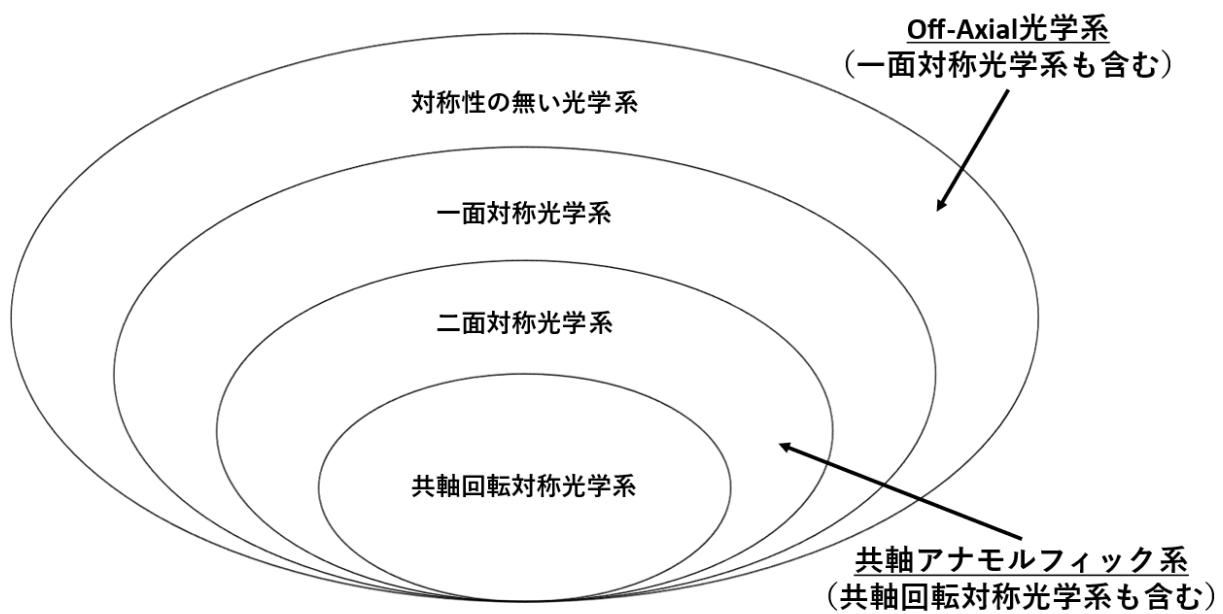


Fig. 3.2 対称性による光学系の包含関係

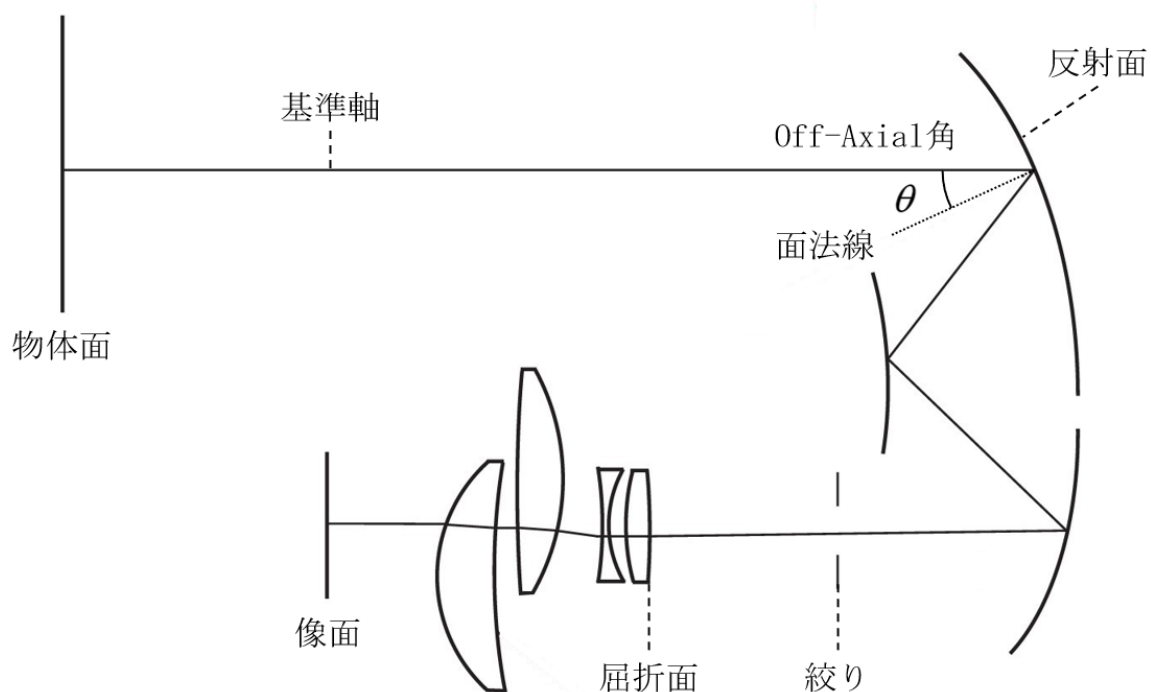


Fig. 3.3 Off-Axial 光学系の断面図

準軸の光線追跡に用いる相対座標系 (x, y, z) と光学面の面形状表示に用いる相対座標系 (X, Y, Z) を導入する．その原則を箇条書きで以下に示し，図 3.4 に相対座標系を設定した様子を示す．

なお，反射については，従来から光学設計で行われている手法を採用する．つまり，反射面は入射空間の屈折率の符号を反転させた数値を，射出空間の屈折率として設定する．これにより反射の法則は屈折の法則に含められる．反射後は，長さの符号を反転させることで実際の光線が進む方向に光線追跡する．この手法により，屈折と反射を同一の式で扱える．また，反射によって右手系と左手系の座標変換を行う混乱を避け，一貫して右手系座標を採用できる．

基準軸の光線追跡に用いる座標系 (x, y, z)

- この座標系は右手系を採用し，偏向の前後ともに基準軸に沿った相対座標系とする．
- この相対座標系の原点は，偏向の前後ともに基準軸の偏向点にとる．
- 入射角 θ と反射角 θ' の関係を $\theta' = -\theta$ で表す．負の符号は，反射角が入射角に対して法線の反対側にあることを意味している．反射の場合，入射空間の屈折率を N とするとき，射出空間の屈折率 N' は $N' = -N$ とする．屈折の場合，入射空間と射出空間の屈折率の符号は反転させない．入射空間の屈折率が正の場合，射出空間の屈折率も正とする．入射空間の屈折率が負の場合，射出空間の屈折率も負とする．
- この相対座標系の x 軸は，基準軸と平行または反平行にとる．具体的には，屈折率が正の空間では平行にとり，負の空間では反平行にとる．故に，基準軸光線に沿った間隔は，屈折率が正の空間では正，屈折率が負の空間では負にする．
- この相対座標系の z 軸は偏向の前後ともに，「基準面」の法線方向とする．基準面は，基準軸と基準軸の偏向点における光学面の法線を含む面とする．基準面の法線方向は 2 通りの選び方があるが，偏向の前後で同じ向きとなるように選択する．
- この相対座標系の y 軸は z 軸， x 軸に垂直な軸として右手系の定義に従って設定する．結果として y 軸は基準面内にあり， x 軸に垂直な軸となる．
- yz 面内のアジマス ξ は y 軸から z 軸に向かってとるものとする．2 つの偏向の間で基準面が一致せず「ひねり」が生じている場合，第 2 の偏向の座標系にこの相対座標系をあわせるために，ひねり角を補正するアジマス変換を行う．ひねり角を補正するアジマス変換については，3.1.4 項で説明する．

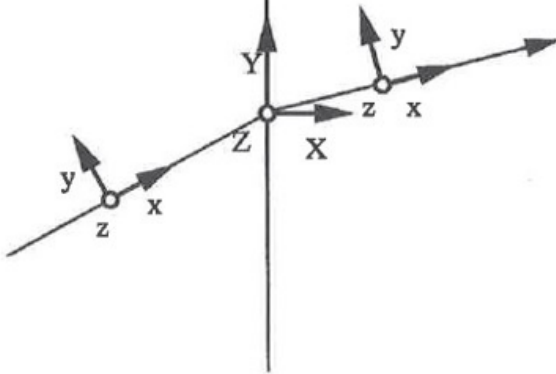
光学面の面形状表示に用いる座標系 (X, Y, Z)

- この座標系は右手系を採用し，基準軸の偏向点を原点とする相対座標系とする．
- 原点における面法線を X 軸とする．面法線方向は，上記の基準軸の光線追跡に用いる座標系 (x, y, z) の x 軸とのなす角が鋭角となるように選ぶ．
- Y 軸は入射側の基準軸と X 軸を含む面内にあり， X 軸に垂直な軸として右手系の定義に従って設定する．
- Z 軸は X 軸と Y 軸に垂直な軸として，右手系の定義に従って設定する．

屈折の場合 1

N : 正

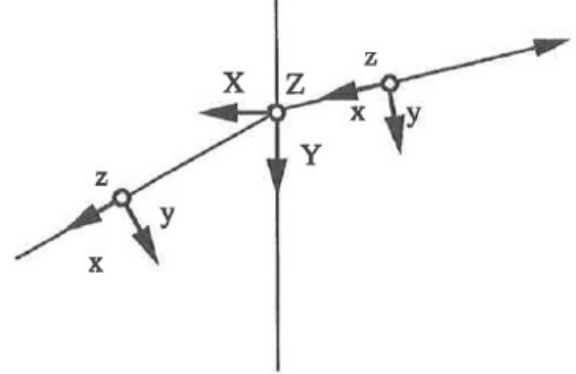
N' : 正



屈折の場合 2

N : 負

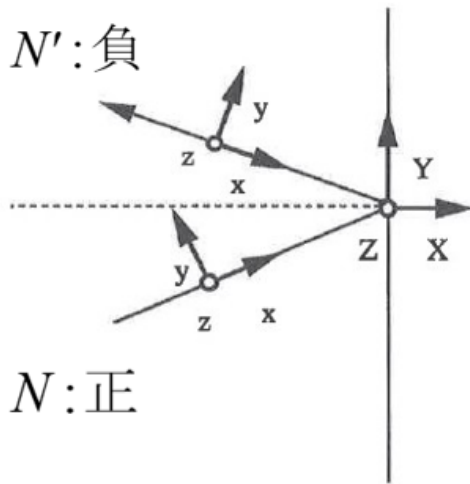
N' : 負



反射の場合 1

N' : 負

N : 正



反射の場合 2

N' : 正

N : 負

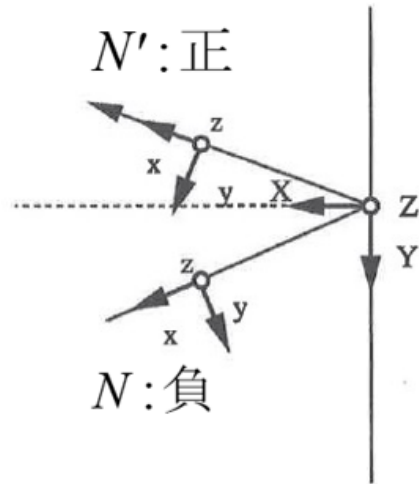


Fig. 3.4 相対座標系設定

3.1.3 光学面の面形状表現

平面ベースの面形状表現

Off-Axial 光学系の光学面は対称性を持たない自由曲面とすることが一般的である．そのため面形状表現に、2 変数のベキ級数展開式が広く用いられている．3.1.2 項に示した原則に従って、面形状表示に用いる座標系 (X, Y, Z) を設定し、面形状を $X = f(Y, Z)$ で表現する．面形状の変化に伴って X 軸の方向が変化しないように、ベキ級数展開は 2 次から始める．これにより、面形状を変化させても基準軸は固定される．平面ベースの面形状は以下の式で表される．

$$\begin{aligned} X(Y, Z) = & C_{20}Y^2 + 2C_{11}YZ + C_{02}Z^2 \\ & + D_{30}Y^3 + 3D_{21}Y^2Z + 3D_{12}YZ^2 + D_{03}Z^3 \\ & + E_{40}Y^4 + 4E_{31}Y^3Z + 6E_{22}Y^2Z^2 + 4E_{13}YZ^3 + E_{04}Z^4 + \cdots \end{aligned} \quad (3.1)$$

式 (3.1) の展開係数に二項係数を付加している．二項係数を付加しているのは，後に述べるガウス行列や収差係数に，分数係数を残さないようにするためである．光学設計ソフトウェアの多くは二項係数を付けない表現を採用している．比較の際はこの点注意を要する．

式 (3.1) のように 2 次から展開を始めれば，基準軸との交点における面法線（ X 軸）は固定される．これにより基準軸を変化させずに面形状を変化させられる．平面ベースの面形状表現は，2 次の展開係数を固定して，3 次と 4 次の展開係数を変数にするなど，低次の収差から順番に補正していく方法を可能にする利点がある．1 次収差は面形状の 2 次の展開係数と結びつき，2 次収差は面形状の 3 次の展開係数と結びつくからである．

Off-Axial2 次曲面ベースの面形状表現

2 次曲面を表現する場合，平面ベースの面形状表現では無限次までの展開係数が必要である．共軸回転対称光学系で使われている 2 次曲面の式は，面頂点が長軸の頂点に限定されるため，Off-Axial 光学系の設計にとって不都合である．面頂点の位置を任意に設定できる 2 次曲面ベースの面形状表現を以下に示す [14]．

$$\begin{aligned}
 X(Y, Z) = & \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})(\cos^2 \omega Y^2 + pZ^2)}{2 \cos \omega \left[1 + \frac{1}{2}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \sin \omega Y + \sqrt{1 + (\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \sin \omega Y - \frac{Y^2}{ab} - \{\frac{1}{ab} + \frac{1}{4} \tan^2 \omega (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^2\} pZ^2} \right]} \\
 & + C'_{20}Y^2 + 2C'_{11}YZ + C'_{02}Z^2 \\
 & + D'_{30}Y^3 + 3D'_{21}Y^2Z + 3D'_{12}YZ^2 + D'_{03}Z^3 \\
 & + E'_{40}Y^4 + 4E'_{31}Y^3Z + 6E'_{22}Y^2Z^2 + 4E'_{13}YZ^3 + E'_{04}Z^4 + \dots
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

図 3.5 に式 (3.2) の 2 次曲面の係数である $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \omega$ の意味を示した． a と b は面頂点から 2 次曲面の焦点までの距離である． ω は面頂点と 2 次曲面の焦点を結ぶ直線と面法線（ X 軸）とのなす角度である．

なお，図 3.6 に示した (X', Y', Z') 座標系で表現した共軸回転対称系で使われている 2 次曲面の式，

$$X'(Y', Z') = \frac{\frac{Y'^2 + Z'^2}{r}}{1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa) \frac{Y'^2 + Z'^2}{r^2}}} \tag{3.3}$$

における曲率半径 r と円錐係数 κ および回転角 φ と， $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \omega$ の関係を以下に示す．

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2 \cos^2 \omega} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \tag{3.4}$$

$$\kappa = \frac{2ab \cos 2\omega - a^2 - b^2}{(a + b)^2} \tag{3.5}$$

$$\tan \varphi = \frac{2ab \sin \omega}{b^2 - a^2} \tag{3.6}$$

また，長軸半径 A と短軸半径 B と， $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \omega$ の関係を以下に示す．

$$A = \frac{a + b}{2} \tag{3.7}$$

$$B = \sqrt{ab} \cos \omega \tag{3.8}$$

式 (3.2) のベースの 2 次曲面について、図 3.5 は楕円面を示している。しかし、この面表現は楕円面に限るものではなく、 $\frac{1}{a}$ と $\frac{1}{b}$ の関係によって放物面と双曲面を表現できる。

1. $\frac{1}{ab} > 0 \rightarrow$ 楕円面
2. $\frac{1}{ab} = 0 \rightarrow$ 放物面
3. $\frac{1}{ab} < 0 \rightarrow$ 双曲面

Z^2 の前の係数 p は図 3.7 に示すように、2 次曲面の 2 つの焦点を結ぶ軸のまわりに対して、 Z 軸方向の形状を規定する係数である。主軸は 2 次曲面の 2 つの焦点を結ぶ軸である。

- (a) $p < 0 \rightarrow$ 主軸のまわりに対して断面が双曲線
- (b) $p = 0 \rightarrow$ 主軸のまわりに対して断面が直線 \rightarrow シリンドリカル面
- (c) $0 < p < 1 \rightarrow$ 主軸のまわりに対して断面が縦長の楕円
- (d) $p = 1 \rightarrow$ 主軸のまわりに対して断面が円 \rightarrow 回転対称な面
- (e) $p > 1 \rightarrow$ 主軸のまわりに対して断面が横長の楕円

収差論は基準軸まわりの一般光線のベキ級数展開に基づく解析手法であるため、必ず平面ベースの表現が必要になる。以下に Off-Axial2 次曲面ベースの面形状表現を平面ベースの表現に展開した場合の係数の関係を示す。

$$\begin{aligned}
C_{20} &= C'_{20} + \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \cos \omega}{4} \\
C_{11} &= C'_{11} \\
C_{02} &= C'_{02} + \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})p}{4 \cos \omega} \\
D_{30} &= D'_{30} - \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \cos \omega \sin \omega}{8} \\
D_{21} &= D'_{21} \\
D_{12} &= D'_{12} - \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \sin \omega p}{3 \times 8 \cos \omega} \\
D_{03} &= D'_{03} \\
E_{40} &= E'_{40} + \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})\{5(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})^2 \sin^2 \omega + \frac{4}{ab}\} \cos \omega}{64} \\
E_{31} &= E'_{31} \\
E_{22} &= E'_{22} + \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})\{5(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})^2 \sin^2 \omega + \frac{4(1+\cos^2 \omega)}{ab}\} + (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^2 \sin^2 \omega p}{6 \times 64 \cos \omega} \\
E_{13} &= E'_{13} \\
E_{04} &= E'_{04} + \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})\{\frac{4 \cos^2 \omega}{ab} + (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^2 \sin^2 \omega\} p^2}{64 \cos^3 \omega}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

3.1.4 アジムスについて

アジムスの定義

共軸回転対称光学系のアジムスは以下のように定義される。

- 物点と光軸を含む対称平面をメリジオナル面（子午切断面） M とする。入射瞳面の光線通過点と光軸を含む平面を P とするとき、アジムスは M と P のなす角度である。

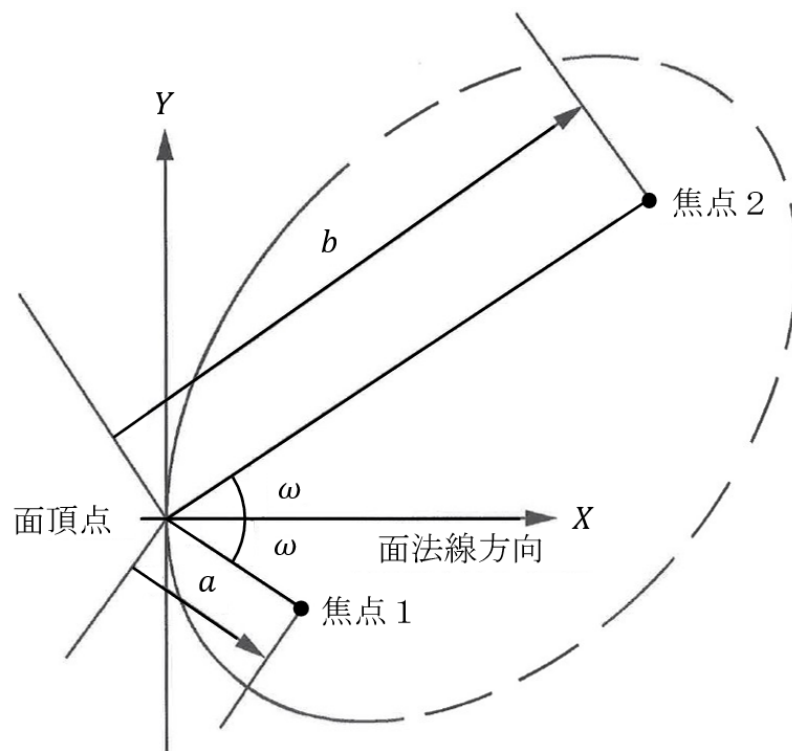


Fig. 3.5 Off-Axial2 次曲面の a, b, ω の意味

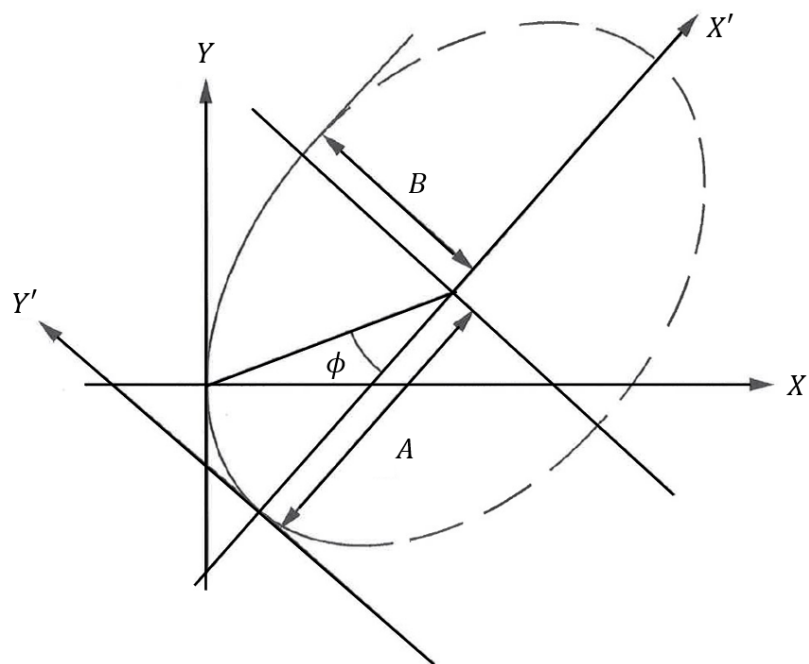


Fig. 3.6 Off-Axial2 次曲面と共軸回転対称系で使われる 2 次曲面の表現法の関係

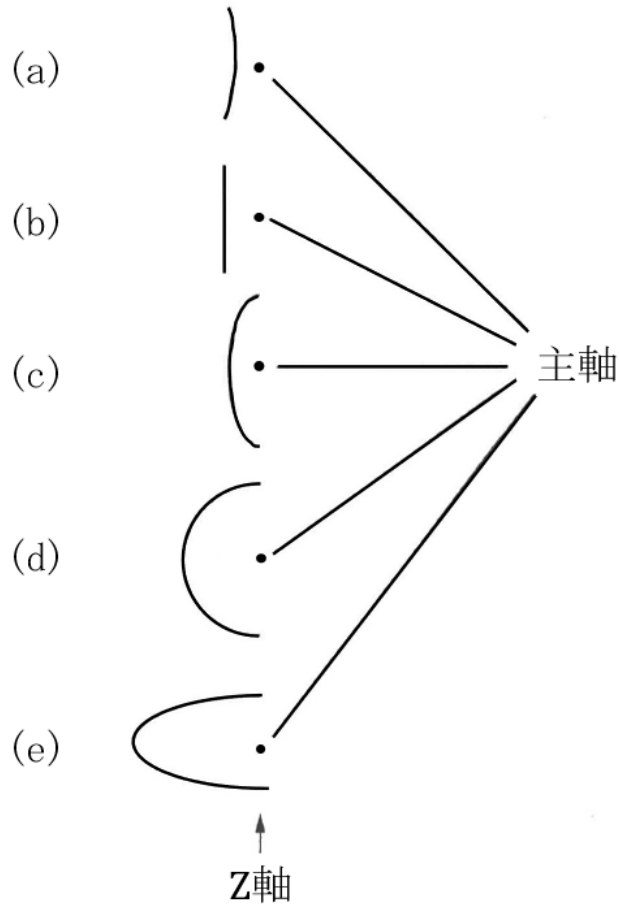


Fig. 3.7 Off-Axial 2 次曲面の面形状表現式の p の意味

共軸回転対称光学系はメリジナル断面を任意に選択できる。しかし、Off-Axial 光学系は回転対称性が無いので基準となる平面を指定する必要がある。

Off-Axial 光学系のアジムスを以下のように定義する。

- アジムス=0 となる基準軸を含む平面を「基準面」とする。基準軸に垂直な「垂直面」における光線通過点と、基準軸を含む面を「アジムス面」とするとき、アジムスは「基準面」と「アジムス面」のなす角度である。
- 入射側の基準面と射出側の基準面を区別する。入射側の基準面は、入射側の基準軸とその光線通過点における光学面の面法線を含む面とする。射出側の基準面は、前記光学面の面法線と射出側の基準軸を含む面とする。

この定義においても、共軸回転対称光学系の「基準面」の選び方は任意となる。共軸アナモルフィック光学系でも基準面の選び方は任意になるが、光学面の対称性の良い面を基準面を選ぶとよい。基準面を入射側と射出側に分類した理由は、回折面がある場合、1 回の偏向であっても入射側の基準軸と射出側の基準軸が同一平面内に収まらないことがあるためである。基準軸に垂直な「垂直面」とそのアジムスを次項で説明する。

評価のアジマスと相対アジマス

Off-Axial 光学系は一般に回転非対称であるため、アジマス依存性を解析する必要がある。アジマスとして、評価のアジマス ξ と相対アジマス $\zeta, \zeta', \eta, \eta'$ を使い分ける。図 3.8 に入射空間における評価のアジマス ξ と相対アジマス ζ, η を示す。以下にそれぞれのアジマスの意味を示す。

1. 評価のアジマス ξ

回転非対称な光学系を解析する場合、どのアジマスで収差を評価しているのかを明らかにする必要がある。評価のアジマス ξ はそのためのアジマスである。評価のアジマス ξ において、「垂直面」は一般的な評価面である。入射空間では、物体面や入射瞳面と一致させてもよい。射出空間では、像面や射出瞳面と一致させてもよい。「垂直面」の光線通過点は、評価面上でアジマス ξ を満たす点であればどの点でも良い。

2. 物点の相対アジマス ζ と像点の相対アジマス ζ'

評価のアジマス ξ に対して、物点と像点のアジマスの違いで収差量は変わる。物点の相対アジマス ζ を使って、物点のアジマス ξ_b を $\xi_b \equiv \xi + \zeta$ と定義する。同様に、像点の相対アジマス ζ' を使って、像点のアジマス ξ'_b を $\xi'_b \equiv \xi + \zeta'$ と定義する。

ここで、入射空間において「垂直面」とは物体面のことであり、「垂直面」の光線通過点は物点である。射出空間において「垂直面」とは像面のことであり、「垂直面」の光線通過点は像点である。収差のない理想光学系では相対アジマス ζ, ζ' は一致すると考える。なお、相対アジマス ζ は共軸回転対称光学系の収差論において、瞳結像の収差展開式に表れるアジマスに対応する。

3. 入射瞳面の相対アジマス η と射出瞳面の相対アジマス η'

物点と像点の場合と同様に、評価のアジマス ξ に対して、入射瞳面の点と射出瞳面の点のアジマスの違いで収差量は変わる。入射瞳面の点の相対アジマス η を使って、入射瞳面の点のアジマス ξ_r を $\xi_r \equiv \xi + \eta$ と定義する。同様に、射出瞳面の点の相対アジマス η' を使って、射出瞳面の点のアジマス ξ'_r を $\xi'_r \equiv \xi + \eta'$ と定義する。

ここで、入射側空間において「垂直面」とは入射瞳面のことであり、「垂直面」の光線通過点は入射瞳面の点である。射出側空間において「垂直面」とは射出瞳面のことであり、「垂直面」の光線通過点は射出瞳の点である。収差のない理想光学系では相対アジマス η, η' は一致すると考える。なお、相対アジマス η は共軸回転対称光学系の収差論において、物体結像の収差展開式に表れるアジマスに対応する。

基準面のひねり角 ψ とアジマス追跡

1 面の反射・屈折では、入射光線・反射光線・屈折光線は入射基準面内に含まれる。つまり、入射基準面と射出基準面は同一平面内にある。しかし、複数回の反射・屈折が行われる場合や 1 面であっても回折面が設定されている場合は、入射基準面と射出基準面が同一平面内に含まれるとは限らない。従って、入射基準面に対する射出基準面のなす角度である「ひねり角 ψ 」を導入する。2 回の反射によって基準面のひねりが生じていることを示す例を図 3.9 に示す。

基準面はアジマス=0 の面と設定するので、ひねりが生じた場合に評価のアジマスと相対アジマスが理想光学系ではどのようなになるか追跡する必要がある。理想光学系において、アジマス追跡の

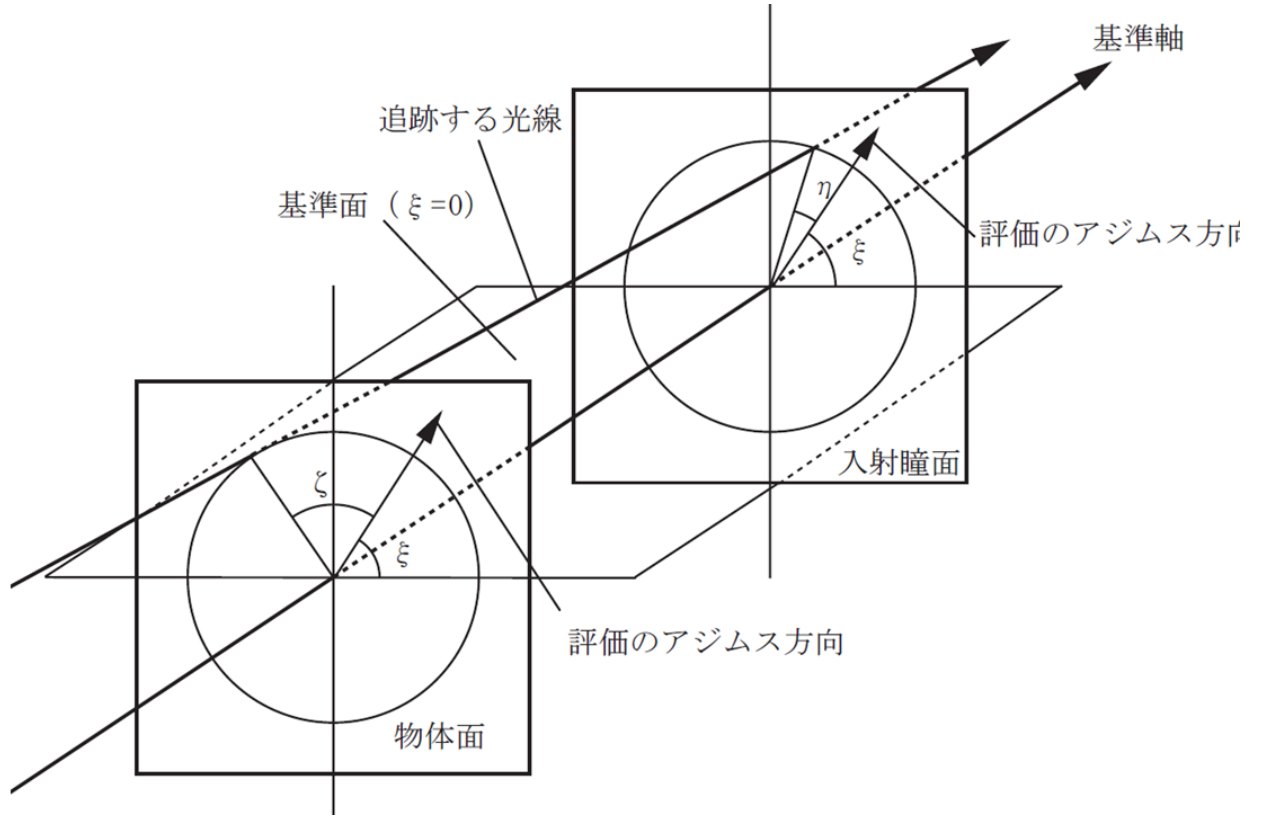


Fig. 3.8 入射空間における評価のアジムスと相対アジムス

式は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 \xi_2 &= \xi_1 - \psi \\
 \zeta_2 &= \zeta_1 \\
 \eta_2 &= \eta_1 \\
 \text{なぜなら } \xi_{b2} &\equiv \xi_2 + \zeta_2 = \xi_{b1} - \psi = \xi_1 + \zeta_1 - \psi \\
 \text{および } \xi_{r2} &\equiv \xi_2 + \eta_2 = \xi_{r1} - \psi = \xi_1 + \eta_1 - \psi
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

評価のアジムス ξ のみがひねり角 ψ の変換を受け、相対アジムスには影響がない。これは相対アジムスを導入した効果である。

3.1.5 光学系の各面設定

光学系の各面設定は以下の RDNA を用いる。

- **R** は構成面の面形状データである。Off-Axial2 次曲面ベースで与える。
- **D** は基準軸に沿った構成面間の間隔のデータである。
- **N** は硝材データである。硝材名もしくは屈折率やアッベ数で与える。
- **A** は基準軸の折れ曲がりを規定する 2 種類の角度データである。1 つめは基準軸と基準軸の光線通過点における面法線のなす Off-Axial 角 θ である。2 つめは入射基準面に対する射出基準面のひねり角 ψ である。

共軸回転対称光学系を設定する場合、**A** の角度データを $\theta = \psi = 0$ とし、**R** の面形状表現を回転対称 2 次曲面と一致させればよい。

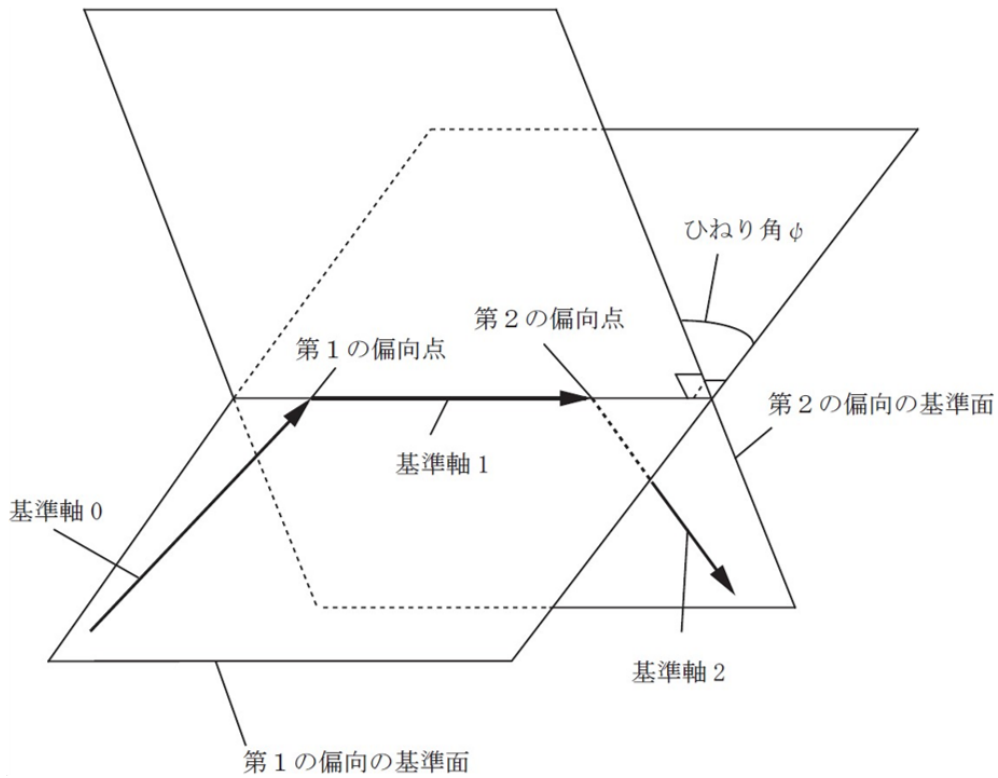


Fig. 3.9 2回の反射によって生じた，基準面のひねりとひねり角 ψ

3.2 4 元ベクトルによる光線表現

3.2.1 光線通過点の成分分解

光線を基準軸に垂直な 2 つの平面の座標値を指定して表現することを考える．そのために，物体面，入射瞳面，射出瞳面，像面における光線通過点を成分に分けて表現する．

物体面での光線通過点と物体面の原点 (基準軸の光線通過点) との距離を B ，入射瞳面での光線通過点と入射瞳面の原点 (基準軸の光線通過点) との距離を R ，像面での光線通過点と像面の原点 (基準軸の光線通過点) との距離を B' ，射出瞳面での光線通過点と射出瞳面の原点 (基準軸の光線通過点) との距離を R' とする．これらの面における，評価のアジマス ξ に対しての平行成分と垂直成分は，相対アジマスを使って以下のように表現できる．図 3.10 に物体面の光線通過点とその成

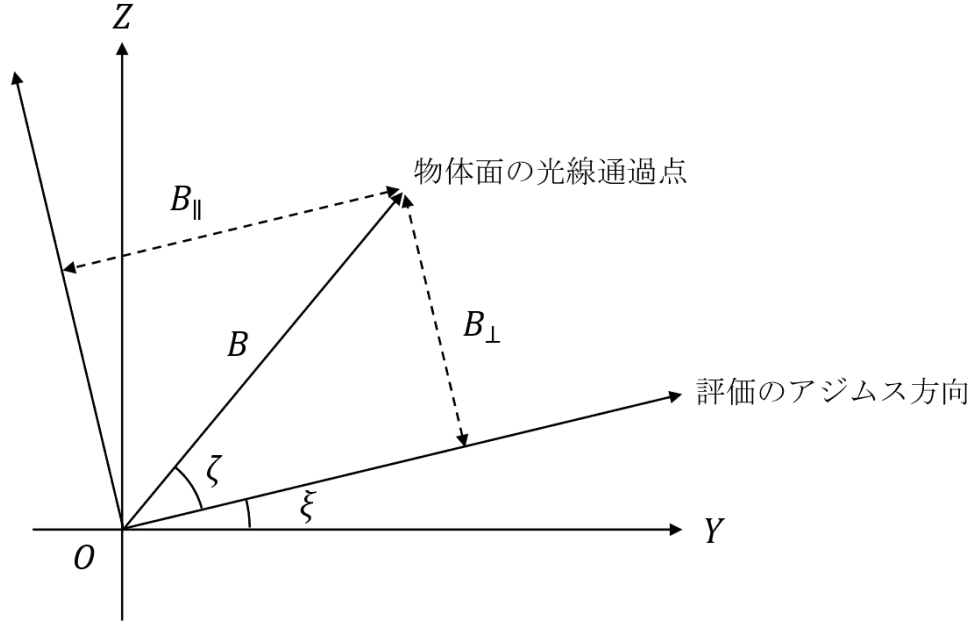


Fig. 3.10 物体面の光線通過点の成分分解

成分分解の例を示す．また，図 3.11 に入射瞳面の光線通過点とその成分分解の例を示す．

- 物体面

評価のアジムス ξ に対する平行成分 $\equiv B_{\parallel} = B \cos \zeta$

評価のアジムス ξ に対する垂直成分 $\equiv B_{\perp} = B \sin \zeta$

- 入射瞳面

評価のアジムス ξ に対する平行成分 $\equiv R_{\parallel} = R \cos \eta$

評価のアジムス ξ に対する垂直成分 $\equiv R_{\perp} = R \sin \eta$

- 像面

評価のアジムス ξ に対する平行成分 $\equiv B'_{\parallel} = B' \cos \zeta'$

評価のアジムス ξ に対する垂直成分 $\equiv B'_{\perp} = B' \sin \zeta'$

- 射出瞳面

評価のアジムス ξ に対する平行成分 $\equiv R'_{\parallel} = R' \cos \eta'$

評価のアジムス ξ に対する垂直成分 $\equiv R'_{\perp} = R' \sin \eta'$

(3.11)

3.2.2 光線通過点 4 元ベクトル

入射側の光線通過点 4 元ベクトル

物体平面と入射瞳平面の光線通過点成分で 4 元ベクトルを構成する．この 4 元ベクトルを入射側の光線通過点 4 元ベクトルとする [31]．物体平面と入射瞳平面は共役関係にないため，これら 2 つの平面の座標値を指定することで光線を表現できる．仮に 2 つの平面に共役関係がある場合，共役点を結ぶ光線は無数に存在するため，2 つの平面の座標値で 1 本の光線を指定することはできない．入射側の光線通過点 4 元ベクトルは入射空間における光線表現方法である．入射側の光線通過

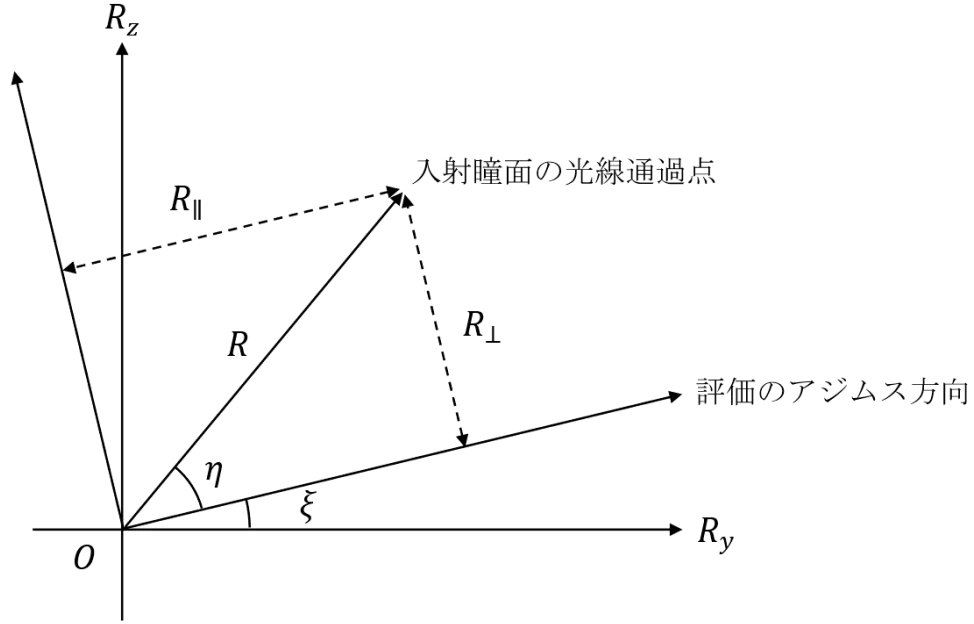


Fig. 3.11 入射瞳面の光線通過点の成分分解

点 4 元ベクトルを以下に示す.

$$\vec{P} \equiv \begin{bmatrix} B_{\parallel} \\ B_{\perp} \\ R_{\parallel} \\ R_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \cos \zeta \\ B \sin \zeta \\ R \cos \eta \\ R \sin \eta \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

結像の大きさは横倍率によってそれぞれ異なるため, 実寸の座標を使う場合, 横倍率を考慮しなければならない. 収差論では, このような倍率換算の手間を省略するために, 実寸の座標ではなく換算座標を用いることが一般的である [28]. 換算座標を設定するために, 物体面と像面, 入射瞳面と射出瞳面の横倍率に対応した尺度単位を設定する. 換算座標は, 実寸の座標を尺度単位で除算した座標である.

物体面の尺度単位を ℓ , 入射瞳面の尺度単位を λ とし, 入射側の尺度単位行列 $\tilde{\Lambda}$ を以下のように定義する.

$$\tilde{\Lambda} \equiv \begin{bmatrix} \ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ell & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

換算座標で表した入射側の光線通過点 4 元ベクトルを, 入射側の尺度単位行列の逆行列を用いて以下のように定義する.

$$\vec{p} \equiv \tilde{\Lambda}^{-1} \vec{P} = \begin{bmatrix} b_{\parallel} \\ b_{\perp} \\ r_{\parallel} \\ r_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B}{\ell} \cos \zeta \\ \frac{B}{\ell} \sin \zeta \\ \frac{R}{\lambda} \cos \eta \\ \frac{R}{\lambda} \sin \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \cos \zeta \\ b \sin \zeta \\ r \cos \eta \\ r \sin \eta \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

ここで b は換算座標で表した物体面での光線通過点と物体面の原点 (基準軸の光線通過点) との距離である. r は換算座標で表した入射瞳面での光線通過点と入射瞳面の原点 (基準軸の光線通過点) との距離である. 今後, 入射側の光線通過点 4 元ベクトルと記述したときは, 換算座標で表した入射側の光線通過点 4 元ベクトル \vec{p} を意味するものとする.

従来の収差論体系と同様に、尺度単位はヘルムホルツ・ラグランジュ不変量と関連付けて、物体結像および瞳結像の近軸追跡値に繰り込める。その場合の物体近軸光線および瞳近軸光線と尺度単位の関係を図 3.12 に示す。この関係を満たすように近軸光線の初期値を与えて追跡すると、物体近軸光線と瞳近軸光線は以下の関係を満たす。

$$\begin{aligned} h &= \frac{s\lambda}{s-t} \\ \alpha &= \frac{N\lambda}{s-t} \\ \bar{h} &= -\frac{t\ell}{s-t} \\ \bar{\alpha} &= -\frac{N\ell}{s-t} \end{aligned} \quad (3.15)$$

ここで h と α は入射側の物体近軸光線の光学平面における高さと同角である。 \bar{h} と $\bar{\alpha}$ は入射側の瞳近軸光線の光学平面における高さと同角である。 s は光学平面から物体面までの距離である。 t は光学平面から入射瞳面までの距離である。 N は入射空間の屈折率である。

尺度単位とヘルムホルツ・ラグランジュ不変量 \hat{H} の関係は、光学系が k 個の面から構成されているとすると以下ようになる。

$$\hat{H} \equiv \frac{N_1 \ell_1 \lambda_1}{s_1 - t_1} = \dots = \frac{N_\nu \ell_\nu \lambda_\nu}{s_\nu - t_\nu} = \frac{N'_\nu \ell'_\nu \lambda'_\nu}{s'_\nu - t'_\nu} = \dots = \frac{N'_k \ell'_k \lambda'_k}{s'_k - t'_k} \quad (3.16)$$

式 (3.15) と式 (3.16) から、入射側の尺度単位は近軸追跡値を用いて以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \ell &= \frac{\hat{H}(s-t)}{N\lambda} = \frac{\hat{H}}{\alpha} \\ \lambda &= \frac{\hat{H}(s-t)}{N\ell} = -\frac{\hat{H}}{\bar{\alpha}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

したがってこの場合、入射側の尺度単位行列は近軸追跡値を用いて以下のように求められる。

$$\tilde{\Lambda} \equiv \begin{bmatrix} \ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ell & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} = \hat{H} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{\alpha}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{\alpha}} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

収差論ではヘルムホルツ・ラグランジュ不変量を 1 として解析することが多い [28]。本研究の解析例はヘルムホルツ・ラグランジュ不変量を 1 として解析している。

なお、近軸追跡値が図 3.12 に示した関係を満たすとき、 k 個の面から構成されている光学系のヘルムホルツ・ラグランジュ不変量は、近軸追跡値を用いて以下のようにかける。

$$\hat{H} = \alpha_1 \bar{h}_1 - \bar{\alpha}_1 h_1 = \dots = \alpha_\nu \bar{h}_\nu - \bar{\alpha}_\nu h_\nu = \alpha'_\nu \bar{h}_\nu - \bar{\alpha}'_\nu h_\nu = \dots = \alpha'_k \bar{h}_k - \bar{\alpha}'_k h_k \quad (3.19)$$

射出側の光線通過点 4 元ベクトル

入射側の光線通過点 4 元ベクトルと同様に、射出側の光線通過点 4 元ベクトルを定義する。射出側の光線通過点 4 元ベクトルは、像平面と射出瞳平面の光線通過点成分で構成する。像平面と射出瞳平面は共役関係にないため、これら 2 つの平面の座標値を指定することで光線を表現する。射出

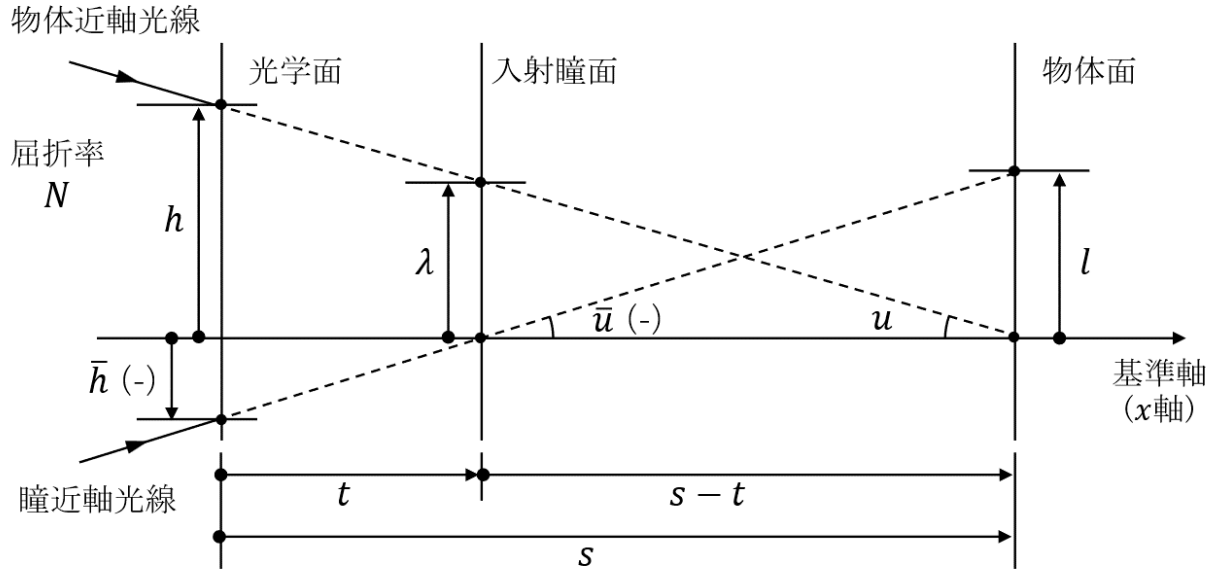


Fig. 3.12 入射側における，物体近軸光線・瞳近軸光線と尺度単位の関係

側の光線通過点 4 元ベクトルを以下に示す．

$$\vec{P}' \equiv \begin{bmatrix} B'_{\parallel} \\ B'_{\perp} \\ R'_{\parallel} \\ R'_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B' \cos \zeta' \\ B' \sin \zeta' \\ R' \cos \eta' \\ R' \sin \eta' \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

像面上の尺度単位を ℓ' ，射出瞳面上の尺度単位を λ' で表す．射出側の尺度単位行列 $\tilde{\Lambda}'$ を以下のように定義する．

$$\tilde{\Lambda}' \equiv \begin{bmatrix} \ell' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ell' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda' \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

換算座標で表した射出側の光線通過点 4 元ベクトルは，射出側の尺度単位行列の逆行列を用いて以下のように定義する．

$$\vec{p}' \equiv \tilde{\Lambda}'^{-1} \vec{P}' = \begin{bmatrix} b'_{\parallel} \\ b'_{\perp} \\ r'_{\parallel} \\ r'_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B'}{\ell'} \cos \zeta' \\ \frac{B'}{\ell'} \sin \zeta' \\ \frac{R'}{\lambda'} \cos \eta' \\ \frac{R'}{\lambda'} \sin \eta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b' \cos \zeta' \\ b' \sin \zeta' \\ r' \cos \eta' \\ r' \sin \eta' \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

ここで b' は換算座標で表した像点の高さ， r' は換算座標で表した射出瞳面上での高さである．今後，射出側の光線通過点 4 元ベクトルと記述したときは，換算座標で表した射出側の光線通過点 4 元ベクトル \vec{p}' を意味するものとする．

式 (3.15) で示したように，尺度単位の値はヘルムホルツ・ラグランジュ不変量と関連付けて，物体結像および瞳結像の近軸追跡値に繰り込める．図 3.13 にその場合の物体近軸光線および瞳近軸光線と尺度単位の関係を示す．この場合，射出側の物体近軸光線と瞳近軸光線は以下の関係を満

たす．

$$\begin{aligned}
h' &= \frac{s'\lambda'}{s' - t'} \\
\alpha' &= \frac{N'\lambda'}{s' - t'} \\
\bar{h}' &= -\frac{t'\ell'}{s' - t'} \\
\bar{\alpha}' &= -\frac{N'\ell'}{s' - t'}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

ここで h' と α' は射出側の物体近軸光線の光学平面における高さと同角である． \bar{h}' と $\bar{\alpha}'$ は射出側の瞳近軸光線の光学平面における高さと同角である． s' は光学平面から像面までの距離である． t' は光学平面から射出瞳面までの距離である． N' は射出空間の屈折率である．

式 (3.23) と式 (3.16) から、射出側の尺度単位は近軸追跡値を用いて以下のように求められる．

$$\begin{aligned}
\ell' &= \frac{\hat{H}(s' - t')}{N'\lambda'} = \frac{\hat{H}}{\alpha'} \\
\lambda' &= \frac{\hat{H}(s' - t')}{N'\ell'} = -\frac{\hat{H}}{\bar{\alpha}'}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

したがって、射出側の尺度単位行列は近軸追跡値を用いて以下のように求められる．

$$\tilde{\Lambda}' \equiv \begin{bmatrix} \ell' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ell' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda' \end{bmatrix} = \hat{H} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{\alpha}'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\bar{\alpha}'} \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

なお、収差論ではヘルムホルツ・ラグランジュ不変量を 1 として解析することが通常である．

以上述べた尺度単位を近軸光線に繰り込む方法を用いれば、入射側と射出側の尺度単位の間には以下の近軸横倍率の関係が成立する．

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{\ell'}{\ell} = \frac{\alpha}{\alpha'} \\
\beta_r &= \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}'}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

ここで、 β は物体結像の近軸横倍率であり、 β_r は瞳結像の近軸横倍率である．この関係により、近軸横倍率行列 $\tilde{\beta}$ を以下のように定義できる．

$$\tilde{\beta} \equiv \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_r \end{bmatrix} = \Lambda' \Lambda^{-1} = \Lambda^{-1} \Lambda' = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\alpha'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{\alpha'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}'} \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

3.2.3 光線基本 4 元ベクトル

基準軸に垂直な光学平面において、光線の通過する位置と光線の進行する角度を指定して光線を表現することを考える．一般に、光線は基準軸 (x 軸) を含む断面内にあるとは限らない．そのため、基準軸を含む xy 断面と zx 断面に射影した光線を取り扱うことで、光学平面における光線を表現する．具体的には、

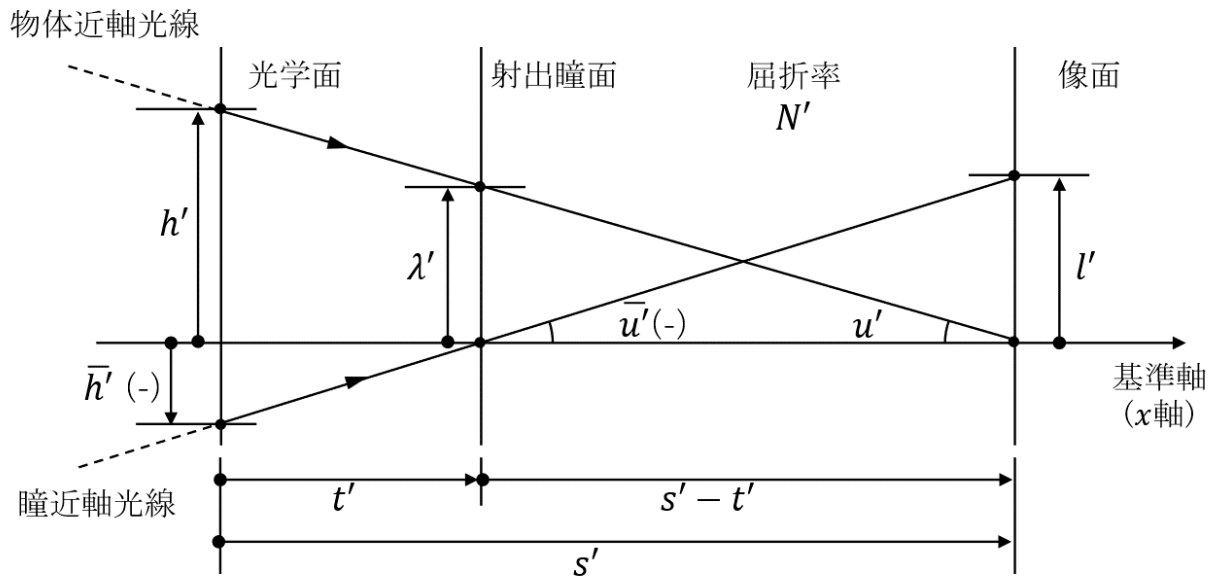


Fig. 3.13 射出側における，物体近軸光線・瞳近軸光線と尺度単位の関係

- xy 断面に射影した光線が光学平面を通過する光線高さ h_y と， xy 断面に射影した光線の角度の正接成分である光線傾角 α_y
- zx 断面に射影した光線が光学平面を通過する光線高さ h_z と， zx 断面に射影した光線の角度の正接成分である光線傾角 α_z

を用いて光線を表す．これらの成分で構成された 4 元ベクトルを光線基本 4 元ベクトルと呼ぶ [31]．

光線基本 4 元ベクトルと光線通過点 4 元ベクトルは，どちらも光線表現手法という意味で同じである．しかし，収差解析の観点において，2 種類の 4 元ベクトルは異なる特徴を持つ．光線基本 4 元ベクトルは，収差発生の原因となる光学系固有の量を解析する際に有効である．例えば，共軸回転対称光学系のガウス行列は，入射側の光線高さと光線傾角を射出側に写像する行列であるが，このガウス行列によって，焦点距離や主要点といった光学系固有の量を解析できる．一方，光線通過点 4 元ベクトルは，物体面と入射瞳面または像面と射出瞳面の座標値を用いた光線表現である．故に，光線通過点 4 元ベクトルは，物体結像および瞳結像の収差表現に有効であり，結像特性と直結した収差解析に適している．これら 2 種類の 4 元ベクトルを使い分けることで，光学系の収差を見通しよく解析できる．

入射側の光線基本 4 元ベクトル

xy 断面に射影した光線と入射側の光学面，入射瞳面，物体面の関係と， zx 断面に射影した光線と入射側の光学面，入射瞳面，物体面の関係を図 3.14 に示す．図から，入射側の光線基本 4 元ベ

クトルは以下のように定義できる。

$$\vec{I} \equiv \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{sR_y - tY}{s-t} \\ \frac{sR_z - tZ}{s-t} \\ \frac{N(R_y - Y)}{s-t} \\ \frac{N(R_z - Z)}{s-t} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

共軸回転対称光学系の場合、 h_y と h_z 、 α_y と α_z は同じ値になるため、 h_y, α_y と h_z, α_z を区別する必要はない。式 (3.28) は Off-Axial 光学系への拡張となっている。

光線通過点 4 元ベクトルと同様に、光線基本 4 元ベクトルを極座標で表すことを考える。収差係数は極座標系での係数なので、光線基本収差係数を定義するときに必要な。図 3.15 と図 3.16 に直交座標成分と極座標成分の関係を示す。入射側の光学面における光線高さ（光学面の光線通過点と基準軸の光線通過点との距離）を H 、そのアジムスを ι とする。入射側の光学面における光線傾角を A 、そのアジムスを τ とする。このとき、式 (3.28) は以下のようにかける。

$$\vec{I} \equiv \begin{bmatrix} H \cos \iota \\ H \sin \iota \\ A \cos \tau \\ A \sin \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{sR_y - tY}{s-t} \\ \frac{sR_z - tZ}{s-t} \\ \frac{N(R_y - Y)}{s-t} \\ \frac{N(R_z - Z)}{s-t} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

入射側の光学面における光線高さ H とそのアジムス ι 、光線傾角 A とそのアジムス τ は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} H &= \sqrt{h_y^2 + h_z^2} = \frac{\sqrt{(sR_y - tY)^2 + (sR_z - tZ)^2}}{s-t} \\ \iota &= \tan^{-1} \left(\frac{h_y}{h_z} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{sR_z - tZ}{sR_y - tY} \right) \\ &= \sin^{-1} \left(\frac{h_z}{H} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{sR_z - tZ}{\sqrt{(sR_y - tY)^2 + (sR_z - tZ)^2}} \right) \\ &= \cos^{-1} \left(\frac{h_y}{H} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{sR_y - tY}{\sqrt{(sR_y - tY)^2 + (sR_z - tZ)^2}} \right) \\ A &= \sqrt{\alpha_y^2 + \alpha_z^2} = \frac{N\sqrt{(R_y - Y)^2 + (R_z - Z)^2}}{s-t} \\ \tau &= \tan^{-1} \left(\frac{\alpha_y}{\alpha_z} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{R_z - Z}{R_y - Y} \right) \\ &= \sin^{-1} \left(\frac{\alpha_z}{A} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{R_z - Z}{\sqrt{(R_y - Y)^2 + (R_z - Z)^2}} \right) \\ &= \cos^{-1} \left(\frac{\alpha_y}{A} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{R_y - Y}{\sqrt{(R_y - Y)^2 + (R_z - Z)^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} &= \sin^{-1} \left(\frac{\alpha_z}{A} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{R_z - Z}{\sqrt{(R_y - Y)^2 + (R_z - Z)^2}} \right) \\ &= \cos^{-1} \left(\frac{\alpha_y}{A} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{R_y - Y}{\sqrt{(R_y - Y)^2 + (R_z - Z)^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

光線の進行方向の表現は光線傾角だけでなく、光学的方向余弦を用いたほうが都合の良い場合もある。点アイコナールの性質により、点アイコナールの微分から光学的方向余弦を求められるし、光線追跡は光学的方向余弦を計算するためである。本論文では光学的方向余弦を使った場合の解析について言及しないが、光線傾角と光学的方向余弦の関係を以下に記載する。

屈折率 N の空間の入射側の光線的光学方向余弦の x 成分、 y 成分、 z 成分をそれぞれ Nl, Nm, Nn とする。この 3 成分はそれぞれ独立ではなく以下の関係が成り立つ。

$$Nl^2 + Nm^2 + Nn^2 = N^2 \quad (3.32)$$

光線傾角 α_y と α_z の定義から以下の関係が成り立つ．光学的方向余弦を与えれば光線傾角が求まる．

$$\begin{aligned}\alpha_y &= \frac{Nm}{l} \\ \alpha_z &= \frac{Nn}{l}\end{aligned}\tag{3.33}$$

また，式 (3.32) と式 (3.33) から以下の関係が成り立つ．光線傾角を与えれば光学的方向余弦が求まる．

$$\begin{aligned}Nl &= \frac{N}{\sqrt{1 - \frac{1}{N^2}(\alpha_y^2 + \alpha_z^2)}} \\ Nm &= l\alpha_y = \frac{\alpha_y}{\sqrt{1 - \frac{1}{N^2}(\alpha_y^2 + \alpha_z^2)}} \\ Nn &= l\alpha_z = \frac{\alpha_z}{\sqrt{1 - \frac{1}{N^2}(\alpha_y^2 + \alpha_z^2)}}\end{aligned}\tag{3.34}$$

光線の進行方向を光学的方向余弦で表した場合の，入射側の光線基本 4 元ベクトル \vec{I}^* は以下のようにかける．

$$\vec{I}^* \equiv \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ Nm \\ Nn \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \frac{\alpha_y}{\sqrt{1 - \frac{1}{N^2}(\alpha_y^2 + \alpha_z^2)}} \\ \frac{\alpha_z}{\sqrt{1 - \frac{1}{N^2}(\alpha_y^2 + \alpha_z^2)}} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \left\{ 1 - \frac{1}{2N^2}(\alpha_y^2 + \alpha_z^2) \right\} \\ \alpha_z \left\{ 1 - \frac{1}{2N^2}(\alpha_y^2 + \alpha_z^2) \right\} \end{bmatrix}\tag{3.35}$$

3 次までの収差を解析する場合，式 (3.35) に記載の 3 次までの近似式を使用すればよい．

射出側の光線基本 4 元ベクトル

xy 断面に射影した光線と射出側の光学面，射出瞳面，像面の関係と， zx 断面に射影した光線と射出側の光学面，射出瞳面，像面の関係を図 3.17 に示す．図から，射出側の光線基本 4 元ベクトルは以下のように定義できる．

$$\vec{I}' \equiv \begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s'R'_y - t'Y'}{s' - t'} \\ \frac{s'R'_z - t'Z'}{s' - t'} \\ \frac{N'(R'_y - Y')}{s' - t'} \\ \frac{N'(R'_z - Z')}{s' - t'} \end{bmatrix}\tag{3.36}$$

共軸回転対称光学系の場合， h'_y と h'_z ， α'_y と α'_z は同じ値になるため， h'_y, α'_y と h'_z, α'_z を区別する必要はない．式 (3.36) は Off-Axial 光学系への拡張となっている．

光線通過点 4 元ベクトルと同様に，光線基本 4 元ベクトルを極座標で表すことを考える．収差係数は極座標系での係数なので，光線基本収差係数を定義するときに必要な．図 3.18 と図 3.19 に直交座標成分と極座標成分の関係を示す．射出側の光学面における光線高さ（光学面の光線通過点と基準軸の光線通過点との距離）を H' ，そのアジムスを ι' とする．射出側の光学面における光

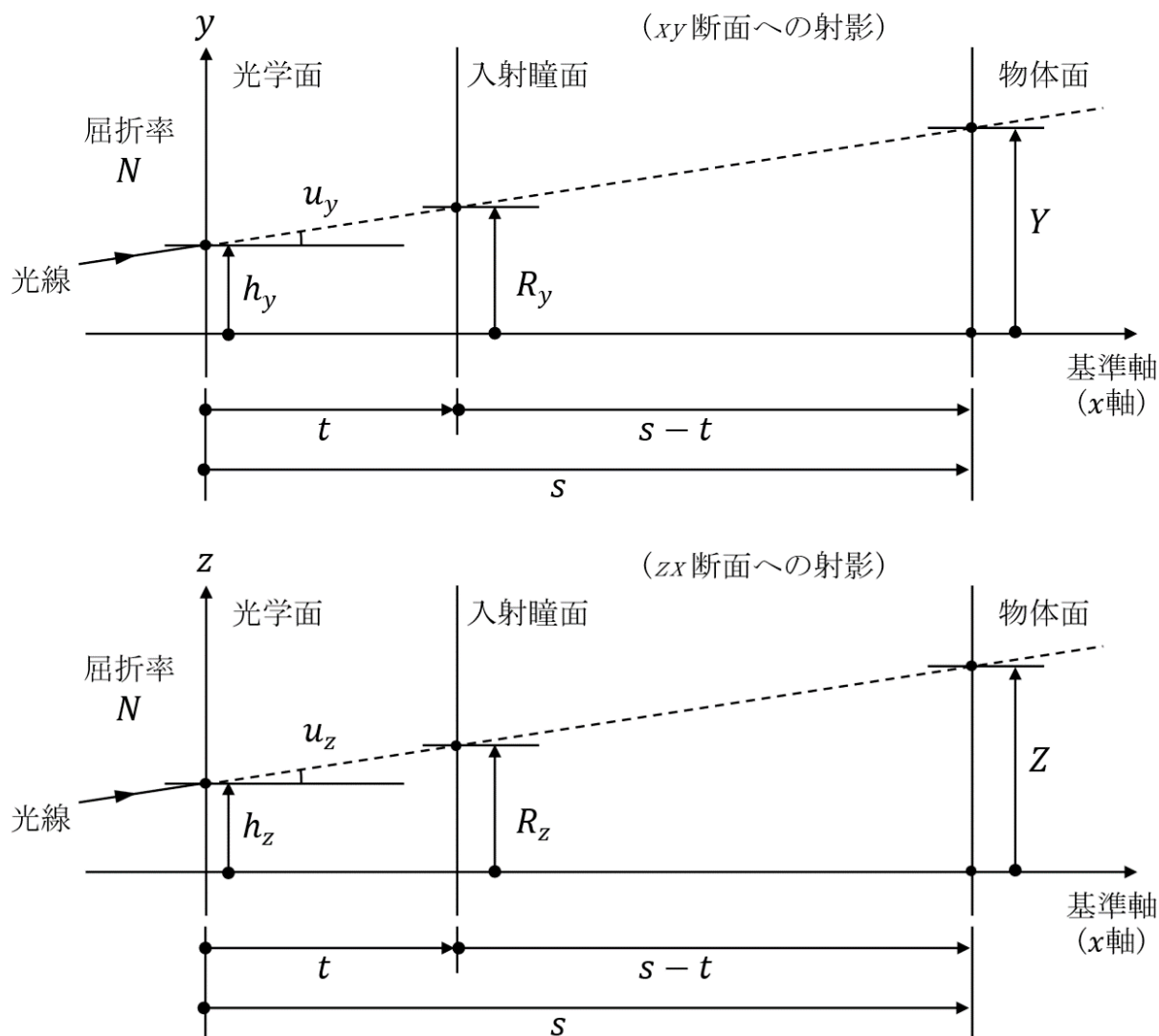


Fig. 3.14 入射側の光線基本 4 元ベクトルの成分

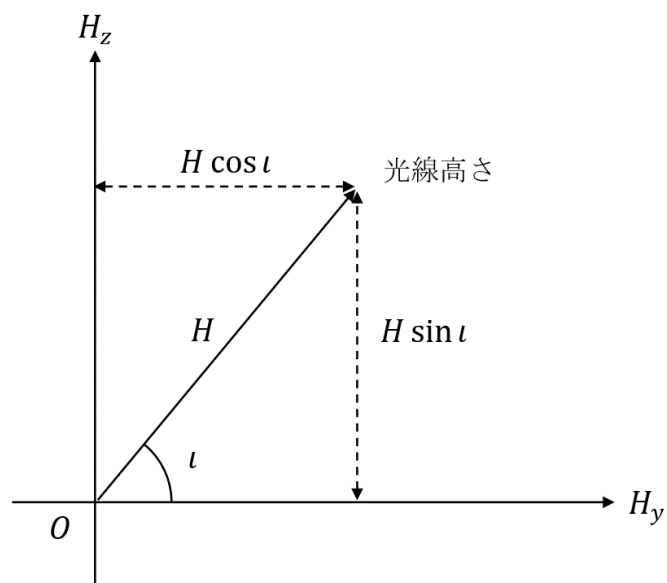


Fig. 3.15 光学平面における入射側の光線高さの成分分解

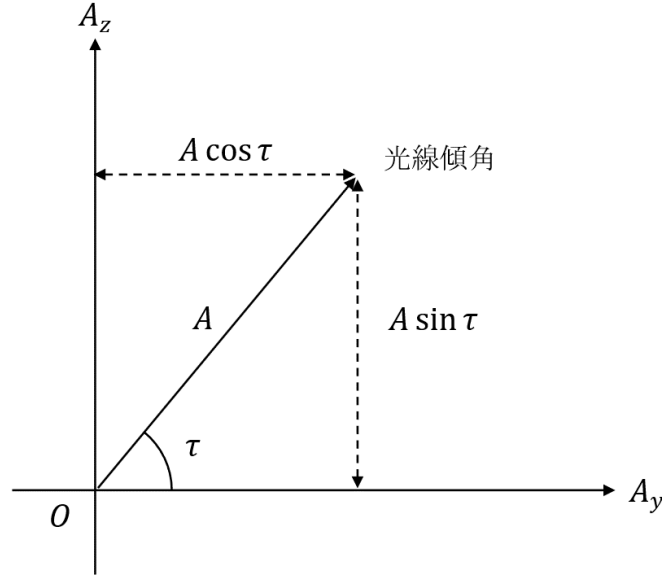


Fig. 3.16 光学平面における入射側の光線傾角の成分分解

線傾角を A' ，そのアジムスを τ' とする．このとき，式 (3.36) は以下のようにかける．

$$\vec{I} \equiv \begin{bmatrix} H' \cos \iota' \\ H' \sin \iota' \\ A' \cos \tau' \\ A' \sin \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s' R'_y - t' Y'}{s' - t'} \\ \frac{s' R'_z - t' Z'}{s' - t'} \\ \frac{N' (R'_y - Y')}{s' - t'} \\ \frac{N' (R'_z - Z')}{s' - t'} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

射出側の光学面における光線高さ H' とそのアジムス ι' ，光線傾角 A' とそのアジムス τ' は以下のように求められる．

$$\begin{aligned} H' &= \sqrt{h'^2_y + h'^2_z} = \frac{\sqrt{(s' R'_y - t' Y')^2 + (s' R'_z - t' Z')^2}}{s' - t'} \\ \iota' &= \tan^{-1} \left(\frac{h'_y}{h'_z} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{s' R'_z - t' Z'}{s' R'_y - t' Y'} \right) \\ &= \sin^{-1} \left(\frac{h'_z}{H'} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{s' R'_z - t' Z'}{\sqrt{(s' R'_y - t' Y')^2 + (s' R'_z - t' Z')^2}} \right) \\ &= \cos^{-1} \left(\frac{h'_y}{H'} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{s' R'_y - t' Y'}{\sqrt{(s' R'_y - t' Y')^2 + (s' R'_z - t' Z')^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned}
A' &= \sqrt{\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2} = \frac{N' \sqrt{(R_y' - Y')^2 + (R_z' - Z')^2}}{s' - t'} \\
\tau' &= \tan^{-1} \left(\frac{\alpha_y'}{\alpha_z'} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{R_z' - Z'}{R_y' - Y'} \right) \\
&= \sin^{-1} \left(\frac{\alpha_z'}{A'} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{R_z' - Z'}{\sqrt{(R_y' - Y')^2 + (R_z' - Z')^2}} \right) \\
&= \cos^{-1} \left(\frac{\alpha_y'}{A'} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{R_y' - Y'}{\sqrt{(R_y' - Y')^2 + (R_z' - Z')^2}} \right)
\end{aligned} \tag{3.39}$$

光線の進行方向の表現は光線傾角だけでなく、光学的方向余弦を用いたほうが都合の良い場合もある。点アイコナールの性質により、点アイコナールの微分から光学的方向余弦を求められるし、光線追跡は光学的方向余弦を計算するためである。本論文では光学的方向余弦を使った場合の解析について言及しないが、光線傾角と光学的方向余弦の関係を以下に記載する。

屈折率 N' の空間の射出側の光線の方向余弦の x 成分, y 成分, z 成分をそれぞれ $N'l', N'm', N'n'$ とする。この 3 成分はそれぞれ独立ではなく以下の関係が成り立つ。

$$N'^2 l'^2 + N'^2 m'^2 + N'^2 n'^2 = N'^2 \tag{3.40}$$

光線傾角 α_y' と α_z' の定義から以下の関係が成り立つ。光学的方向余弦を与えれば光線傾角が求まる。

$$\begin{aligned}
\alpha_y' &= \frac{N'm'}{l'} \\
\alpha_z' &= \frac{N'n'}{l'}
\end{aligned} \tag{3.41}$$

また、式 (3.40) と式 (3.41) から以下の関係が成り立つ。光線傾角を与えれば光学的方向余弦が求まる。

$$\begin{aligned}
N'l' &= \frac{N'}{\sqrt{1 - \frac{1}{N'^2}(\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2)}} \\
N'm' &= l'\alpha_y' = \frac{\alpha_y'}{\sqrt{1 - \frac{1}{N'^2}(\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2)}} \\
N'n' &= l'\alpha_z' = \frac{\alpha_z'}{\sqrt{1 - \frac{1}{N'^2}(\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2)}}
\end{aligned} \tag{3.42}$$

光線の進行方向を光学的方向余弦で表した場合の、射出側の光線基本 4 元ベクトル $\vec{I}^{\star'}$ は以下のようにかける。

$$\vec{I}^{\star'} \equiv \begin{bmatrix} h_y' \\ h_z' \\ N'm' \\ N'n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_y' \\ h_z' \\ \frac{\alpha_y'}{\sqrt{1 - \frac{1}{N'^2}(\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2)}} \\ \frac{\alpha_z'}{\sqrt{1 - \frac{1}{N'^2}(\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2)}} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} h_y' \\ h_z' \\ \alpha_y' \left\{ 1 - \frac{1}{2N'^2}(\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2) \right\} \\ \alpha_z' \left\{ 1 - \frac{1}{2N'^2}(\alpha_y'^2 + \alpha_z'^2) \right\} \end{bmatrix} \tag{3.43}$$

3 次までの収差を解析する場合、式 (3.43) に記載の 3 次までの近似式を使用すればよい。

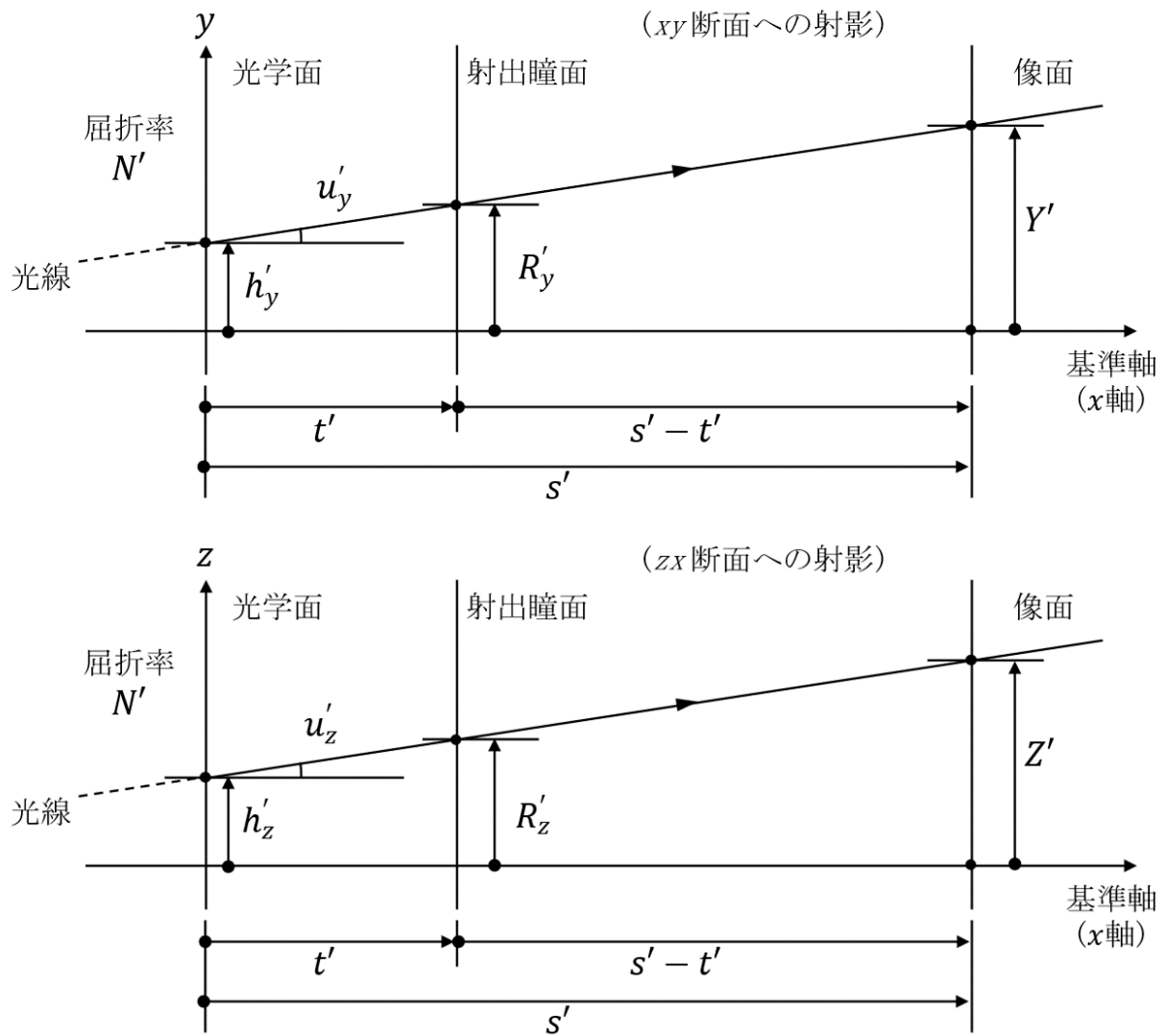


Fig. 3.17 射出側の光線基本4元ベクトルの成分

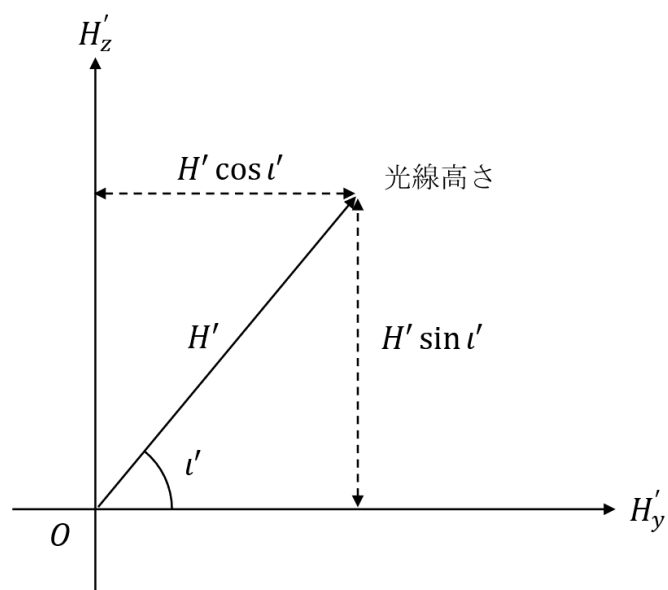


Fig. 3.18 光学平面における射出側の光線高さの成分分解

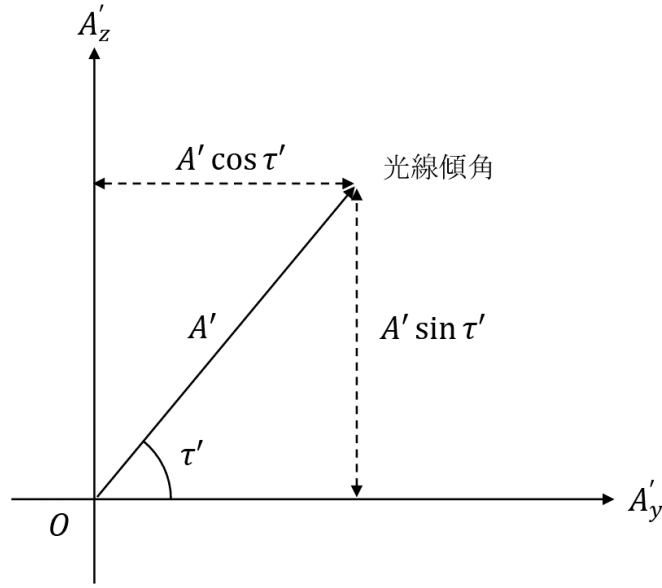


Fig. 3.19 光学平面における射出側の光線傾角の成分分解

3.2.4 4元ベクトルの関係式

光線通過点 4 元ベクトルと光線基本 4 元ベクトルの関係式を導出する．この 2 つの 4 元ベクトルは光線の表現方法という意味で同一であるため，互いの関係式を求めることができる．両者をつなぐものは光学平面から共役点までの距離，つまり物体結像と瞳結像の近軸追跡値であることを示す．

入射側の 4 元ベクトルの関係式

入射側の光線通過点 4 元ベクトルと光線基本 4 元ベクトルの関係式は，式 (3.28) に以下の式を代入することで求められる．

$$\begin{aligned}
 Y &= B \cos(\zeta + \xi) = \ell b \cos(\zeta + \xi) \\
 Z &= B \sin(\zeta + \xi) = \ell b \sin(\zeta + \xi) \\
 R_y &= R \cos(\eta + \xi) = \lambda r \cos(\eta + \xi) \\
 R_z &= R \sin(\eta + \xi) = \lambda r \sin(\eta + \xi)
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

代入した結果を以下に示す.

$$\begin{aligned}
\vec{I} &\equiv \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{sR_y - tY}{s-t} \\ \frac{sR_z - tZ}{s-t} \\ \frac{N(R_y - Y)}{s-t} \\ \frac{N(R_z - Z)}{s-t} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -\frac{t\ell}{s-t} \cos \xi & \frac{t\ell}{s-t} \sin \xi & \frac{s\lambda}{s-t} \cos \xi & -\frac{s\lambda}{s-t} \sin \xi \\ -\frac{t\ell}{s-t} \sin \xi & -\frac{t\ell}{s-t} \cos \xi & \frac{s\lambda}{s-t} \sin \xi & \frac{s\lambda}{s-t} \cos \xi \\ -\frac{N\ell}{s-t} \cos \xi & \frac{N\ell}{s-t} \sin \xi & \frac{N\lambda}{s-t} \cos \xi & -\frac{N\lambda}{s-t} \sin \xi \\ -\frac{N\ell}{s-t} \sin \xi & -\frac{N\ell}{s-t} \cos \xi & \frac{N\lambda}{s-t} \sin \xi & \frac{N\lambda}{s-t} \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \cos \zeta \\ b \sin \zeta \\ r \cos \eta \\ r \sin \eta \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{h} \cos \xi & -\bar{h} \sin \xi & h \cos \xi & -h \sin \xi \\ \bar{h} \sin \xi & \bar{h} \cos \xi & h \sin \xi & h \cos \xi \\ \bar{\alpha} \cos \xi & -\bar{\alpha} \sin \xi & \alpha \cos \xi & -\alpha \sin \xi \\ \bar{\alpha} \sin \xi & \bar{\alpha} \cos \xi & \alpha \sin \xi & \alpha \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \cos \zeta \\ b \sin \zeta \\ r \cos \eta \\ r \sin \eta \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & h & 0 \\ 0 & \bar{h} & 0 & h \\ \bar{\alpha} & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & \bar{\alpha} & 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \cos \zeta \\ b \sin \zeta \\ r \cos \eta \\ r \sin \eta \end{bmatrix} \\
&= \tilde{J} \vec{p}
\end{aligned} \tag{3.45}$$

\tilde{J} は入射側の近軸追跡値行列である. $\vec{I} = \tilde{J} \vec{p}$ が入射側の光線基本 4 元ベクトルと光線通過点 4 元ベクトルを結ぶ関係式である.

入射側の近軸追跡値行列 \tilde{J} は, 近軸追跡値のみからなる行列と評価のアジムス ξ の回転を表す行列の積に分解できる. この行列が可換であることは以下の計算から確認できる.

$$\begin{aligned}
\tilde{J} &\equiv \begin{bmatrix} \bar{h} \cos \xi & -\bar{h} \sin \xi & h \cos \xi & -h \sin \xi \\ \bar{h} \sin \xi & \bar{h} \cos \xi & h \sin \xi & h \cos \xi \\ \bar{\alpha} \cos \xi & -\bar{\alpha} \sin \xi & \alpha \cos \xi & -\alpha \sin \xi \\ \bar{\alpha} \sin \xi & \bar{\alpha} \cos \xi & \alpha \sin \xi & \alpha \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & h & 0 \\ 0 & \bar{h} & 0 & h \\ \bar{\alpha} & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & \bar{\alpha} & 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & h & 0 \\ 0 & \bar{h} & 0 & h \\ \bar{\alpha} & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & \bar{\alpha} & 0 & \alpha \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

入射側の近軸追跡値行列 \tilde{J} の行列式は, 近軸追跡値で表現したヘルムホルツ・ラグランジュ不変量 \hat{H} を用いて以下のように表せる.

$$\det \tilde{J} = (\alpha \bar{h} - \bar{\alpha} h)^2 = \left(\frac{N\ell\lambda}{s-t} \right)^2 = \hat{H}^2 \tag{3.47}$$

通常, ヘルムホルツ・ラグランジュ不変量 \hat{H} を 1 として解析する. その場合, 行列式は 1 となる.

$\xi = 0$ の場合, 評価のアジムスの回転を表す行列は単位行列になる. 入射側の近軸追跡値行列は以下のように簡単にかける.

$$\xi = 0 \text{ のとき, } \tilde{J} = \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & h & 0 \\ 0 & \bar{h} & 0 & h \\ \bar{\alpha} & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & \bar{\alpha} & 0 & \alpha \end{bmatrix} \tag{3.48}$$

逆行列 \tilde{J}^{-1} を以下に示す.

$$\begin{aligned}
\tilde{J}^{-1} &= \frac{1}{\hat{H}} \begin{bmatrix} \alpha \cos \xi & \alpha \sin \xi & -h \cos \xi & -h \sin \xi \\ -\alpha \sin \xi & \alpha \cos \xi & h \sin \xi & -h \cos \xi \\ -\bar{\alpha} \cos \xi & -\bar{\alpha} \sin \xi & \bar{h} \cos \xi & \bar{h} \sin \xi \\ \bar{\alpha} \sin \xi & -\bar{\alpha} \cos \xi & -\bar{h} \sin \xi & \bar{h} \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\hat{H}} \begin{bmatrix} \alpha & 0 & -h & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & -h \\ -\bar{\alpha} & 0 & \bar{h} & 0 \\ 0 & -\bar{\alpha} & 0 & \bar{h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\hat{H}} \begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & 0 & -h & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & -h \\ -\bar{\alpha} & 0 & \bar{h} & 0 \\ 0 & -\bar{\alpha} & 0 & \bar{h} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.49}$$

入射側の光線通過点 4 元ベクトル \vec{p} は以下のように算出できる.

$$\vec{p} = \tilde{J}^{-1} \vec{I} \tag{3.50}$$

射出側の 4 元ベクトルの関係式

射出側の光線通過点 4 元ベクトルと光線基本 4 元ベクトルの関係式は, 式 (3.36) に以下の式を代入することで求められる.

$$\begin{aligned}
Y' &= B' \cos(\zeta' + \xi) = \ell' b' \cos(\zeta' + \xi) \\
Z' &= B' \sin(\zeta' + \xi) = \ell' b' \sin(\zeta' + \xi) \\
R'_y &= R' \cos(\eta' + \xi) = \lambda' r' \cos(\eta' + \xi) \\
R'_z &= R' \sin(\eta' + \xi) = \lambda' r' \sin(\eta' + \xi)
\end{aligned} \tag{3.51}$$

代入した結果を以下に示す.

$$\begin{aligned}
\vec{I}' &\equiv \begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s' R'_y - t' Y'}{s' - t'} \\ \frac{s' R'_z - t' Z'}{s' - t'} \\ \frac{N' (R'_y - Y')}{s' - t'} \\ \frac{N' (R'_z - Z')}{s' - t'} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -\frac{t' \ell'}{s' - t'} \cos \xi & \frac{t' \ell'}{s' - t'} \sin \xi & \frac{s' \lambda'}{s' - t'} \cos \xi & -\frac{s' \lambda'}{s' - t'} \sin \xi \\ -\frac{t' \ell'}{s' - t'} \sin \xi & -\frac{t' \ell'}{s' - t'} \cos \xi & \frac{s' \lambda'}{s' - t'} \sin \xi & \frac{s' \lambda'}{s' - t'} \cos \xi \\ -\frac{N' \ell'}{s' - t'} \cos \xi & \frac{N' \ell'}{s' - t'} \sin \xi & -\frac{N' \lambda'}{s' - t'} \cos \xi & \frac{N' \lambda'}{s' - t'} \sin \xi \\ -\frac{N' \ell'}{s' - t'} \sin \xi & -\frac{N' \ell'}{s' - t'} \cos \xi & \frac{N' \lambda'}{s' - t'} \sin \xi & \frac{N' \lambda'}{s' - t'} \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b' \cos \zeta' \\ b' \sin \zeta' \\ r' \cos \eta' \\ r' \sin \eta' \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{h}' \cos \xi & -\bar{h}' \sin \xi & h' \cos \xi & -h' \sin \xi \\ \bar{h}' \sin \xi & \bar{h}' \cos \xi & h' \sin \xi & h' \cos \xi \\ \bar{\alpha}' \cos \xi & -\bar{\alpha}' \sin \xi & \alpha' \cos \xi & -\alpha' \sin \xi \\ \bar{\alpha}' \sin \xi & \bar{\alpha}' \cos \xi & \alpha' \sin \xi & \alpha' \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b' \cos \zeta' \\ b' \sin \zeta' \\ r' \cos \eta' \\ r' \sin \eta' \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{h}' & 0 & h' & 0 \\ 0 & \bar{h}' & 0 & h' \\ \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' & 0 \\ 0 & \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b' \cos \zeta' \\ b' \sin \zeta' \\ r' \cos \eta' \\ r' \sin \eta' \end{bmatrix} \\
&= \tilde{J}' \vec{p}'
\end{aligned} \tag{3.52}$$

\tilde{J}' は射出側の近軸追跡値行列である． $\vec{I}' = \tilde{J}' \vec{p}'$ が射出側の光線基本 4 元ベクトルと光線通過点 4 元ベクトルを結ぶ関係式である．

射出側の近軸追跡値行列 \tilde{J}' は，近軸追跡値のみからなる行列と評価のアジムス ξ の回転を表す行列の積に分解できる．この行列が可換であることは以下の計算から確認できる．

$$\begin{aligned}
\tilde{J}' &\equiv \begin{bmatrix} \bar{h}' \cos \xi & -\bar{h}' \sin \xi & h' \cos \xi & -h' \sin \xi \\ \bar{h}' \sin \xi & \bar{h}' \cos \xi & h' \sin \xi & h' \cos \xi \\ \bar{\alpha}' \cos \xi & -\bar{\alpha}' \sin \xi & \alpha' \cos \xi & -\alpha' \sin \xi \\ \bar{\alpha}' \sin \xi & \bar{\alpha}' \cos \xi & \alpha' \sin \xi & \alpha' \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{h}' & 0 & h' & 0 \\ 0 & \bar{h}' & 0 & h' \\ \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' & 0 \\ 0 & \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{h}' & 0 & h' & 0 \\ 0 & \bar{h}' & 0 & h' \\ \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' & 0 \\ 0 & \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.53}$$

射出側の近軸追跡値行列 \tilde{J}' の行列式は，近軸追跡値で表現したヘルムホルツ・ラグランジュ不変量 \hat{H} を用いて以下のように表せる．

$$\det \tilde{J}' = (\alpha' \bar{h}' - \bar{\alpha}' h')^2 = \left(\frac{N' \ell' \lambda'}{s' - t'} \right)^2 = \hat{H}^2 \tag{3.54}$$

通常，ヘルムホルツ・ラグランジュ不変量 \hat{H} を 1 として解析する．その場合，行列式は 1 となる．

$\xi = 0$ の場合，評価のアジムスの回転を表す行列は単位行列になる．射出側の近軸追跡値行列は以下のように簡単にかける．

$$\xi = 0 \text{ のとき, } \tilde{J}' = \begin{bmatrix} \bar{h}' & 0 & h' & 0 \\ 0 & \bar{h}' & 0 & h' \\ \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' & 0 \\ 0 & \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

逆行列 \tilde{J}'^{-1} を以下に示す．

$$\begin{aligned}
\tilde{J}'^{-1} &= \frac{1}{\hat{H}} \begin{bmatrix} \alpha' \cos \xi & \alpha' \sin \xi & -h' \cos \xi & -h' \sin \xi \\ -\alpha' \sin \xi & \alpha' \cos \xi & h' \sin \xi & -h' \cos \xi \\ -\bar{\alpha}' \cos \xi & -\bar{\alpha}' \sin \xi & \bar{h}' \cos \xi & \bar{h}' \sin \xi \\ \bar{\alpha}' \sin \xi & -\bar{\alpha}' \cos \xi & -\bar{h}' \sin \xi & \bar{h}' \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\hat{H}} \begin{bmatrix} \alpha' & 0 & -h' & 0 \\ 0 & \alpha' & 0 & -h' \\ -\bar{\alpha}' & 0 & \bar{h}' & 0 \\ 0 & -\bar{\alpha}' & 0 & \bar{h}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\hat{H}} \begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha' & 0 & -h' & 0 \\ 0 & \alpha' & 0 & -h' \\ -\bar{\alpha}' & 0 & \bar{h}' & 0 \\ 0 & -\bar{\alpha}' & 0 & \bar{h}' \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.56}$$

射出側の光線通過点 4 元ベクトル \vec{p}' は以下のように算出できる．

$$\vec{p}' = \tilde{J}'^{-1} \vec{I}' \tag{3.57}$$

3.3 4元ベクトルによる収差表現：光線基本4元収差の導入

3.3.1 光線通過点4元収差

光線通過点4元ベクトルを使うと収差を4元ベクトルで表現できる．光線通過点4元ベクトルを用いて表した収差を光線通過点4元収差とする．光線通過点4元収差を以下のように定義する．

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Delta P} &\equiv \begin{bmatrix} \Delta P_{\parallel} \\ \Delta P_{\perp} \\ \Delta P_{r\parallel} \\ \Delta P_{r\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B' \cos \zeta' - \beta B \cos \zeta \\ B' \sin \zeta' - \beta B \sin \zeta \\ R' \cos \eta' - \beta_r R \cos \eta \\ R' \sin \eta' - \beta_r R \sin \eta \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} B' \cos \zeta' \\ B' \sin \zeta' \\ R' \cos \eta' \\ R' \sin \eta' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \cos \zeta \\ B \sin \zeta \\ R \cos \eta \\ R \sin \eta \end{bmatrix} \\
 &= \vec{P}' - \tilde{\beta} \vec{P}
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

式(3.58)の第1成分 ΔP_{\parallel} と第2成分 ΔP_{\perp} は物体結像の収差である． ΔP_{\parallel} は評価のアジマスに平行な収差成分であり， ΔP_{\perp} は評価のアジマスに垂直な収差成分である．第3成分 $\Delta P_{r\parallel}$ と第4成分 $\Delta P_{r\perp}$ は瞳結像の収差である． $\Delta P_{r\parallel}$ は評価のアジマスに平行な瞳結像の収差成分であり， $\Delta P_{r\perp}$ は評価のアジマスに垂直な瞳結像の収差成分である．図3.20に物体結像の収差を，評価のアジマスの平行な成分と垂直な成分に分解した様子を示す．

式(3.58)を尺度単位行列を用いて整理すると，以下のように書ける．

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Delta P} &= \vec{P}' - \tilde{\beta} \vec{P} \\
 &= \tilde{\Lambda}' \vec{p}' - \tilde{\Lambda}' \tilde{\Lambda}^{-1} \tilde{\Lambda} \vec{p} = \tilde{\Lambda}' (\vec{p}' - \vec{p})
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

式(3.59)に表れる $\vec{p}' - \vec{p}$ は換算座標で表した光線通過点4元収差である．換算座標で表した光線通過点4元収差を以下のように定義する．

$$\overrightarrow{\Delta p} \equiv \begin{bmatrix} \Delta p_{\parallel} \\ \Delta p_{\perp} \\ \Delta p_{r\parallel} \\ \Delta p_{r\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b' \cos \zeta' - b \cos \zeta \\ b' \sin \zeta' - b \sin \zeta \\ r' \cos \eta' - r \cos \eta \\ r' \sin \eta' - r \sin \eta \end{bmatrix} = \vec{p}' - \vec{p} \tag{3.60}$$

今後，光線通過点4元収差と記述したときは，換算座標で表した光線通過点4元収差を意味するものとする．換算座標で表した光線通過点4元収差を用いたほうが，収差解析を見通しよく実施できる．

光線通過点4元収差から実寸座標の収差を求めるときは，式(3.59)からわかるように，光線通過点4元収差に射出側の尺度単位行列を乗算すればよい．尺度単位を近軸追跡値に繰り込んだ式(3.25)を用いれば，実寸座標の光線通過点4元収差は以下のように算出できる．

$$\overrightarrow{\Delta P} = \tilde{\Lambda}' \overrightarrow{\Delta p} = \hat{H} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\alpha'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\alpha'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta p_{\parallel} \\ \Delta p_{\perp} \\ \Delta p_{r\parallel} \\ \Delta p_{r\perp} \end{bmatrix} \tag{3.61}$$

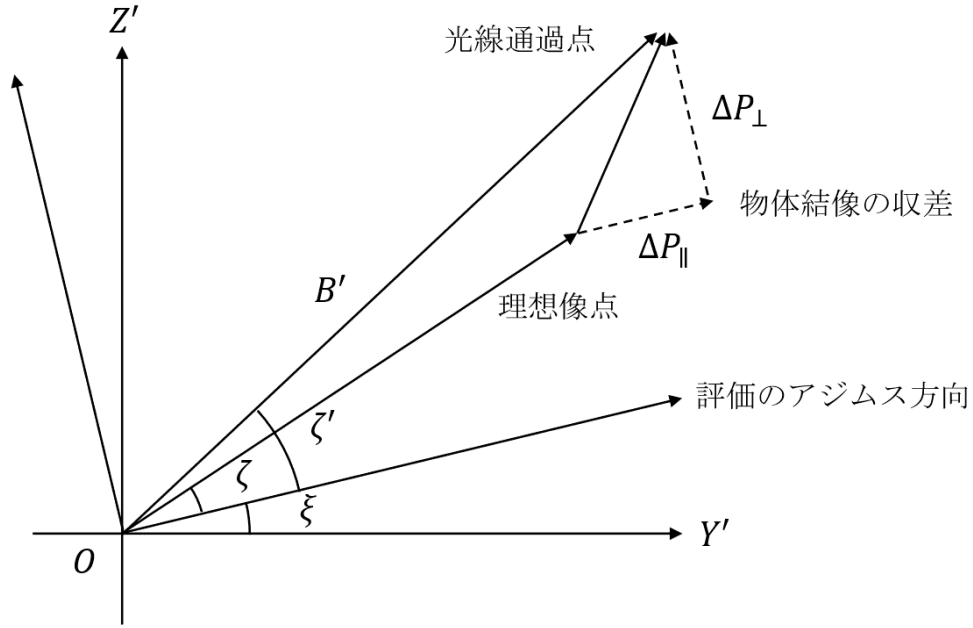


Fig. 3.20 評価のアジムス方向における物体結像の収差の成分分解

3.3.2 光線基本 4 元収差

光線基本 4 元ベクトルに対して光線基本 4 元収差を導入する．光線通過点 4 元収差は，像面と射出瞳面における理想結像からの収差であり，従来の収差概念と一致している．一方，光線基本 4 元収差は，光学面における理想光線からの光線高さと傾角の誤差（広義の収差）を議論することになる．光線基本 4 元収差は，結像状態の収差概念ではないが，光学面における理想光線からの収差も広義の収差として捉え，収差論体系を整備する．光線通過点 4 元収差と光線基本 4 元収差の関係を考察することが，本論文の重要な部分である．

共役ガウス行列 \tilde{Q}

共役ガウス行列 \tilde{Q} は収差を評価する面をどのように決定するかを考えるうえで必須な概念である．共役関係とはどのような関係か改めて考えると，「点光源の物点」から射出した光線の一部分が，光学系を介して「点光源の像点」を形成する関係だと言える．この関係を考える必要があるのは，光学系が与えられたとき，その収差を評価する面を定義できるようにするためである．共役関係は理想結像の関係として決定される．図 3.21 にその説明図を示す．

したがって，物点と入射瞳位置を表す入射側の近軸追跡値行列 \tilde{J} と，像点と射出瞳位置を表す射出側の近軸追跡値行列 \tilde{J}' は，以下の関係式 $\tilde{J}' = \tilde{Q}\tilde{J}$ で結ばれる必要がある．

$$\tilde{J}' = \begin{bmatrix} \bar{h}' & 0 & h' & 0 \\ 0 & \bar{h}' & 0 & h' \\ \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' & 0 \\ 0 & \bar{\alpha}' & 0 & \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & B & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ C & 0 & D & 0 \\ 0 & C & 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & h & 0 \\ 0 & \bar{h} & 0 & h \\ \bar{\alpha} & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & \bar{\alpha} & 0 & \alpha \end{bmatrix} = \tilde{Q}\tilde{J} \quad (3.62)$$

ここで， \tilde{Q} を共役ガウス行列とする．式 (3.62) からわかるように，共役関係を決定する共役ガウス行列 \tilde{Q} は，いわゆる 2 行 2 列の ABCD 行列，共軸回転対称光学系のガウス行列 \tilde{G}_{rot} と同じ形式である必要がある．共軸回転対称光学系を解析する場合，共役ガウス行列 \tilde{Q} と共軸回転対称光学

系のガウス行列 \tilde{G}_{rot} は一致する形でとれる．そのためこの場合，共役ガウス行列を意識する必要はなかった．

しかし，Off-Axial 光学系のガウス行列は一般に，4 行 4 列のガウス行列 \tilde{G} になる．回転対称的な結像になっていなければ，4 行 4 列のガウス行列 \tilde{G} を 2 行 2 列のガウス行列 \tilde{G}_{rot} に縮退することはできない．したがって，Off-Axial 光学系を解析する場合，共役ガウス行列 \tilde{Q} とガウス行列 \tilde{G} を明確に区別して議論する必要がある．

再度，数式的に \tilde{Q} の形式を確認する．そのために， $\tilde{Q} = \tilde{J}'\tilde{J}^{-1}$ を計算すると以下ようになる．

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} \bar{h}'\alpha - h'\bar{\alpha} & 0 & -\bar{h}'h + h'\bar{h} & 0 \\ 0 & \bar{h}'\alpha - h'\bar{\alpha} & 0 & -\bar{h}'h + h'\bar{h} \\ \bar{\alpha}'\alpha - \alpha'\bar{\alpha} & 0 & -\bar{\alpha}'h + \alpha'\bar{h} & 0 \\ 0 & \bar{\alpha}'\alpha - \alpha'\bar{\alpha} & 0 & -\bar{\alpha}'h + \alpha'\bar{h} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A & 0 & B & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ C & 0 & D & 0 \\ 0 & C & 0 & D \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

この結果からも共役ガウス行列 \tilde{Q} は，共軸回転対称光学系のガウス行列 \tilde{G}_{rot} と同じ形式であることが確認できる．

以上の考察から，Off-Axial 光学系の共役関係は，共役ガウス行列 \tilde{Q} の 4 成分 A, B, C, D から決定することになる．共役ガウス行列 \tilde{Q} と，共軸回転対称光学系のガウス行列 \tilde{G}_{rot} は同じ形式であるため，共軸回転対称光学系と同様に，Off-Axial 光学系の共役関係の結像式は以下の式で与えられる．

$$\begin{aligned} \frac{N'_k A}{s'_k} - \frac{N_1 D}{s_1} + \frac{N'_k N_1 B}{s'_k s_1} &= C \\ \frac{N'_k A}{t'_k} - \frac{N_1 D}{t_1} + \frac{N'_k N_1 B}{t'_k t_1} &= C \end{aligned} \quad (3.64)$$

ここで， N_1 は入射空間の屈折率， s_1 は第 1 光学面と物体面との光軸上の距離， t_1 は第 1 光学面と入射瞳面との光軸上の距離， N'_k は射出空間の屈折率， s'_k は最終 (第 k) 光学面と像面との光軸上の距離， t'_k は最終 (第 k) 光学面と射出瞳面との光軸上の距離である．

また， s_1, t_1, s'_k, t'_k のかわりに， $\alpha_1, h_1, \alpha'_k, h'_k, \bar{\alpha}_1, \bar{h}_1, \bar{\alpha}'_k, \bar{h}'_k$ を使って上式を書き直せば以下のように表現できる．

$$\begin{aligned} \alpha'_k h_1 A - \alpha_1 h'_k D + \alpha_1 \alpha'_k B &= h_1 h'_k C \\ \bar{\alpha}'_k \bar{h}_1 A - \bar{\alpha}_1 \bar{h}'_k D + \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}'_k B &= \bar{h}_1 \bar{h}'_k C \end{aligned} \quad (3.65)$$

共役ガウス行列 \tilde{Q} の 4 成分 A, B, C, D を具体的に求めるには，4 行 4 列のガウス行列 \tilde{G} からの射影変換として確定させる必要がある．この方法は後述の近軸論に記載する．

光線基本 4 元収差の定義と 4 元収差の関係式

光線表現として光線通過点 4 元ベクトルと光線基本 4 元ベクトルがあり，その関係式を求めることができた．同様に，収差表現にも光線通過点 4 元収差と光線基本 4 元ベクトルを使って定義できる光線基本 4 元収差なるものがあり，その関係式を求められるはずである．光線基本 4 元収差と 2 種類の収差表現の関係式を明らかにするために，これまでに得られた 4 元ベクトルの関係式 (3.45), (3.52) と共役関係を定める式 (3.62) を使って，光線通過点 4 元収差の発生要因を考える．

4 元ベクトルの関係式と共役関係を定める式を使えば，光線通過点 4 元収差の式 (3.60) は以下の

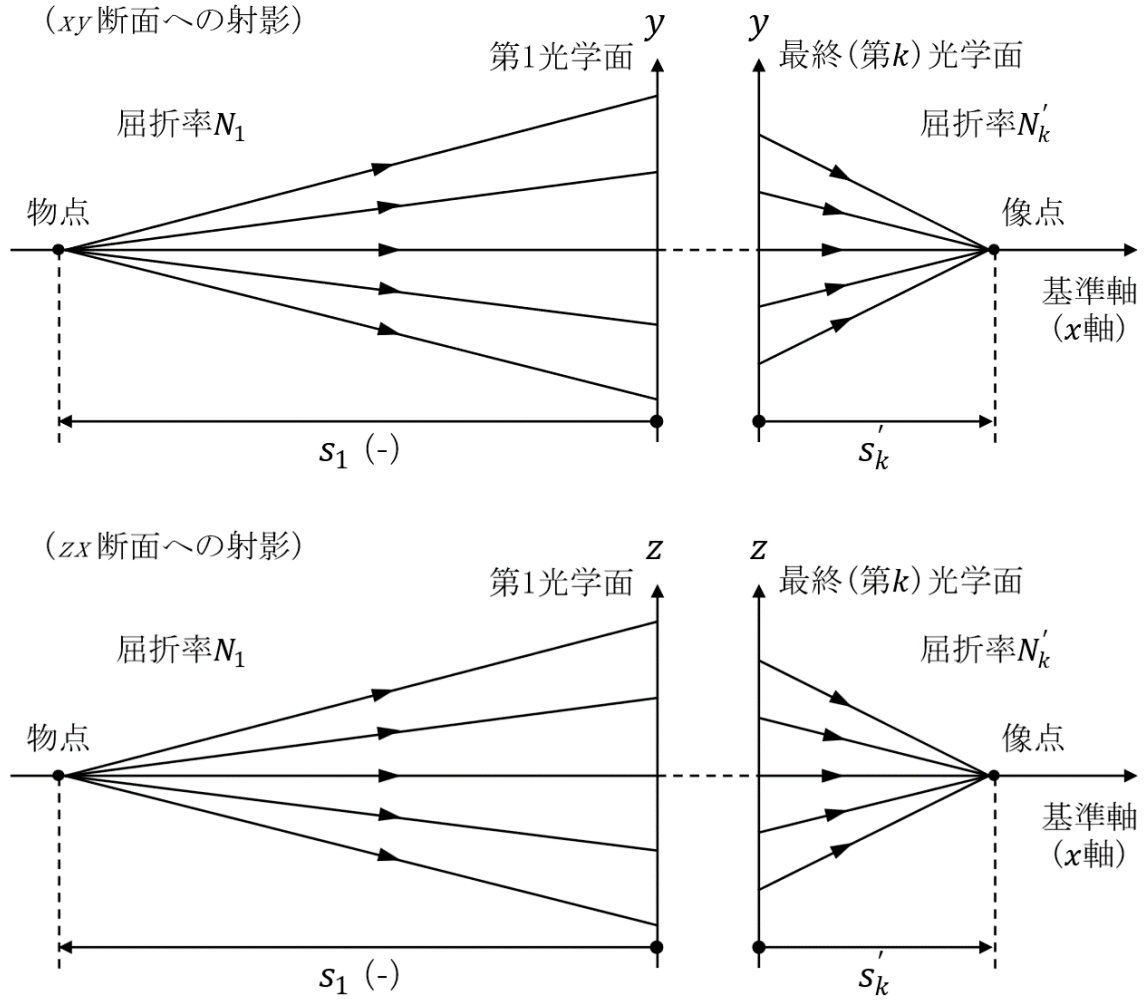


Fig. 3.21 共役関係の説明図

ように変形できる.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Delta p} &= \vec{p}' - \vec{p} = \tilde{J}'^{-1} \vec{I}' - \tilde{J}^{-1} \vec{I} \\
 &= \tilde{J}'^{-1} \vec{I}' - \tilde{J}'^{-1} \tilde{Q} \vec{I} \\
 &= \tilde{J}'^{-1} (\vec{I}' - \tilde{Q} \vec{I})
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

また, 以下のようにも変形できる.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Delta p} &= \vec{p}' - \vec{p} = \tilde{J}'^{-1} \vec{I}' - \tilde{J}^{-1} \vec{I} \\
 &= \tilde{J}^{-1} \tilde{Q}^{-1} \vec{I}' - \tilde{J}^{-1} \vec{I} \\
 &= \tilde{J}^{-1} (\tilde{Q}^{-1} \vec{I}' - \vec{I})
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

光線通過点 4 元収差の発生要因を与える 2 種類の式 (3.66) と (3.67) について, それぞれ考察する.

はじめに, 式 (3.66) の $\overrightarrow{\Delta p} = \tilde{J}'^{-1} (\vec{I}' - \tilde{Q} \vec{I})$ を考える. 右辺にある $\vec{I}' - \tilde{Q} \vec{I}$ は, 光学系による光線の変換を通して収差の発生した射出光線 \vec{I}' から, 収差を発生させない共役関係を決める変換 \tilde{Q} を入射光線 \vec{I} に作用させた, 収差の無い理想射出光線 $\tilde{Q} \vec{I}$ を引いたことを意味している. 故に,

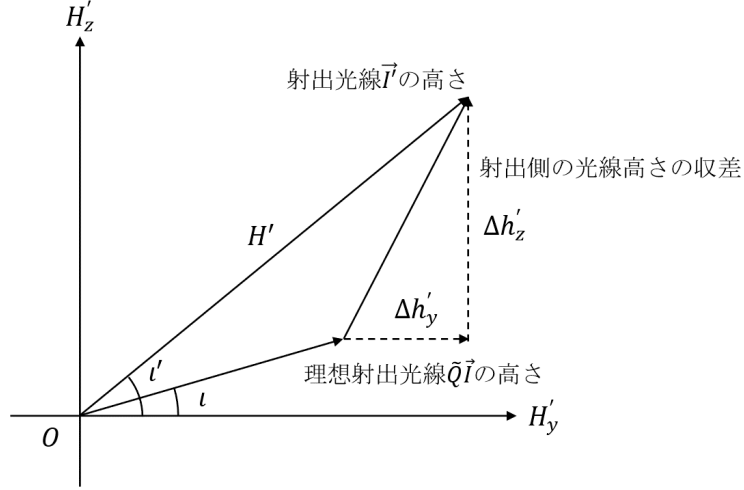


Fig. 3.22 射出側の光線基本 4 元収差，光線高さの収差の成分分解

$\vec{I}' - \tilde{Q}\vec{I}'$ を射出側の光線基本 4 元収差 $\overrightarrow{\Delta I'}$ として以下のように定義する．

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Delta I'} &\equiv \vec{I}' - \tilde{Q}\vec{I}' \\
 &= \begin{bmatrix} \Delta h'_y \\ \Delta h'_z \\ \Delta \alpha'_y \\ \Delta \alpha'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A & 0 & B & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ C & 0 & D & 0 \\ 0 & C & 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} h'_y - (Ah_y + B\alpha_y) \\ h'_z - (Ah_z + B\alpha_z) \\ \alpha'_y - (Ch_y + D\alpha_y) \\ \alpha'_z - (Ch_z + D\alpha_z) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.68}$$

式 (3.68) の第 1 成分 $\Delta h'_y$ と第 2 成分 $\Delta h'_z$ は射出側の光線高さの収差である． $\Delta h'_y$ は xy 断面に射影した光線の，射出側の光学平面における光線高さの収差成分である． $\Delta h'_z$ は zx 断面に射影した光線の，射出側の光学平面における光線高さの収差成分である．第 3 成分 $\Delta \alpha'_y$ と第 4 成分 $\Delta \alpha'_z$ は射出側の光線傾角の収差である． $\Delta \alpha'_y$ は xy 断面に射影した光線の，射出側の光学平面における光線傾角の収差成分である． $\Delta \alpha'_z$ は zx 断面に射影した光線の，射出側の光学平面における光線傾角の収差成分である．図 3.22 と図 3.23 に射出側の光線高さと光線傾角の収差の様子を示す．

射出側の光線基本 4 元収差で表した 4 元収差の関係式は以下のように表せる．

$$\overrightarrow{\Delta p} = \tilde{J}'^{-1} \overrightarrow{\Delta I'} \tag{3.69}$$

光線通過点 4 元収差 $\overrightarrow{\Delta p}$ は，射出側の光線基本 4 元収差 $\overrightarrow{\Delta I'}$ に射出側の近軸追跡値行列 \tilde{J}'^{-1} を作用させることで発生すると理解できる．射出側の光線基本 4 元収差という光学面で評価した収差は，射出側の近軸追跡値行列により，像面と射出瞳面で評価する光線通過点 4 元収差に変換される関係にある．図 3.24 に，射出側の光線基本 4 元収差で表した 4 元収差の関係式の様子を示す．

次に，式 (3.67) の $\overrightarrow{\Delta p} = \tilde{J}^{-1} (\tilde{Q}^{-1} \vec{I}' - \vec{I})$ を考える．右辺にある $\tilde{Q}^{-1} \vec{I}' - \vec{I}$ は，光学系による光線の変換を通して収差の発生した射出光線 \vec{I}' に，収差を発生させない共役関係を決める変換 \tilde{Q}^{-1} を作用させて射出光線を入射空間に写像した光線 $\tilde{Q}^{-1} \vec{I}'$ から，入射光線 \vec{I} を引いたことを意

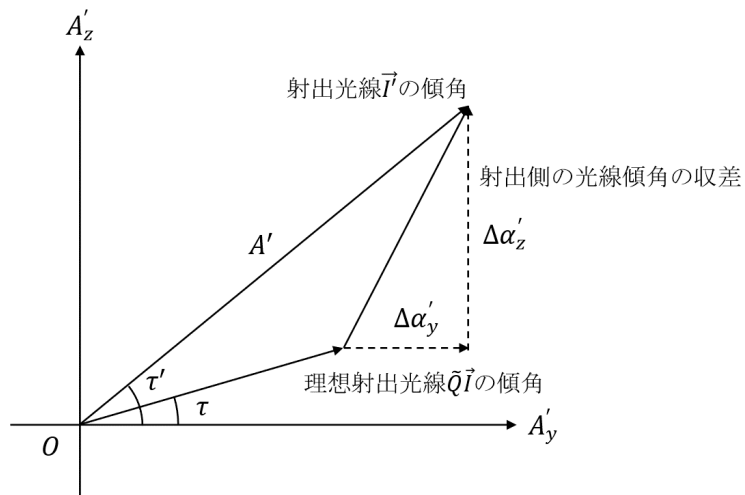


Fig. 3.23 射出側の光線基本 4 元収差，光線傾角の収差の成分分解

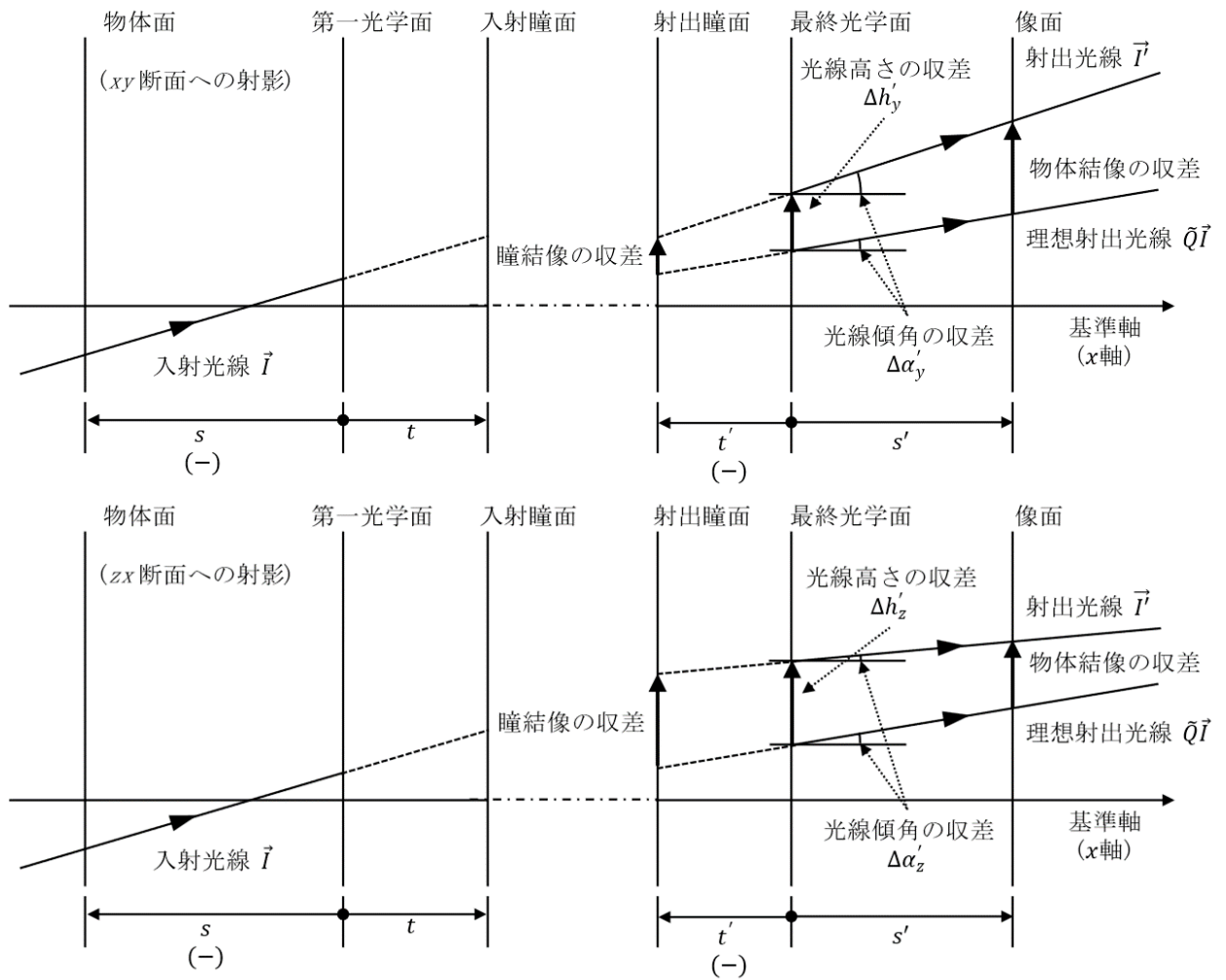


Fig. 3.24 射出側の光線基本 4 元収差と光線通過点 4 元収差の関係

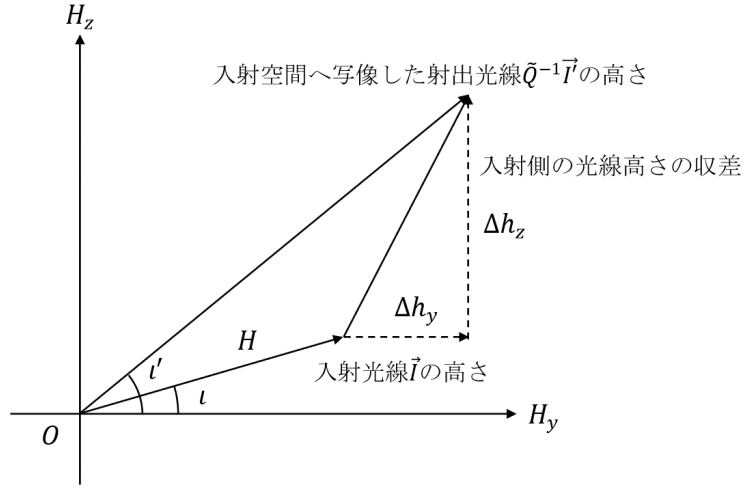


Fig. 3.25 入射側の光線基本 4 元収差，光線高さの収差の成分分解

味している．故に， $\tilde{Q}^{-1}\vec{I}' - \vec{I}$ を入射側の光線基本 4 元収差 $\vec{\Delta I}$ として以下のように定義する．

$$\begin{aligned}
 \vec{\Delta I} &\equiv \tilde{Q}^{-1}\vec{I}' - \vec{I} \\
 &= \begin{bmatrix} \Delta h_y \\ \Delta h_z \\ \Delta \alpha_y \\ \Delta \alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 & -B & 0 \\ 0 & D & 0 & -B \\ -C & 0 & A & 0 \\ 0 & -C & 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} Dh'_y - B\alpha'_y - h_y \\ Dh'_z - B\alpha'_z - h_z \\ -Ch'_y + A\alpha'_y - \alpha_y \\ -Ch'_z + A\alpha'_z - \alpha_z \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

式 (3.70) の第 1 成分 Δh_y と第 2 成分 Δh_z は入射側の光線高さの収差である． Δh_y は xy 断面に射影した光線の，入射側の光学平面における光線高さの収差成分である． Δh_z は zx 断面に射影した光線の，入射側の光学平面における光線高さの収差成分である．第 3 成分 $\Delta \alpha_y$ と第 4 成分 $\Delta \alpha_z$ は入射側の光線傾角の収差である． $\Delta \alpha_y$ は xy 断面に射影した光線の，入射側の光学平面における光線傾角の収差成分である． $\Delta \alpha_z$ は zx 断面に射影した光線の，入射側の光学平面における光線傾角の収差成分である．図 3.25 と図 3.26 に入射側の光線高さと光線傾角の収差の様子を示す．

入射側の光線基本 4 元収差で表した 4 元収差の関係式は以下のように表せる．

$$\vec{\Delta p} = \tilde{J}^{-1}\vec{\Delta I} \tag{3.71}$$

光線通過点 4 元収差 $\vec{\Delta p}$ は，入射側の光線基本 4 元収差 $\vec{\Delta I}$ に入射側の近軸追跡値行列 \tilde{J}^{-1} を作用させることで発生すると理解できる．入射側の光線基本 4 元収差という光学面で評価した収差は，入射側の近軸追跡値行列により，物体面と入射瞳面で評価する光線通過点 4 元収差に変換される関係にある．図 3.27 に，入射側の光線基本 4 元収差で表した 4 元収差の関係式の様子を示す．

光線通過点 4 元収差は倍率換算を考慮しなくてよい換算座標で表されるので，物体面と入射瞳面で評価した光線通過点 4 元収差と，像面と射出瞳面で評価した光線通過点 4 元収差は等しいことに注意が必要である．しかしながら，実寸座標で表した収差は式 (3.58) で定義されるので，実寸座標の収差を求めるときは式 (3.61) を使って，射出側の尺度単位行列を乗算する必要がある．

射出側の光線基本 4 元収差と入射側の光線基本 4 元収差は以下の関係で結ばれることを明らか

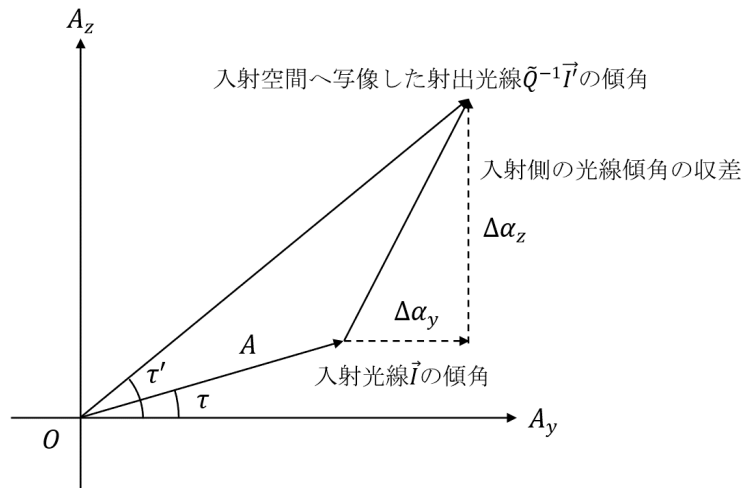


Fig. 3.26 入射側の光線基本 4 元収差, 光線傾角の収差の成分分解

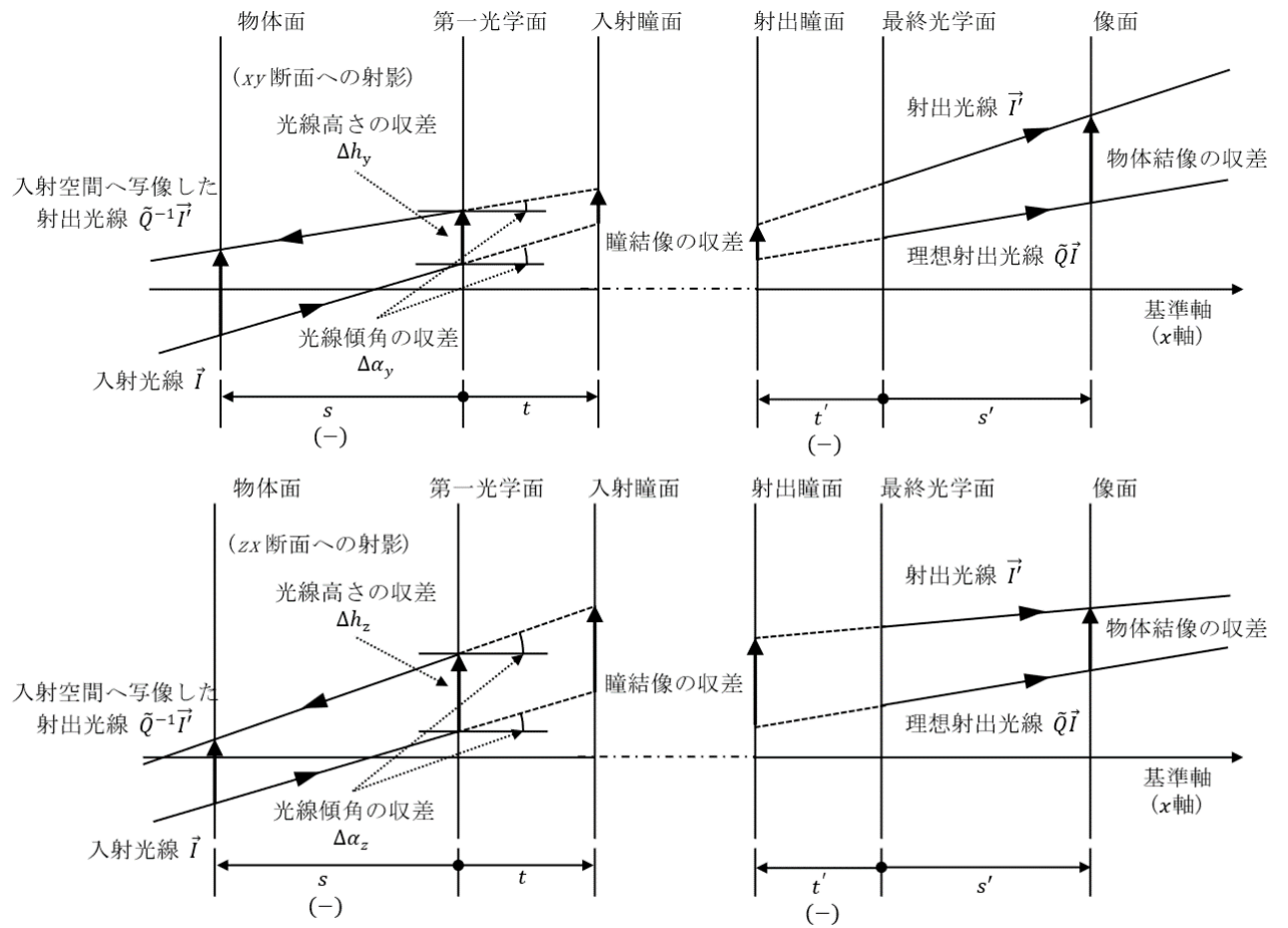


Fig. 3.27 入射側の光線基本 4 元収差と光線通過点 4 元収差の関係

である。

$$\overrightarrow{\Delta I} = \tilde{Q}^{-1} \overrightarrow{\Delta I'} \quad (3.72)$$

収差論構築にあたり式 (3.69) と式 (3.71) のどちらを用いても良いのであるが、従来から知られている収差係数の計算式との接続がよいことと、収差解析を見通しよく実行できる式を採用することが望ましい。検討の結果、入射側の光線基本 4 元収差を使用したほうがこれらの条件を満たす傾向にあることがわかった。したがって今後の議論は主に、入射側の光線基本 4 元収差を採用し、4 元収差の関係式は式 (3.71) を用いる。

3.4 テンソルによる収差解析

3.4.1 4 元ベクトルのベキ級数展開

射出側の 4 元ベクトルを入射側の 4 元ベクトルでベキ級数展開し、その展開係数を使って収差解析を行う。表現を簡単にするために、式表現にアインシュタインの記法を用いる。つまり、ある項に同じ添え字が二度出てきたら、その添え字については 1 から 4 までの和をとることを暗黙のうちに了解する。

例えば、

$$p'_i = T_{ij} p_j \quad (3.73)$$

は、

$$\begin{bmatrix} p'_1 \\ p'_2 \\ p'_3 \\ p'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

を意味する。

3.4.2 光線通過点 4 元収差のベキ級数展開

光線通過点 4 元収差 $\Delta p_i = p'_i - p_i$ をベキ級数展開すると、形式的に以下のようにかける。

$$\begin{aligned} \Delta p_i &= p'_i - p_i \\ &= (T_{ij} - \delta_{ij}) p_j + U_{ij_1 j_2} p_{j_1} p_{j_2} + V_{ij_1 j_2 j_3} p_{j_1} p_{j_2} p_{j_3} + \cdots \end{aligned} \quad (3.75)$$

$T_{ij}, U_{ij_1 j_2}, V_{ij_1 j_2 j_3}$ は、光線通過点 4 元収差の 1 次、2 次、3 次の展開係数である。 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

式 (3.75) は結像特性と直結した収差展開式である。 $T_{ij} - \delta_{ij}$ は光線通過点 4 元収差の 1 次収差係数と結びつく展開係数であり、 $U_{ij_1 j_2}$ は光線通過点 4 元収差の 2 次収差係数と結びつく展開係数であり、 $V_{ij_1 j_2 j_3}$ は光線通過点 4 元収差の 3 次収差係数と結びつく展開係数である。これらの展開係数から光線通過点 4 元収差の収差係数を求める計算式については、後の具体的な収差解析の章で議論する。

3.4.3 光線基本 4 元収差のベキ級数展開

光線基本 4 元収差 $\Delta I_i = Q_{ij}^{-1} I'_j - I_i$ をベキ級数展開すると、形式的に以下のようにかける。

$$\begin{aligned}\Delta I_i &\equiv Q_{ij}^{-1} I'_j - I_i \\ &= (Q_{im}^{-1} G_{mj} - \delta_{ij}) I_j + Q_{im}^{-1} H_{mj_1 j_2} I_{j_1} I_{j_2} + Q_{im}^{-1} M_{mj_1 j_2 j_3} I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3} + \cdots \\ &= (G_{ij}^* - \delta_{ij}) I_j + H_{ij_1 j_2}^* I_{j_1} I_{j_2} + M_{ij_1 j_2 j_3}^* I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3} + \cdots\end{aligned}\quad (3.76)$$

$G_{ij}^*, H_{ij_1 j_2}^*, M_{ij_1 j_2 j_3}^*$ は光線基本 4 元収差の 1 次, 2 次, 3 次の展開係数である。 $G_{ij}, H_{ij_1 j_2}, M_{ij_1 j_2 j_3}$ は光線基本 4 元ベクトルの 1 次, 2 次, 3 次の展開係数である。 $G_{ij}^*, H_{ij_1 j_2}^*, M_{ij_1 j_2 j_3}^*$ は $G_{ij}, H_{ij_1 j_2}, M_{ij_1 j_2 j_3}$ の左から Q_{ij}^{-1} を作用させたテンソルになっている。

ここで, G_{ij} はガウス行列として知られているものである。共軸回転対称光学系において, ガウス行列は 2 行 2 列に縮退できる。しかし, Off-Axial 光学系では一般に 4 行 4 列になる。

式 (3.76) は収差発生の原因となる, 光学系による光線変換特性の収差展開式である。 $G_{ij}^* - \delta_{ij}$ は光線基本 4 元収差の 1 次収差係数と結びつく展開係数であり, $H_{ij_1 j_2}^*$ は光線基本 4 元収差の 2 次収差係数と結びつく展開係数であり, $M_{ij_1 j_2 j_3}^*$ は光線基本 4 元収差の 3 次収差係数と結びつく展開係数である。これらの展開係数から光線基本 4 元収差の収差係数を求める計算式については, 後の具体的な収差解析の章で議論する。後の章で明らかになるが, $G_{ij}^*, H_{ij_1 j_2}^*, M_{ij_1 j_2 j_3}^*$ は光学系の構成データのみから算出でき, 物体と入射瞳の位置に依存しない。したがってこれらの展開係数および収差係数は, 光学系自身がもつ収差発生原因となる量であり, 光学系固有量と考えることができる。

共軸回転対称光学系では, ガウス行列と共役ガウス行列の区別はなくなる。故に, $G_{ij} = Q_{ij}$ が成り立ち, $G_{ij}^* = \delta_{ij}$ となり, 式 (3.76) の 1 次の項は消失する。これは, 評価面を近軸像面に一致させれば, 共軸回転対称光学系では 1 次収差が発生しないことを示している。

3.4.4 4 元収差の展開係数の関係式

4 元収差の展開係数の関係式を求める。そのために, 光線通過点 4 元収差のベキ級数展開式 (3.75) と光線基本 4 元収差のベキ級数展開式 (3.76) を 4 元収差の関係式 (3.71) に代入する。

4 元収差間の関係式 (3.71) を改めて記載する。

$$\Delta p_i = J_{ij}^{-1} \Delta I_j \quad (3.77)$$

光線基本 4 元収差のベキ級数展開式 (3.76) に 4 元ベクトルの関係式 $I_i = J_{ij} p_j$ を代入すると以下のようにかける。

$$\Delta I_i = (G_{im}^* - \delta_{im}) J_{mj} p_j + H_{im_1 m_2}^* J_{m_1 j_1} J_{m_2 j_2} p_{j_1} p_{j_2} + M_{im_1 m_2 m_3}^* J_{m_1 j_1} J_{m_2 j_2} J_{m_3 j_3} p_{j_1} p_{j_2} p_{j_3} + \cdots \quad (3.78)$$

光線通過点 4 元収差のベキ級数展開式 (3.75) を改めて記載する。

$$\Delta p_i = (T_{ij} - \delta_{ij}) p_j + U_{ij_1 j_2} p_{j_1} p_{j_2} + T_{ij_1 j_2 j_3} p_{j_1} p_{j_2} p_{j_3} + \cdots$$

次数ごとに展開係数を比較すると以下の関係式を得る。

- 4 元収差の 1 次の展開係数の関係式

$$T_{ij} - \delta_{ij} = J_{im}^{-1}(G_{mn}^* - \delta_{mn})J_{nj} \quad (3.79)$$

- 4 元収差の 2 次の展開係数の関係式

$$U_{ij_1j_2} = J_{im}^{-1}H_{mn_1n_2}^*J_{n_1j_1}J_{n_2j_2} \quad (3.80)$$

- 4 元収差の 3 次の展開係数の関係式

$$V_{ij_1j_2j_3} = J_{im}^{-1}M_{mn_1n_2n_3}^*J_{n_1j_1}J_{n_2j_2}J_{n_3j_3} \quad (3.81)$$

共軸回転対称系では $G_{ij}^* = \delta_{ij}$ となるため、式 (3.79) は常に 0 になる。物体と入射瞳の位置に依存しない、光学系固有量を表す $G_{ij}^*, H_{ij_1j_2}^*, M_{ij_1j_2j_3}^*$ に、物体と入射瞳の位置情報を持つ入射側の近軸追跡値行列 J_{ij} を作用させ、結像特性と直結する $T_{ij}, U_{ij_1j_2}, V_{ij_1j_2j_3}$ を求める関係になっている。

なお、射出側の光線基本収差を用いた 4 元収差の関係式 (3.69) を用いた場合は以下のようにかける。

- 4 元収差の 1 次の展開係数の関係式

$$T_{ij} - \delta_{ij} = J_{im}'^{-1}(G_{mn} - Q_{mn})J_{nj} \quad (3.82)$$

- 4 元収差の 2 次の展開係数の関係式

$$U_{ij_1j_2} = J_{im}'^{-1}H_{mn_1n_2}J_{n_1j_1}J_{n_2j_2} \quad (3.83)$$

- 4 元収差の 3 次の展開係数の関係式

$$V_{ij_1j_2j_3} = J_{im}'^{-1}M_{mn_1n_2n_3}J_{n_1j_1}J_{n_2j_2}J_{n_3j_3} \quad (3.84)$$

この場合、 $J_{ij}'^{-1}$ があるために射出側の近軸追跡値が必要になる。このため収差係数の関係式を明示的に示す場合、射出側の近軸追跡値を必要としない 4 元収差の関係式 (3.79) から (3.81) と比較すると煩雑な形式になる。従って、主に式 (3.79) から (3.81) を使うこととする。

3.4.5 複数の光学要素を含む系のテンソル解析

光学要素について

光学要素を 4 元ベクトルを変換する要素とする。光線追跡は前光学要素からの入射条件を示す 4 元ベクトルが与えられたもとで、現光学要素による 4 元ベクトルの変換を行い、その結果を次の光学要素に渡すことの繰り返しである。共軸回転対称光学系では、反射や屈折、回折による偏向と、次の面への転送の 2 種類が光学要素に対応する。Off-Axial 光学系ではひねりも光学要素に加わることになる。これらの光学要素による具体的な変換式は次章に記載する。

この項では各光学要素による変換式は既知であるとして、複数の光学要素を含む系の、4 元ベクトルの展開係数の求め方を記載する。

前光学要素と現光学要素、全体の光学要素の表し方

複数の光学要素を含む全体の系からの射出光線は、前光学要素までの全体の系からの入射光線が、現光学要素による変換を受けた結果を反映している。この様子を図 3.28 に示す。この関係を定式化すれば、全体の光学要素の展開係数を求めることができる。以下の表記を用いて議論を進める。

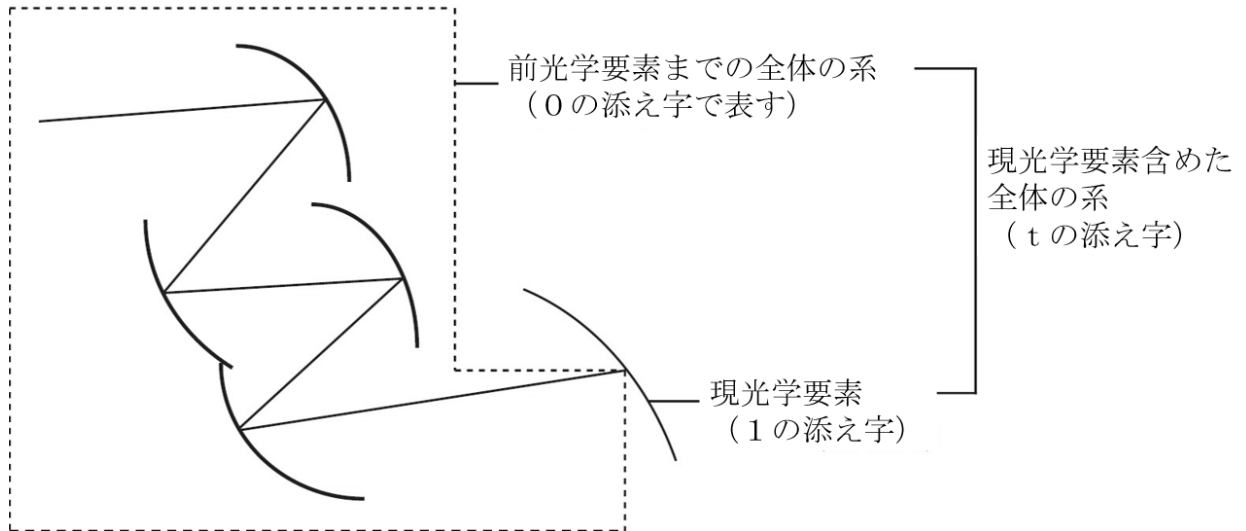


Fig. 3.28 現光学要素を含む全体の系の表し方

- 前光学要素までの全体の系の展開係数には 0 の添え字を左肩に付記する。
 ${}^0G_{ij}, {}^0H_{ij_1j_2}, {}^0M_{ij_1j_2j_3}, {}^0T_{ij}, {}^0U_{ij_1j_2}, {}^0V_{ij_1j_2j_3}$ と記載する。
- 現光学要素の展開係数には 1 の添え字を左肩に付記する。
 ${}^1G_{ij}, {}^1H_{ij_1j_2}, {}^1M_{ij_1j_2j_3}, {}^1T_{ij}, {}^1U_{ij_1j_2}, {}^1V_{ij_1j_2j_3}$ と記載する。
- 現光学要素を含めた全体の系の展開係数には t の添え字を左肩に付記する。
 ${}^tG_{ij}, {}^tH_{ij_1j_2}, {}^tM_{ij_1j_2j_3}, {}^tT_{ij}, {}^tU_{ij_1j_2}, {}^tV_{ij_1j_2j_3}$ と記載する。

全系の光線基本 4 元ベクトルの展開係数

現光学要素を含む全体の系の光線基本 4 元ベクトルの展開係数を求める。

はじめに、現光学要素に入射する光線基本 4 元ベクトルを表す。

$${}^1I_i = {}^0I'_i = {}^0G_{ij} {}^0I_j + {}^0H_{ij_1j_2} {}^0I_{j_1} {}^0I_{j_2} + {}^0M_{ij_1j_2j_3} {}^0I_{j_1} {}^0I_{j_2} {}^0I_{j_3} \cdots \quad (3.85)$$

次に、現光学要素を射出する光線基本 4 元ベクトルを、現光学要素の展開係数を用いて表す。

$${}^tI_i = {}^1I'_i = {}^1G_{ij} {}^1I_j + {}^1H_{ij_1j_2} {}^1I_{j_1} {}^1I_{j_2} + {}^1M_{ij_1j_2j_3} {}^1I_{j_1} {}^1I_{j_2} {}^1I_{j_3} \cdots \quad (3.86)$$

最後に、現光学要素を射出する光線基本 4 元ベクトルを、全体の光学要素の展開係数を用いて表す。

$${}^tI_i = {}^1I'_i = {}^tG_{ij} {}^0I_j + {}^tH_{ij_1j_2} {}^0I_{j_1} {}^0I_{j_2} + {}^tM_{ij_1j_2j_3} {}^0I_{j_1} {}^0I_{j_2} {}^0I_{j_3} \cdots \quad (3.87)$$

式 (3.85) を式 (3.86) に代入した結果と式 (3.87) の展開係数を比較すると、全系の展開係数を求める以下の式を得る。

- 全系の光線基本 4 元ベクトルの 1 次の展開係数 ${}^tG_{ij}$

$${}^tG_{ij} = {}^1G_{im} {}^0G_{mj} \quad (3.88)$$

- 全系の光線基本 4 元ベクトルの 2 次の展開係数 ${}^tH_{ij_1j_2}$

$${}^tH_{ij_1j_2} = {}^1G_{im} {}^0H_{mj_1j_2} + {}^1H_{im_1m_2} {}^0G_{m_1j_1} {}^0G_{m_2j_2} \quad (3.89)$$

- 全系の光線基本 4 元ベクトルの 3 次の展開係数 ${}^tM_{ij_1j_2j_3}$

$${}^tM_{ij_1j_2j_3} = {}^1G_{im} {}^0M_{mj_1j_2j_3} + {}^1M_{im_1m_2m_3} {}^0G_{m_1j_1} {}^0G_{m_2j_2} {}^0G_{m_3j_3} + {}^cM_{ij_1j_2j_3} \quad (3.90)$$

${}^cM_{ij_1j_2j_3}$ は 2 次以下の係数からなるクロスターム項であり、以下のようにかける。

$${}^cM_{ij_1j_2j_3} = \frac{2}{3} {}^1H_{im_1m_2} ({}^0H_{im_1j_1j_2} {}^0G_{m_2j_3} + {}^0H_{im_1j_2j_3} {}^0G_{m_2j_1} + {}^0H_{im_1j_3j_1} {}^0G_{m_2j_2}) \quad (3.91)$$

なお、2 次の展開係数 $H_{ij_1j_2}$ と 3 次の展開係数 $M_{ij_1j_2j_3}$ は、 j_1j_2 および $j_1j_2j_3$ の交換性により以下の対称性をもつ。

$$H_{ij_1j_2} = H_{ij_2j_1} \quad (3.92)$$

$$M_{ij_1j_2j_3} = M_{ij_1j_3j_2} = M_{ij_2j_1j_3} = M_{ij_2j_3j_1} = M_{ij_3j_1j_2} = M_{ij_3j_2j_1} \quad (3.93)$$

この性質のため、 n 次の展開係数の個数は $4 \times {}_4H_n = \frac{2}{3}(n+3)(n+2)(n+1)$ となる。したがって、1 次は 16 個、2 次は 40 個、3 次は 80 個の展開係数からなる。結果のみ記すと、アイコナールから要請される独立な展開係数の数は、1 次は 10 個、2 次は 20 個、3 次は 35 個になる。

全系の光線通過点 4 元ベクトルの展開係数

光線通過点 4 元ベクトルの場合も、光線基本 4 元ベクトルの場合と同様に議論する。その結果、光線基本 4 元ベクトルの場合と同様の以下の式を得る。

- 全系の光線通過点 4 元ベクトルの 1 次の展開係数 ${}^tT_{ij}$

$${}^tT_{ij} = {}^1T_{im} {}^0T_{mj} \quad (3.94)$$

- 全系の光線通過点 4 元ベクトルの 2 次の展開係数 ${}^tU_{ij_1j_2}$

$${}^tU_{ij_1j_2} = {}^1T_{im} {}^0U_{mj_1j_2} + {}^1U_{im_1m_2} {}^0T_{m_1j_1} {}^0T_{m_2j_2} \quad (3.95)$$

- 全系の光線通過点 4 元ベクトルの 3 次の展開係数 ${}^tV_{ij_1j_2j_3}$

$${}^tV_{ij_1j_2j_3} = {}^1T_{im} {}^0V_{mj_1j_2j_3} + {}^1V_{im_1m_2m_3} {}^0T_{m_1j_1} {}^0T_{m_2j_2} {}^0T_{m_3j_3} + {}^cV_{ij_1j_2j_3} \quad (3.96)$$

${}^cV_{ij_1j_2j_3}$ は 2 次以下の係数からなるクロスターム項であり、以下のようにかける。

$${}^cV_{ij_1j_2j_3} = \frac{2}{3} {}^1U_{im_1m_2} ({}^0U_{im_1j_1j_2} {}^0T_{m_2j_3} + {}^0U_{im_1j_2j_3} {}^0T_{m_2j_1} + {}^0U_{im_1j_3j_1} {}^0T_{m_2j_2}) \quad (3.97)$$

光線通過点 4 元ベクトルの全系の展開係数は、式 (3.94) と式 (3.95)、式 (3.96) を使って求められるが、光線基本 4 元ベクトルの全系の展開係数を使用して以下の式でも求められる。

$$\begin{aligned} {}^tT_{ij} &= {}^0J_{im}^{-1t} G_{mn}^* {}^0J_{nj} \\ &= {}^tJ_{im}'^{-1t} G_{mn} {}^0J_{nj} \end{aligned} \quad (3.98)$$

$$\begin{aligned} {}^tU_{ij_1j_2} &= {}^0J_{im}^{-1t} H_{mn_1n_2}^* {}^0J_{n_1j_1} {}^0J_{n_2j_2} \\ &= {}^tJ_{im}'^{-1t} H_{mn_1n_2} {}^0J_{n_1j_1} {}^0J_{n_2j_2} \end{aligned} \quad (3.99)$$

$$\begin{aligned} {}^tV_{ij_1j_2j_3} &= {}^0J_{im}^{-1t} M_{mn_1n_2n_3}^* {}^0J_{n_1j_1} {}^0J_{n_2j_2} {}^0J_{n_3j_3} \\ &= {}^tJ_{im}'^{-1t} M_{mn_1n_2n_3} {}^0J_{n_1j_1} {}^0J_{n_2j_2} {}^0J_{n_3j_3} \end{aligned} \quad (3.100)$$

${}^tG_{ij}^*$, ${}^tH_{ij_1j_2}^*$, ${}^tM_{ij_1j_2j_3}^*$ は ${}^tG_{ij}$, ${}^tH_{ij_1j_2}$, ${}^tM_{ij_1j_2j_3}$ の左から ${}^tQ_{ij}^{-1} = {}^0Q_{im}^{-1} {}^0Q_{mj}^{-1}$ を作用させたテンソルである。 ${}^tQ_{ij}$ の生成方法は近軸論の項に示す。

なお、2 次の展開係数 $U_{ij_1j_2}$ と 3 次の展開係数 $V_{ij_1j_2j_3}$ は、 j_1j_2 および $j_1j_2j_3$ の交換性により以下の対称性をもつ。

$$U_{ij_1j_2} = U_{ij_2j_1} \quad (3.101)$$

$$V_{ij_1j_2j_3} = V_{ij_1j_3j_2} = V_{ij_2j_1j_3} = V_{ij_2j_3j_1} = V_{ij_3j_1j_2} = V_{ij_3j_2j_1} \quad (3.102)$$

この性質のため、 n 次の展開係数の個数は $4 \times {}_4H_n = \frac{2}{3}(n+3)(n+2)(n+1)$ となる。したがって、1 次は 16 個、2 次は 40 個、3 次は 80 個の展開係数からなる。結果のみ記すと、アイコナールから要請される独立な展開係数の数は、1 次は 10 個、2 次は 20 個、3 次は 35 個になる。

3.4.4 項からわかるように、共軸回転対称光学系では T_{ij} は常に単位行列 δ_{ij} になる。また、回転対称性から 2 次収差も発生しないので常に $U_{ij_1j_2} = 0$ となる。したがってこの場合、式 (3.96) は以下のようにかける。

$${}^tV_{ij_1j_2j_3} = {}^0V_{ij_1j_2j_3} + {}^1V_{ij_1j_2j_3} \quad (3.103)$$

これは従来から知られているように、共軸回転対称光学系の 3 次収差係数は加法性があることを意味している。

3.5 光学要素による光線基本 4 元ベクトルの変換式

前項で光学要素の光線基本 4 元ベクトルの変換式は既知であるとして、複数の光学要素からなる全系の展開係数の求め方を示した。また、3.2 節で光線基本 4 元ベクトルと光線通過点 4 元ベクトルの関係式を示し、光線基本 4 元ベクトルが与えられれば、近軸追跡値行列を用いて光線通過点 4 元ベクトルを算出できることがわかった。この節では光学要素による光線基本 4 元ベクトルの変換式を示す。

3.5.1 反射・屈折による変換

反射・屈折によって入射側の光線基本 4 元ベクトルが受ける変換式を示す。この変換式の導出には、ベクトル表示のスネルの法則を使って、反射・屈折の作用を受けた射出側の光線基本 4 元ベクトルを、入射側の光線基本 4 元ベクトルで表した解析式を求める必要がある。そして、求めた解析式を入射側の光線基本 4 元ベクトルの成分でベキ級数展開し、その係数をテンソル形式の変換式として整理すれば変換式を導出できる。反射・屈折の作用を受けた射出側の光線基本 4 元ベクトルを、入射側の光線基本 4 元ベクトルで表した解析式の導出は付録 A に記載した。この項では 4 行 4 列のガウス行列である 1 次の変換式を示す。基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の要素を図 3.29 に示す。

共軸回転対称光学系における、反射・屈折による 3 次の変換式は第 4 章に記載した。Off-Axial 光学系における、反射・屈折による 2 次の変換式と 3 次の変換式は第 6 章と第 7 章に記載した。但し、Off-Axial 光学系における 3 次の変換式は煩雑になるので、0 にならない要素と 0 になる要素を示すにとどめた。

反射・屈折による 1 次の変換式は以下のようにかける。

$$\begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta'}{\cos \theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2C_{20}}{\cos \theta \cos \theta'} \Gamma & \frac{2C_{11}}{\cos \theta'} \Gamma & \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} & 0 \\ \frac{2C_{11}}{\cos \theta} \Gamma & 2C_{02} \Gamma & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

+ $h_y, h_z, \alpha_y, \alpha_z$ の 2 次以上の項...

この式で θ と θ' は図 3.29 に示している基準軸についての Off-Axial 角である。また、 Γ は以下の式を表している。

$$\Gamma \equiv N' \cos \theta' - N \cos \theta = N' \sqrt{1 - \left(\frac{N}{N'} \sin \theta\right)^2} - N \cos \theta \quad (3.105)$$

式 (3.105) の $1 - \left(\frac{N}{N'} \sin \theta\right)^2$ が負になるときは全反射を意味する。

反射・屈折による 1 次の変換式、即ち、反射・屈折のガウス行列を以下のように \widetilde{G}_f で表し、単に屈折のガウス行列と呼ぶ。

$$\widetilde{G}_f \equiv \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta'}{\cos \theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2C_{20}}{\cos \theta \cos \theta'} \Gamma & \frac{2C_{11}}{\cos \theta'} \Gamma & \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} & 0 \\ \frac{2C_{11}}{\cos \theta} \Gamma & 2C_{02} \Gamma & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

屈折のガウス行列 \widetilde{G}_f の作用は、以下の作用の積として理解することができる。

1. 基準軸の方向を、基準軸の入射方向から、基準軸と反射・屈折面との交点における面法線方向に変更する変換 \widetilde{G}_i
2. 反射・屈折面の主方向への回転変換 \widetilde{G}_γ
3. 上記面法線方向と反射・屈折面の主方向で作用させた反射・屈折の変換 \widetilde{G}_ϕ
4. 反射・屈折面の主方向から Y,Z 軸への逆回転変換 $\widetilde{G}_\gamma^{-1}$
5. 基準軸の方向を、上記面法線方向から、基準軸の射出方向に変更する変換 \widetilde{G}_e

式で表せば以下になる。

$$\begin{aligned} \widetilde{G}_f &= \widetilde{G}_e \widetilde{G}_\gamma^{-1} \widetilde{G}_\phi \widetilde{G}_\gamma \widetilde{G}_i \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos \theta'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ C_1 \Gamma & 0 & 1 & 0 \\ 0 & C_2 \Gamma & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos \theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.107)$$

ここで C_1 と C_2 は以下の式を表している。

$$C_1 = C_{20} + C_{02} + \sqrt{(C_{20} - C_{02})^2 + 4C_{11}^2} \quad (3.108)$$

$$C_2 = C_{20} + C_{02} - \sqrt{(C_{20} - C_{02})^2 + 4C_{11}^2} \quad (3.109)$$

また、反射・屈折面の主方向への回転角 γ は以下の式で求められる。

$$\gamma = \begin{cases} \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2C_{11}}{C_{20} - C_{02}} & (\text{if } C_{20} \neq C_{02}) \\ \frac{\pi}{4} & (\text{if } C_{20} = C_{02}) \end{cases} \quad (3.110)$$

屈折のガウス行列 \widetilde{G}_f と式 (3.64) の結像公式を使って、共軸回転対称光学系のメリジオナル面とサジタル面の結像公式を求めることができる。共軸回転対称光学系はメリジオナル面を任意に設定

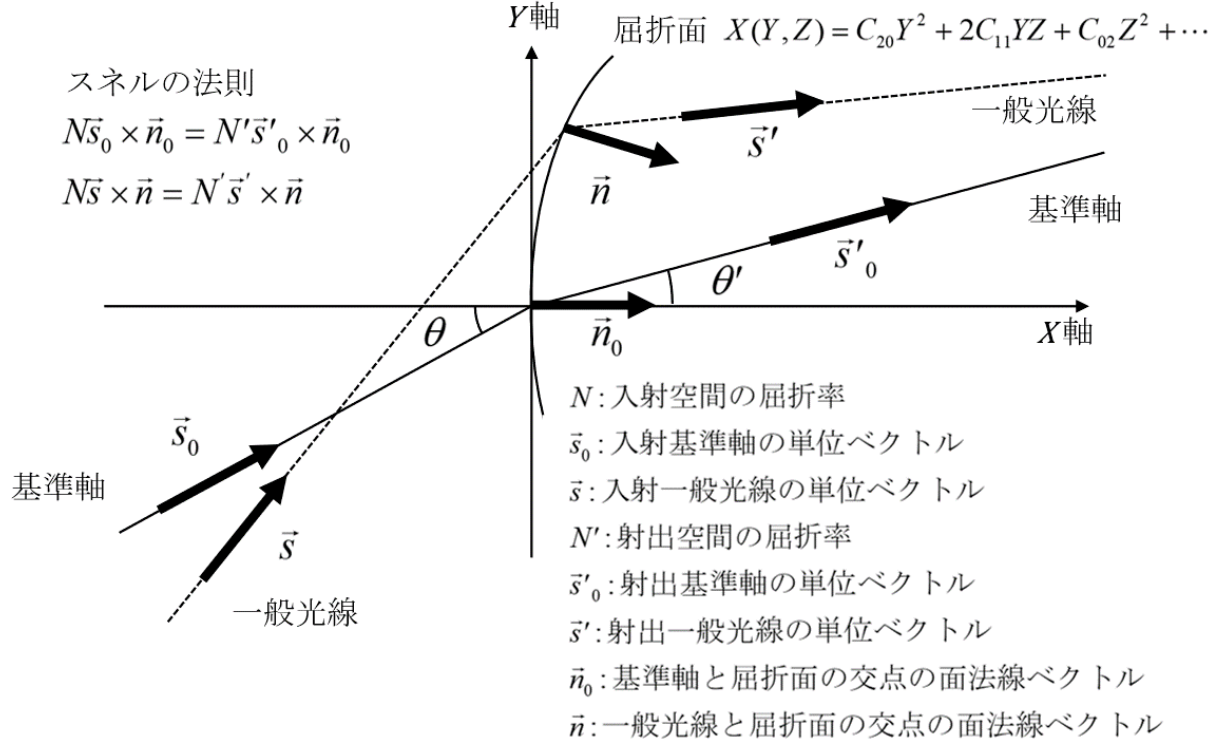


Fig. 3.29 基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の要素

してよいので, xy 断面をメリジオナル面とすれば, zx 断面はサジタル面となる. よって, メリジオナル面の結像公式は, 式 (3.64) の結像公式に $A = \frac{\cos \theta'}{\cos \theta}$, $B = 0$, $C = \frac{2C_{20}}{\cos \theta \cos \theta'}\Gamma$, $D = \frac{\cos \theta}{\cos \theta'}$ を代入すれば得られる.

$$\frac{N'}{s'} \cos^2 \theta' - \frac{N}{s} \cos^2 \theta = 2C_{20}\Gamma \quad (3.111)$$

同様に, サジタル面の結像公式は, $A = 1$, $B = 0$, $C = 2C_{02}\Gamma$, $D = 1$ を代入すれば得られる.

$$\frac{N'}{s'} - \frac{N}{s} = 2C_{02}\Gamma \quad (3.112)$$

また, $\theta \approx \theta' \approx 0$ とみなせ, 反射・屈折面が曲率半径 r の球面であり $C_{20} = C_{02} = \frac{1}{2r}$ となるとき, メリジオナル面とサジタル面の区別はなくなり, よく知られている近軸の結像公式 (アッペの不変量) を得る.

$$\frac{N'}{s'} - \frac{N}{s} = \frac{N' - N}{r} \quad (3.113)$$

以上の議論からわかるように, 屈折のガウス行列 \widetilde{G}_f は共軸回転対称光学系のガウス行列の拡張になっている. このことは, 共軸回転対称光学系の条件式 $\theta = \theta' = 0$, $C_{20} = C_{02} = \frac{1}{2r}$, $C_{11} = 0$ を代入すれば, 以下のように共軸回転対称光学系の屈折のガウス行列が得られることから直接確認できる.

$$\widetilde{G}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{N'-N}{r} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{N'-N}{r} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.114)$$

屈折のガウス行列 \widetilde{G}_f で反射を表す場合の具体形を示す. 反射と屈折を同一の式で表し, また, 反射によって右手系と左手系の座標変換を行わずに右手系を使うために, 反射後は屈折率の符

号と基準軸に沿った長さの符号を反転させて光線追跡する．故に，反射の表現は，式 (3.106) に $N' = -N, \theta' = -\theta$ を代入すれば良い．このとき $\Gamma = -2N \cos \theta$ となり，屈折のガウス行列は以下のようになる．

$$\widetilde{G}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{4N}{\cos \theta} C_{20} & -4NC_{11} & 1 & 0 \\ -4NC_{11} & -4N \cos \theta C_{02} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

ガウス行列の特性として，ガウス行列は正準変換（シンプレクティック変換）であり，アイコンールがその変換をもたらす母関数であることが知られている [35–38]．そのため，ガウス行列の一般形を

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & B_1 & B_2 \\ A_3 & A_4 & B_3 & B_4 \\ C_1 & C_2 & D_1 & D_2 \\ C_3 & C_4 & D_3 & D_4 \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

とするとき，逆行列は以下のように与えられる．

$$G_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} D_1 & D_3 & -B_1 & -B_3 \\ D_2 & D_4 & -B_2 & -B_4 \\ -C_1 & -C_3 & A_1 & A_3 \\ -C_2 & -C_4 & A_2 & A_4 \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

また，行列式は 1 になる．

$$\det(G_{ij}) = \det(G_{ij}^{-1}) = 1 \quad (3.118)$$

本論文では記載しないが，以上の関係は保存量を求めるときに有用である．例えば，以下の関係を整理することで，ガウス行列には 6 個の保存量があり，独立な要素は 10 個であることが確認できる．

$$G_{im} G_{mj}^{-1} = \delta_{ij} \quad (3.119)$$

共軸回転対称光学系の場合，ガウス行列は良く知られている $ABCD$ 行列になり，保存量は $AD - BC = 1$ で表される．ガウス行列が物体面から像面への写像を表わすとき，この保存量はヘルムホルツ・ラグランジュの不変量を表わす．また，以下に示すように，逆行列は逆光線追跡を行う際に有用である．

$$\begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & D_3 & -B_1 & -B_3 \\ D_2 & D_4 & -B_2 & -B_4 \\ -C_1 & -C_3 & A_1 & A_3 \\ -C_2 & -C_4 & A_2 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} \quad (3.120)$$

屈折のガウス行列 \widetilde{G}_f も正準変換であるので， $\det(\widetilde{G}_f) = 1$ であり，逆行列は以下のようにかける．

$$\widetilde{G}_f^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2C_{20}}{\cos \theta \cos \theta'} \Gamma & -\frac{2C_{11}}{\cos \theta} \Gamma & \frac{\cos \theta'}{\cos \theta} & 0 \\ -\frac{2C_{11}}{\cos \theta'} \Gamma & -2C_{02} \Gamma & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.121)$$

3.5.2 転送による変換

転送による光線基本 4 元ベクトルの変換行列を導出する．転送は，前の光学面の射出光線 ${}^0 I'_i$ の座標系から，次の光学面の入射光線 ${}^1 I_i$ の座標系に変換する座標変換である．転送による座標変換を図 3.30 に示した．

転送で以下の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} {}^1s &= {}^0s' - d' \\ {}^1t &= {}^0t' - d' \end{aligned} \quad (3.122)$$

この式を次の光学面の入射光線 1I_i を表わす以下の式に代入する.

$${}^1I_i = \begin{bmatrix} {}^1h_y \\ {}^1h_z \\ {}^1\alpha_y \\ {}^1\alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{{}^1sR_y - {}^1tY}{{}^1s - {}^1t} \\ \frac{{}^1sR_z - {}^1tZ}{{}^1s - {}^1t} \\ \frac{N'(R_y - Y)}{{}^1s - {}^1t} \\ \frac{N'(R_z - Z)}{{}^1s - {}^1t} \end{bmatrix} \quad (3.123)$$

そして, 以下の式を使って, Y, Z, R_y, R_z を前の光学面の射出光線基本 4 元ベクトル要素で書き換えれば, 転送による光線基本 4 元ベクトルの変換行列 \widetilde{G}_t を得る.

$$\begin{aligned} Y &= {}^0h'_y - {}^0s' \frac{{}^0\alpha'_y}{N'} \\ Z &= {}^0h'_z - {}^0s' \frac{{}^0\alpha'_z}{N'} \\ R_y &= {}^0h'_y - {}^0t' \frac{{}^0\alpha'_y}{N'} \\ R_z &= {}^0h'_z - {}^0t' \frac{{}^0\alpha'_z}{N'} \end{aligned} \quad (3.124)$$

転送による光線基本 4 元ベクトルの変換行列 \widetilde{G}_t は以下のようになる.

$$\widetilde{G}_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e' & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -e' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{d'}{N'} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{d'}{N'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.125)$$

ここで, e' は換算面間隔であり $e' = \frac{d'}{N'}$ である. A, B, C, D の 2×2 のサブマトリックスは, 転送の行なわれる空間は等方的であるため, 対角サブマトリックスになる.

$\det(\widetilde{G}_t) = 1$ であり, 逆行列は以下のようにかける.

$$\widetilde{G}_t^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & e' & 0 \\ 0 & 1 & 0 & e' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.126)$$

転送は \widetilde{G}_t で表わされる. 高次の展開係数 $H_{ij_1j_2}, M_{ij_1j_2j_3} \cdots$ の転送はなく全て 0 である.

3.5.3 ひねりによる変換

ひねりは, 前の光学面の射出光線の座標系から, 次の光学面の入射光線の座標系に変換するとき, 基準軸を含む「基準面」が回転する座標変換である. ひねりの変換は, 主に反射・屈折による偏向の変換を「ひねり」と「逆ひねり」で挟む形式になる. これは, 「基準面」が反射・屈折前後の基準軸を含むように決められるが, 光線基本 4 元ベクトルを表すときの基準面は常に xy 平面にすることによる.

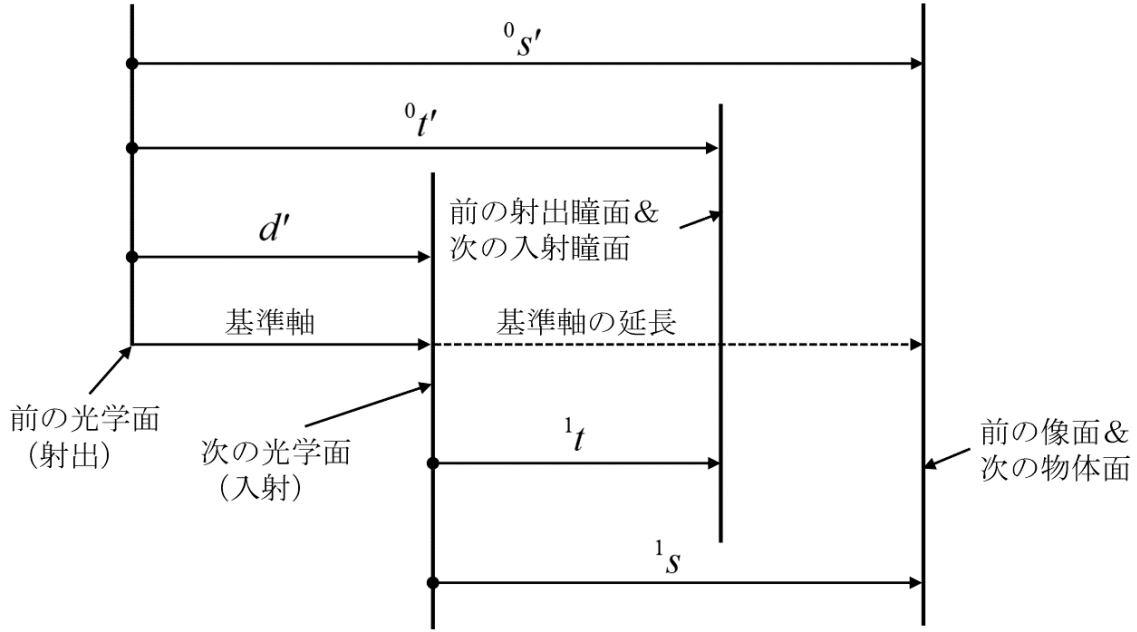


Fig. 3.30 転送の座標変換

ひねり角を ψ としたとき、「ひねり」と「逆ひねり」の座標変換を図 3.31 に示す．図から前の偏向の基準面から次の偏向の基準面への「ひねり」は ${}^1\xi = {}^0\xi - \psi$ となる．また，次の偏向の基準面から y 軸への「逆ひねり」は ${}^0\xi = {}^1\xi + \psi$ となる．

ひねりによる光線基本 4 元ベクトルの変換行列 \widetilde{G}_r は以下のようにかける．

$$\widetilde{G}_r = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (3.127)$$

A および D の 2×2 のサブマトリクスは角度 ψ の回転を表わす． B および C の 2×2 のサブマトリクスの要素は 0 である．これは，光線基本 4 元ベクトルの高さ要素 h_y, h_z と傾角要素 α_y, α_z が独立に角度 ψ の回転変換を受けることを示している．

$\det(\widetilde{G}_r) = 1$ であり，逆ひねりの変換 \widetilde{G}_r^{-1} は以下のように表される．

$$\widetilde{G}_r^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (3.128)$$

ひねりは \widetilde{G}_r で表わされる．高次の展開係数 $H_{ij_1j_2}$, $M_{ij_1j_2j_3} \cdots$ のひねりはなく全て 0 である．

3.5.4 全系のガウス行列 \widetilde{G}_T

反射・屈折のガウス行列 \widetilde{G}_f と転送のガウス行列 \widetilde{G}_t ，ひねりのガウス行列 \widetilde{G}_r を示した．これら各要素のガウス行列と式 (3.88) を使えば，光学系全系のガウス行列 \widetilde{G}_T が求まる．具体的には，第 ν 面のガウス行列を \widetilde{G}_ν と表わすと，第 k 面からなる光学系の全系のガウス行列は以下のように求められる．

$$\widetilde{G}_T = \widetilde{G}_{(k,r)}^{-1} \widetilde{G}_{(k,f)} \widetilde{G}_{(k,r)} \widetilde{G}_{(k-1,t)} \cdots \widetilde{G}_{(\nu,t)} \widetilde{G}_{(\nu,r)}^{-1} \widetilde{G}_{(\nu,f)} \widetilde{G}_{(\nu,r)} \cdots \widetilde{G}_{(2,t)} \widetilde{G}_{(2,r)}^{-1} \widetilde{G}_{(2,f)} \widetilde{G}_{(2,r)} \widetilde{G}_{(1,t)} \widetilde{G}_{(1,f)} \quad (3.129)$$

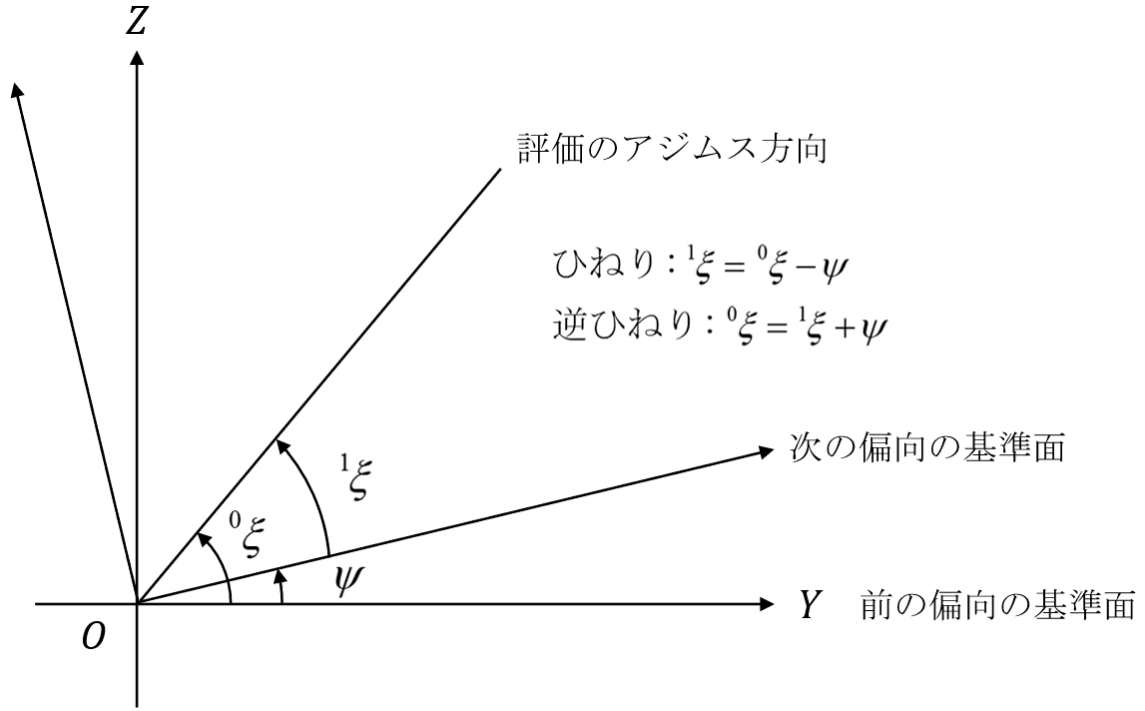


Fig. 3.31 ひねりの座標変換

ひねりは常に偏向の前後を挟む形式で現れるから $\tilde{G}_{(\nu,r)}^{-1} \tilde{G}_{(\nu,f)} \tilde{G}_{(\nu,r)}$ を一括りに

$$\tilde{G}_{\nu,f}^{\diamond} \equiv \tilde{G}_{(\nu,r)}^{-1} \tilde{G}_{(\nu,f)} \tilde{G}_{(\nu,r)}$$

と表せば、式 (3.129) は従来と同様に、屈折・転送の連鎖として表現できる。

$$\tilde{G}_T = \tilde{G}_{(k,f)}^{\diamond} \tilde{G}_{(k-1,t)} \cdots \tilde{G}_{(\nu,t)} \tilde{G}_{(\nu,f)}^{\diamond} \cdots \tilde{G}_{(2,t)} \tilde{G}_{(2,f)}^{\diamond} \tilde{G}_{(1,t)} \tilde{G}_{(1,f)} \quad (3.130)$$

3.6 近軸論

3.3.2 項で光線基本 4 元収差を定義する際に共役ガウス行列 \tilde{Q} を導入した。また、3.5 節で反射・屈折、転送、ひねりのガウス行列を明らかにし、全系のガウス行列 \tilde{G}_T の計算法を示した。

共役ガウス行列 \tilde{Q} を用いて、基準軸上の物体位置と入射瞳位置に共役な近軸像面と射出瞳位置を計算することになるが、ガウス行列 \tilde{G} から共役ガウス行列 \tilde{Q} を決定する方法はまだ示していない。本節ではガウス行列から共役ガウス行列を決定する方法を示し、それを用いた近軸量の計算式を記す。

3.6.1 共役ガウス行列 \tilde{Q} の決定法

共役ガウス行列の決め方として有力な 2 種類の考え方が知られている [14, 39].

方式 1 直交する 2 断面のうちの 1 断面を基準にして決定する方法

方式 2 直交する 2 断面の平均の特性を基準にして決定する方法

方式 1 は直交する 2 断面の像面位置が異なれば 1 次のデフォーカス収差が発生することになるが、考え方は簡潔である。方式 2 は直交する 2 断面の平均的像面位置を求めることになるため、1 次の

デフォーカス収差を 0 にできる利点を有する．本論文では，方式 1 を採用し，基準とする断面を zx 断面とした場合の共役ガウス行列の決定法を記載する．

はじめに，共役ガウス行列決定法が満たすべき条件を述べる．式 (3.88) から全体のガウス行列はガウス行列の積で表わせる．

$${}^t\tilde{G} = {}^1\tilde{G} {}^0\tilde{G} \quad (3.131)$$

ある共役ガウス行列の決定法により ${}^1\tilde{G}$ と ${}^0\tilde{G}$ の情報から， ${}^1\tilde{Q}$ と ${}^0\tilde{Q}$ を決定したとする．全体の共役ガウス行列は以下のように計算する．

$${}^t\tilde{Q} = {}^1\tilde{Q} {}^0\tilde{Q} \quad (3.132)$$

また，ある共役ガウス行列の決定法により ${}^t\tilde{G}$ の情報から ${}^t\tilde{Q}$ を決定したとする．このとき，1 次の展開係数 ${}^tT_{ij}$ の式 (3.94) の関係を満たすためには，

$${}^t\tilde{Q} = {}^t\tilde{Q} \quad (3.133)$$

でなければならない．なぜなら，この関係を満たさなければ， ${}^t\tilde{Q}$ と ${}^t\tilde{Q}$ で計算される射出側の近軸追跡値が異なるからである．

次に，式 (3.133) を満たす共役ガウス行列の決定法を考える．ここで，ガウス行列 ${}^t\tilde{G}, {}^1\tilde{G}, {}^0\tilde{G}$ を以下のように表記する．

$${}^0\tilde{G} = \begin{bmatrix} {}^0A_1 & {}^0A_2 & {}^0B_1 & {}^0B_2 \\ {}^0A_3 & {}^0A_4 & {}^0B_3 & {}^0B_4 \\ {}^0C_1 & {}^0C_2 & {}^0D_1 & {}^0D_2 \\ {}^0C_3 & {}^0C_4 & {}^0D_3 & {}^0D_4 \end{bmatrix} \quad (3.134)$$

$${}^1\tilde{G} = \begin{bmatrix} {}^1A_1 & {}^1A_2 & {}^1B_1 & {}^1B_2 \\ {}^1A_3 & {}^1A_4 & {}^1B_3 & {}^1B_4 \\ {}^1C_1 & {}^1C_2 & {}^1D_1 & {}^1D_2 \\ {}^1C_3 & {}^1C_4 & {}^1D_3 & {}^1D_4 \end{bmatrix} \quad (3.135)$$

$${}^t\tilde{G} = \begin{bmatrix} {}^tA_1 & {}^tA_2 & {}^tB_1 & {}^tB_2 \\ {}^tA_3 & {}^tA_4 & {}^tB_3 & {}^tB_4 \\ {}^tC_1 & {}^tC_2 & {}^tD_1 & {}^tD_2 \\ {}^tC_3 & {}^tC_4 & {}^tD_3 & {}^tD_4 \end{bmatrix} \quad (3.136)$$

${}^0\tilde{G}$ から ${}^0\tilde{Q}$ を決定するための情報は ${}^0\tilde{G}$ のみである． ${}^0\tilde{G}$ から ${}^0\tilde{Q}$ の決定を射影と捉え，以下のように表現する．

$${}^0\tilde{Q} = MAP \left({}^0\tilde{G} \right) \quad (3.137)$$

そうすれば， ${}^t\tilde{Q}$ の決定は以下のようにかける．

$${}^t\tilde{Q} = MAP \left({}^t\tilde{G} \right) = MAP \left({}^1\tilde{G} {}^0\tilde{G} \right) \quad (3.138)$$

一方，共役ガウス行列は ${}^t\tilde{Q} = {}^1\tilde{Q} {}^0\tilde{Q}$ の条件を満たさなければならないので，

$${}^1\tilde{Q} = {}^t\tilde{Q} {}^0\tilde{Q}^{-1} \quad (3.139)$$

の関係がある．したがって， ${}^1\tilde{Q}$ の決定は以下のように表現できる．

$${}^1\tilde{Q} = MAP \left({}^1\tilde{G} {}^0\tilde{G} \right) MAP^{-1} \left({}^0\tilde{G} \right) \quad (3.140)$$

式 (3.140) から、 ${}^1\tilde{Q}$ は ${}^1\tilde{G}$ のみで決定できるのではなく、 ${}^1\tilde{G}$ と ${}^0\tilde{G}$ の両方が必要であることに注意が必要である。

したがって、方式 1 を採用し、基準とする断面を zx 断面とした場合の共役ガウス行列 ${}^0\tilde{Q}$ は以下の式で求めればよい。

$${}^0\tilde{Q} = \begin{bmatrix} \frac{{}^0A_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} & 0 & \frac{{}^0B_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} & 0 \\ 0 & \frac{{}^0A_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} & 0 & \frac{{}^0B_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} \\ \frac{{}^0C_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} & 0 & \frac{{}^0D_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} & 0 \\ 0 & \frac{{}^0C_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} & 0 & \frac{{}^0D_4}{\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}} \end{bmatrix} \quad (3.141)$$

ここで、 $\sqrt{{}^0A_4{}^0D_4 - {}^0B_4{}^0C_4}$ は $\det({}^0\tilde{Q}) = 1$ とするための係数である。

${}^1\tilde{Q}$ は式 (3.140) を使って計算すればよいが、式 (3.140) を計算すると、 ${}^1A_3, {}^1B_3, {}^1C_3, {}^1D_3$ が 0 の場合、 ${}^1\tilde{Q}$ は以下のように求めても良いことがわかる。

$${}^1\tilde{Q} = \begin{bmatrix} \frac{{}^1A_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} & 0 & \frac{{}^1B_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} & 0 \\ 0 & \frac{{}^1A_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} & 0 & \frac{{}^1B_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} \\ \frac{{}^1C_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} & 0 & \frac{{}^1D_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} & 0 \\ 0 & \frac{{}^1C_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} & 0 & \frac{{}^1D_4}{\sqrt{{}^1A_4{}^1D_4 - {}^1B_4{}^1C_4}} \end{bmatrix} \quad (3.142)$$

以上のように共役ガウス行列を決定すれば、式 (3.133) の ${}^t\tilde{Q} = {}^{to}\tilde{Q}$ の関係を満たす。よって、 ${}^t\tilde{G}$ から決定した ${}^{to}\tilde{Q}$ は以下のように求められる。

$${}^{to}\tilde{Q} = \begin{bmatrix} \frac{{}^tA_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} & 0 & \frac{{}^tB_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} & 0 \\ 0 & \frac{{}^tA_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} & 0 & \frac{{}^tB_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} \\ \frac{{}^tC_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} & 0 & \frac{{}^tD_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} & 0 \\ 0 & \frac{{}^tC_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} & 0 & \frac{{}^tD_4}{\sqrt{{}^tA_4{}^tD_4 - {}^tB_4{}^tC_4}} \end{bmatrix} \quad (3.143)$$

本論文に記載した数値解析例の共役ガウス行列は以上の方法で計算した。その範囲では問題なく計算できたが、解析例を増やした検証が望まれる。

3.6.2 近軸量の計算式

共役ガウス行列 \tilde{Q} の構造は共軸回転対称光学系のガウス行列 \tilde{G}_{rot} と同じであるため、近軸量の計算式は共軸回転対称光学系で用いる計算式と同じである。ここでは、代表的な近軸量の計算式を記載する。近軸量の計算式は式 (3.64) から導出できる。

物体距離 s_1 と絞り位置は与えられているものとする。第 1 面から第 k 面からなる光学系の共役ガウス行列要素を ${}^1A_k, {}^1B_k, {}^1C_k, {}^1D_k$ と表す。絞り位置は第 p 面であるとする。

- 焦点距離 f

$$f = \frac{1}{{}^1C_k} \quad (3.144)$$

- 前側主点位置 o_1

$$o_1 = \frac{1 - {}^1D_k}{{}^1C_k} \quad (3.145)$$

- 後側主点位置 o_1

$$o_1 = \frac{{}^1A_k - 1}{{}^1C_k} \quad (3.146)$$

- 像点距離 s_k

$$s_k = \left(\frac{{}^1A_k + \frac{N_{\text{obj}} {}^1B_k}{s_1}}{{}^1C_k + \frac{N_{\text{obj}} {}^1D_k}{s_1}} \right) N_{\text{img}} \quad (3.147)$$

- 入射瞳位置 t_1

$$t_1 = -N_{\text{obj}} \left(\frac{{}^1B_p}{{}^1A_p} \right) \quad (3.148)$$

- 射出瞳位置 t_k

$$t_k = \left(\frac{{}^1A_k + \frac{N_{\text{obj}} {}^1B_k}{t_1}}{{}^1C_k + \frac{N_{\text{obj}} {}^1D_k}{t_1}} \right) N_{\text{img}} \quad (3.149)$$

- 近軸横倍率 β

$$\beta = \frac{\frac{N_{\text{obj}}}{s_1}}{{}^1C_k + \frac{{}^1D_k}{s_1}} \quad (3.150)$$

- 近軸瞳倍率 β_p

$$\beta_p = \frac{\frac{N_{\text{obj}}}{t_1}}{{}^1C_k + \frac{{}^1D_k}{t_1}} \quad (3.151)$$

3.7 色収差論

前節まで、Off-Axial 光学系に適用できる基準波長における収差論を記載してきた。この節では、これらの解析手法を波長の違いによる屈折率変動のある場合に適用し、色収差論を構築する [40]。

3.7.1 屈折率変動と屈折角変化の関係

入射光線の方角を固定して考える。屈折率変動が入射側媒質の場合でも射出側媒質の場合でも、射出光線の方角は変化を受ける。その変化は入射光線と屈折面の面法線の張る平面内での変化であり、屈折角 θ' の変化となる。この屈折角変化を数式で表現するには、スネルの法則 $N \sin \theta = N' \sin \theta'$ を N, N', θ' で微分すればよい。

$$dN \sin \theta = dN' \sin \theta' + N' \cos \theta' d\theta' \quad (3.152)$$

この式を $d\theta'$ で整理すると以下の式を得る。

$$d\theta' = -\tan \theta' \left(\frac{dN'}{N'} - \frac{dN}{N} \right) \quad (3.153)$$

式 (3.153) は基準軸光線においても、波長の違いによる屈折率変動があれば、基準軸の経路からずれるプリズム効果があることを示している。

3.7.2 屈折率変動がある場合の 4 元ベクトルのテンソル表示

屈折率変動がある場合の射出側光線基本 4 元ベクトルを、右肩に c を付けて $I_i'^c$ と表記する。屈折率変動がある場合の射出側光線基本 4 元ベクトル $I_i'^c$ を、屈折率変動のない入射側光線基本 4 元ベクトル I_i を使って、屈折率変動の 1 次、入射側光線基本 4 元ベクトルの 2 次まで表現すると以下のようにかける。

$$I_i'^c = W_i + (G_{ij} + A_{ij}) I_j + H_{ij_1 j_2} I_{j_1} I_{j_2} + \cdots \quad (3.154)$$

W_i は屈折率変動を考慮した場合の、入射側光線基本 4 元ベクトルの 0 次の展開係数であり、 A_{ij} は屈折率変動を考慮した場合の、入射側光線基本 4 元ベクトルの 1 次の展開係数である。

1 面の屈折による W_i と A_{ij} の変換式は、3.5.1 項で用いた、基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の手法を屈折率変動に対して適用すれば導出できる。基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の手法を屈折率変動に対して適用した結果、0 次の展開係数 W_i は以下のように求められる。

$$W_i \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N' \tan \theta' \Delta N \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.155)$$

ここで ΔN は以下の式を表わしている。

$$\Delta N \equiv \left(\frac{\delta N'}{N'} - \frac{\delta N}{N} \right) \quad (3.156)$$

$\delta N'$ と δN が屈折率変動を表わす項である。基準波長の屈折率を N_{ref} とし、計算波長の屈折率を N_{cal} とすれば、

$$\begin{aligned} \delta N' &\equiv N'_{\text{cal}} - N'_{\text{ref}} \\ \delta N &\equiv N_{\text{cal}} - N_{\text{ref}} \end{aligned} \quad (3.157)$$

である。式 (3.155) は 1 面の屈折による W_i の第 3 成分は 0 ではなく、屈折角 θ' が 0 でなければ、基準軸の経路からずれるプリズム効果（基準軸色収差）があることを示している。

1 次の展開係数 A_{ij} は以下のように求められる。

$$A_{ij} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\sin^2 \theta'}{\cos \theta \cos \theta'} \Delta N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2N C_{20}}{\cos^3 \theta'} \Delta N & \frac{2N \cos \theta C_{11}}{\cos^3 \theta'} \Delta N & -\frac{\cos \theta}{\cos^3 \theta'} \Delta N & 0 \\ \frac{2N \cos(\theta - \theta') C_{11}}{\cos \theta \cos \theta'} \Delta N & \frac{2N \cos(\theta - \theta') C_{02}}{\cos \theta'} \Delta N & 0 & -\Delta N \end{bmatrix} \quad (3.158)$$

A_{ij} は共軸回転対称光学系の色収差論の軸上色収差、倍率色収差と結びつく展開係数である。

同様に、屈折率変動がある場合の射出側光線通過点 4 元ベクトルを、右肩に c を付けて $p_i'^c$ と表記する。屈折率変動がある場合の射出側光線通過点 4 元ベクトル $p_i'^c$ を、屈折率変動のない入射側光線通過点 4 元ベクトル p_i を使って、屈折率変動の 1 次、入射側光線通過点 4 元ベクトルの 2 次まで表現すると以下のようにかける。

$$p_i'^c = K_i + (T_{ij} + L_{ij}) p_j + U_{ij_1 j_2} p_{j_1} p_{j_2} + \cdots \quad (3.159)$$

K_i は屈折率変動を考慮した場合の、入射側光線通過点 4 元ベクトルの 0 次の展開係数であり、 L_{ij} は屈折率変動を考慮した場合の、入射側光線通過点 4 元ベクトルの 1 次の展開係数である。

3.7.3 屈折率変動がある場合の 4 元収差の展開係数の関係式

屈折率変動がある場合の 4 元収差の展開係数の関係式を導出する．その手続きは 3.4.4 項で求めた 4 元収差の展開係数の関係式導出と同様である．

屈折率変動がある場合の光線通過点 4 元収差 $\Delta p_i^c = p_i'^c - p_i$ をベキ級数展開すると以下のようにかかる．

$$\begin{aligned}\Delta p_i^c &= p_i'^c - p_i \\ &= K_i + (T_{ij} - \delta_{ij})p_j + L_{ij}p_j + U_{ij_1j_2}p_{j_1}p_{j_2} + \cdots\end{aligned}\quad (3.160)$$

屈折率変動がある場合の光線基本 4 元収差 $\Delta I_i^c = Q_{ij}^{-1}I_j'^c - I_i$ をベキ級数展開すると以下のようにかかる．

$$\begin{aligned}\Delta I_i^c &= Q_{ij}^{-1}I_j'^c - I_i \\ &= Q_{ij}^{-1}W_j + (Q_{im}^{-1}G_{mj} - \delta_{ij})I_j + Q_{im}^{-1}A_{mj}I_j + Q_{im}^{-1}H_{mj_1j_2}I_{j_1}I_{j_2} + \cdots \\ &= W_i^* + (G_{ij}^* - \delta_{ij})I_j + A_{ij}^*I_j + H_{ij_1j_2}^*I_{j_1}I_{j_2} + \cdots\end{aligned}\quad (3.161)$$

上記 2 種類の 4 元収差のベキ級数展開式を 4 元収差の関係式

$$\Delta p_i^c = J_{ij}^{-1}\Delta I_j^c \quad (3.162)$$

に代入し，4 元ベクトルの関係式 $I_i = J_{ij}p_j$ を使って整理すると，以下の屈折率変動がある場合の 4 元収差の展開係数の関係式を得る．

- 4 元収差の 0 次の色展開係数の関係式

$$K_i = J_{im}^{-1}Q_{mj}^{-1}W_j = J_{ij}^{-1}W_j^* \quad (3.163)$$

- 4 元収差の 1 次の色展開係数の関係式

$$L_{ij} = J_{im}^{-1}Q_{mn}^{-1}A_{no}J_{oj} = J_{im}^{-1}A_{mn}^*J_{nj} \quad (3.164)$$

3.7.4 複数の光学要素を含む系の色展開係数の関係式

色展開係数についても，複数の光学要素を含む系の色展開係数の関係式を導出する．その手続きは 3.4.5 項で示した方法と同様に，「現光学系を含めた全体の系は，現光学要素と前光学要素までの全体の系の連鎖」という考え方をを用いる．

全系の光線基本 4 元ベクトルの色展開係数

現光学要素を含む全体の系の，屈折率変動がある場合の光線基本 4 元ベクトルの展開係数を求める．

はじめに，現光学要素に入射する，屈折率変動がある場合の光線基本 4 元ベクトルを表す．

$${}^1I_i^c = {}^0I_i^c = {}^0W_i + ({}^0G_{ij} + {}^0A_{ij}){}^0I_j + {}^0H_{ij_1j_2}{}^0I_{j_1}{}^0I_{j_2} + \cdots \quad (3.165)$$

次に，現光学要素を射出する，屈折率変動がある場合の光線基本 4 元ベクトルを，現光学要素の展開係数を用いて表す．

$${}^tI_i^c = {}^1I_i^c = {}^1W_i + ({}^1G_{ij} + {}^1A_{ij}){}^1I_j^c + {}^1H_{ij_1j_2}{}^1I_{j_1}^c{}^1I_{j_2}^c + \cdots \quad (3.166)$$

最後に、現光学要素を射出する、屈折率変動がある場合の光線基本 4 元ベクトルを、全体の光学要素の展開係数を用いて表す。

$${}^tI_i^c = {}^1I_i^c = {}^tW_i + ({}^tG_{ij} + {}^tA_{ij})^0I_j + {}^tH_{ij_1j_2}^0I_{j_1}^0I_{j_2} + \dots \quad (3.167)$$

式 (3.165) を式 (3.166) に代入した結果と式 (3.167) の展開係数を比較すると、全系の色展開係数を求める以下の式を得る。式展開において、屈折率変動 ΔN の 2 次の項は 1 次の項に対して無視できるとした。

- 全系の光線基本 4 元ベクトルの 0 次の色展開係数 tW_i

$$\begin{aligned} {}^tW_i &= {}^1W_i + {}^1G_{ij}^0W_j + {}^1A_{ij}^0W_j + {}^1H_{ij_1j_2}^0W_{j_1}^0W_{j_2} \\ &\approx {}^1W_i + {}^1G_{ij}^0W_j \end{aligned} \quad (3.168)$$

- 全系の光線基本 4 元ベクトルの 1 次の色展開係数 ${}^tA_{ij}$

$$\begin{aligned} {}^tA_{ij} &\approx {}^1G_{im}^0A_{mj} + {}^1A_{im}^0G_{mj} + {}^1H_{im_1m_2}^0W_{m_1}^0G_{m_2j} + {}^1H_{im_1m_2}^0G_{m_1j}^0W_{m_2} \\ &= {}^1G_{im}^0A_{mj} + {}^1A_{im}^0G_{mj} + {}^cA_{im}^0G_{mj} + {}^cA_{im}^0G_{mj} \\ &= {}^1G_{im}^0A_{mj} + ({}^1A_{im} + 2{}^cA_{im})^0G_{mj} \\ &= {}^1G_{im}^0A_{mj} + {}^1A_{im}^c{}^0G_{mj} \end{aligned} \quad (3.169)$$

式 (3.168) は、「全系の 0 次色展開係数 tW_i は、現光学要素の 0 次色展開係数 1W_i と、前光学要素の 0 次色展開係数 0W_i を現光学要素のガウス行列 ${}^1G_{ij}$ で変換したものの和で計算できる」ことを示している。

式 (3.169) の特徴は、前光学要素の 0 次色展開係数 0W_i を現光学要素の 2 次展開係数 ${}^1H_{ij_1j_2}$ で変換した結果、クロスタームとして 1 次の色展開係数 ${}^cA_{ij}$ が発生することである。これは単色収差では発生しなかった新たな種類のクロスタームである。

式 (3.169) は、「全系の 1 次色展開係数 ${}^tA_{ij}$ は、前光学要素の 1 次色展開係数 ${}^0A_{ij}$ を現光学要素のガウス行列 ${}^1G_{ij}$ で変換したものと、前光学要素のガウス行列 ${}^0G_{ij}$ を現光学要素の 1 次色展開係数 ${}^1A_{ij}$ で変換したものと、前光学要素のガウス行列 ${}^0G_{ij}$ をクロスタームで発生した 1 次色展開係数 ${}^cA_{ij}$ で変換したものの和で計算できる」ことを示している。

全系の光線通過点 4 元ベクトルの色展開係数

光線通過点 4 元ベクトルの色展開係数の場合も、光線基本 4 元ベクトルの色展開係数と同様に議論できる。その結果、光線基本 4 元ベクトルの場合と同様の以下の式を得る。

- 全系の光線通過点 4 元ベクトルの 0 次の色展開係数 tK_i

$$\begin{aligned} {}^tK_i &= {}^1K_i + {}^1T_{ij}^0K_j + {}^1L_{ij}^0K_j + {}^1U_{ij_1j_2}^0K_{j_1}^0K_{j_2} \\ &\approx {}^1K_i + {}^1T_{ij}^0K_j \end{aligned} \quad (3.170)$$

- 全系の光線通過点 4 元ベクトルの 1 次の色展開係数 ${}^tL_{ij}$

$$\begin{aligned} {}^tL_{ij} &\approx {}^1T_{im}^0L_{mj} + {}^1L_{im}^0T_{mj} + {}^1U_{im_1m_2}^0K_{m_1}^0T_{m_2j} + {}^1U_{im_1m_2}^0T_{m_1j}^0K_{m_2} \\ &= {}^1T_{im}^0L_{mj} + {}^1L_{im}^0T_{mj} + {}^cL_{im}^0T_{mj} + {}^cL_{im}^0T_{mj} \\ &= {}^1T_{im}^0L_{mj} + ({}^1L_{im} + 2{}^cL_{im})^0T_{mj} \\ &= {}^1T_{im}^0L_{mj} + {}^1L_{im}^c{}^0T_{mj} \end{aligned} \quad (3.171)$$

共軸回転対称系では常に $T_{ij} = \delta_{ij}$ となる．また，2 次収差も発生しないので常に $U_{ij_1j_2} = 0$ となる．したがって共軸回転対称系では，式 (3.171) は以下のようにかける．

$${}^tL_{ij} = {}^0L_{ij} + {}^1L_{ij} \quad (3.172)$$

これは従来から知られているように，共軸回転対称系の色収差係数は加法性があることを示している．

第 4 章

共軸回転対称光学系の 3 次収差解析式

第 3 章で収差係数を導出する準備が整った．特に重要なのは，光線基本 4 元収差の導入により，光線通過点 4 元収差との以下の関係式が明らかになったことである．

$$\vec{\Delta p} = \tilde{J}^{-1} \vec{\Delta I}$$

今後，光線通過点 4 元収差の収差係数を光線通過点収差係数と記載し，光線基本 4 元収差の収差係数を光線基本収差係数と記載する．この 4 元収差の関係式は，光線通過点収差係数の発生要因を，光線基本収差係数と入射側の近軸追跡値に分離して表わせることを示唆している．共軸回転対称光学系の場合，物体結像の 3 次光線通過点収差係数は，ザイデル収差係数と同義である．したがって，共軸回転対称光学系の 3 次光線基本収差係数を導入すれば，その 3 次光線基本収差係数は，入射側の近軸追跡値を媒介にして，ザイデル収差係数と結びつくと予想される．この定式化ができれば，ザイデル収差係数の発生要因を，光学系固有の光線変換特性を表わす光線基本収差係数と，入射側の近軸配置条件を表わす近軸追跡値に分離して解析する，新たな収差解析が可能になる．

本章の目的は，3 次光線基本収差係数とザイデル収差係数を結びつける収差解析式を示すことである．結論を先に言及すると，3 次光線基本収差係数で構成したベクトルを，入射側近軸追跡値で構成した行列で変換することで，ザイデル収差係数を算出できる [41]．この計算形式を，光線基本収差係数の線形変換形式とする．

4.1 光線基本収差係数の線形変換形式を導出する流れ

収差係数の導出は， $T_{ij}, U_{ij_1j_2}, V_{ij_1j_2j_3}$ と $G_{ij}, H_{ij_1j_2}, M_{ij_1j_2j_3}$ の展開係数を，極座標系の収差展開式の各項に対応するように整理すれば良い．このようにして定義した収差係数を用いて，光線基本収差係数を使用した光線通過点収差係数の計算式を求め，光線基本収差係数の線形変換形式に整理する．光線基本収差係数の線形変換形式導出の流れを箇条書きにすると，以下ようになる．

1. 光線通過点 4 元収差の収差展開式を書き下し，光線通過点収差係数への変換式を導出する
2. 光線基本 4 元収差の収差展開式を書き下し，光線基本収差係数への変換式を導出する
3. 基準軸周りの一般光線のベキ級数展開を実行し，スネルの法則から発生する光線基本 4 元ベクトルの展開係数を求める．この結果の 1 次が第 3 章に記載した屈折のガウス行列である．
4. 光線基本収差係数を使用した，光線通過点収差係数の計算式を求める
5. 光線基本収差係数の線形変換形式に整理し，光線通過点収差係数の発生要因を近軸特性行列と光線基本収差係数ベクトルに分離する

本章から第 8 章までの収差解析の章は、以上の流れに沿って、光線基本収差係数の線形変換形式まで導出している。

4.2 光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式

4.2.1 光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式

共軸回転対称光学系の 3 次光線通過点収差係数への変換式を導出するために、光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式を明示的に示す。光線通過点 4 元収差のベキ級数展開式 (3.75) の 3 次収差領域を抜き出し、以下のように記載する。

$$\Delta p_i^{(3)} = V_{ij_1 j_2 j_3} p_{j_1} p_{j_2} p_{j_3} \quad (4.1)$$

Off-Axial 光学系で発生する収差は回転対称性が無い収差もある。そのため、評価のアジムス ξ の回転に依存しないように光線通過点収差係数を定義すると、評価のアジムス ξ の位置によって収差係数の値が変化せずに合理的である。3 次の展開係数 $V_{ij_1 j_2 j_3}$ は式 (3.81) に示したように以下のようにかける。

$$V_{ij_1 j_2 j_3} = J_{im}^{-1} M_{mn_1 n_2 n_3}^* J_{n_1 j_1} J_{n_2 j_2} J_{n_3 j_3} \quad (4.2)$$

入射側の近軸追跡値行列 J_{ij} は評価のアジムスの回転を含んでいる。ここで、近軸追跡値行列 J_{ij} は近軸追跡値のみからなる行列と評価のアジムスの回転を表す行列の積に分解できることに着目し、近軸追跡値のみからなる行列を S_{ij} と表し、評価のアジムスの回転を表す行列を Ξ_{ij} で表すと $V_{ij_1 j_2 j_3}$ は以下のようにかける。

$$\begin{aligned} V_{ij_1 j_2 j_3} &= \Xi_{im}^{-1} S_{mn}^{-1} M_{no_1 o_2 o_3}^* S_{o_1 p} S_{o_2 q} S_{o_3 r} \Xi_{pj_1} \Xi_{qj_2} \Xi_{rj_3} \\ &= \Xi_{im}^{-1} \check{V}_{mn_1 n_2 n_3} \Xi_{n_1 j_1} \Xi_{n_2 j_2} \Xi_{n_3 j_3} \end{aligned} \quad (4.3)$$

式 (4.3) を式 (4.1) に代入すると以下の表現を得る。

$$\Delta p_i^{(3)} = \Xi_{im}^{-1} \check{V}_{mn_1 n_2 n_3} \Xi_{n_1 j_1} \Xi_{n_2 j_2} \Xi_{n_3 j_3} p_{j_1} p_{j_2} p_{j_3} \quad (4.4)$$

この式 (4.4) を明示的に展開して 3 次光線通過点収差係数を定義すれば、評価のアジムス ξ および p_i が含んでいる物点の相対アジムス ζ と入射瞳面の点の相対アジムス η の変化に対して不変な 3 次光線通過点収差係数が得られる。またこの展開により、3 次光線通過点収差係数のアジムス依存性を明確に表現できる。

本章で求めたいのは、共軸回転対称光学系の 3 次光線通過点収差係数である。そのため、評価のアジムス ξ に依存しない回転対称な収差係数のみ抽出すればよい。式 (4.4) を展開し、回転対称な性質を持つ 3 次光線通過点収差係数を抽出すれば、共軸回転対称光学系における、以下の光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式を得る。

- 評価のアジムスに平行な物体結像の収差 $\Delta b_{\parallel}^{(3)}$

$$\begin{aligned} \Delta b_{\parallel}^{(3)} &= I_{\eta}^{(3)} \cos(\eta) r^3 + \{II_{\zeta}^{(3)} \cos(\zeta) + II_{2\eta-\zeta}^{(3)} \cos(2\eta - \zeta)\} r^2 b \\ &\quad + \{IV_{\eta}^{(3)} \cos(\eta) + IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} \cos(2\zeta - \eta)\} r b^2 + V_{\zeta}^{(3)} \cos(\zeta) b^3 \end{aligned} \quad (4.5)$$

- 評価のアジムスに垂直な物体結像の収差 $\Delta b_{\perp}^{(3)}$

$$\begin{aligned}\Delta b_{\perp}^{(3)} = & I_{\eta}^{(3)} \sin(\eta) r^3 + \{II_{\zeta}^{(3)} \sin(\zeta) + II_{2\eta-\zeta}^{(3)} \sin(2\eta - \zeta)\} r^2 b \\ & + \{IV_{\eta}^{(3)} \sin(\eta) + IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} \sin(2\zeta - \eta)\} r b^2 + V_{\zeta}^{(3)} \sin(\zeta) b^3\end{aligned}\quad (4.6)$$

- 評価のアジムスに平行な瞳結像の収差 $\Delta r_{\parallel}^{(3)}$

$$\begin{aligned}\Delta r_{\parallel}^{(3)} = & I_{\zeta}^{r(3)} \cos(\zeta) b^3 + \{II_{\eta}^{r(3)} \cos(\eta) + II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} \cos(2\zeta - \eta)\} b^2 r \\ & + \{IV_{\zeta}^{r(3)} \cos(\zeta) + IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} \cos(2\eta - \zeta)\} b r^2 + V_{\eta}^{r(3)} \cos(\eta) r^3\end{aligned}\quad (4.7)$$

- 評価のアジムスに垂直な瞳結像の収差 $\Delta r_{\perp}^{(3)}$

$$\begin{aligned}\Delta r_{\perp}^{(3)} = & I_{\zeta}^{r(3)} \sin(\zeta) b^3 + \{II_{\eta}^{r(3)} \sin(\eta) + II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} \sin(2\zeta - \eta)\} b^2 r \\ & + \{IV_{\zeta}^{r(3)} \sin(\zeta) + IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} \sin(2\eta - \zeta)\} b r^2 + V_{\eta}^{r(3)} \sin(\eta) r^3\end{aligned}\quad (4.8)$$

収差係数の記法について説明する．右肩の (3) は 3 次の収差係数であることを示している．瞳結像の光線通過点収差係数の場合，右上に r を付け，物体結像の収差係数と区別している．収差項のアジムス属性がわかるように収差係数の右下にアジムスを記載した．例えば， $I_{\eta}^{(3)}$ は入射瞳の相対アジムス η が変化するとその収差量も変化することを示している．この記法は従来の収差係数の記法 [28] に比べて煩雑ではあるが，後に続く Off-Axial 光学系で発生する 1 次，2 次，3 次収差係数の分類で役立つことになる．

松居による従来の物体結像の収差係数との対応を表 4.1 に示す．

Table 4.1 従来の物体結像の 3 次収差係数記法との対応表

3 次収差係数	従来の記法	本論文の記法
球面収差	I	$I_{\eta}^{(3)}$
コマ収差	II	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$
非点収差	III	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$
ペッツバル項	P	P
サジタル像面湾曲	$IV = III + \hat{H}^2 P$	$IV_{\eta}^{(3)} - IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$
メリジオナル像面湾曲	$3III + \hat{H}^2 P$	$IV_{\eta}^{(3)} + IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$
平均像面湾曲	$2III + \hat{H}^2 P$	$IV_{\eta}^{(3)}$
歪曲収差	V	$V_{\zeta}^{(3)}$

共軸回転対称光学系の場合のアイコナールの要請から，3 次光線通過点収差係数は以下の従属関係がある．

$$II_{\zeta}^{(3)} - 2II_{2\eta-\zeta}^{(3)} = 0 \quad (4.9)$$

$$II_{\eta}^{r(3)} - 2II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} = 0 \quad (4.10)$$

$$IV_{\eta}^{(3)} - 2IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} = \hat{H}^2 P \quad (4.11)$$

$$IV_{\zeta}^{r(3)} - 2IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} = -\hat{H}^2 P \quad (4.12)$$

$$II_{2\eta-\zeta}^{(3)} + V_{\eta}^{r(3)} = \frac{\hat{H}}{2} \left(\frac{\alpha'^2}{N'^2} - \frac{\alpha^2}{N^2} \right) \quad (4.13)$$

$$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} + IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} = \frac{1}{2}(IV_{\eta}^{(3)} + IV_{\zeta}^{r(3)}) = \frac{\hat{H}}{2} \left(\frac{\alpha' \bar{\alpha}'}{N'^2} - \frac{\alpha \bar{\alpha}}{N^2} \right) \quad (4.14)$$

$$V_{\zeta}^{(3)} + II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} = \frac{\hat{H}}{2} \left(\frac{\alpha'^2}{N'^2} - \frac{\alpha^2}{N^2} \right) \quad (4.15)$$

ここで、 \hat{H} はヘルムホルツ・ラグランジュ不変量である。式 (4.5) から式 (4.8) の展開式を見ると、12 種類の収差係数があるように感じるが、式 (4.9) と式 (4.10) の関係があるので、コマ収差係数は 2 種類ではなく 1 種類である。故に、従来と同じように、共軸回転対称光学系の 3 次光線通過点収差係数は、物体結像 5 種類、瞳結像 5 種類の計 10 種類に分類される。なお、式 (4.9) から式 (4.15) の関係を使えば、独立な収差係数は 6 種類で表される。

4.2.2 3 次の展開係数 $\check{V}_{ij_1j_2j_3}$ から 3 次光線通過点収差係数への変換式

3 次の展開係数 $\check{V}_{ij_1j_2j_3}$ から 3 次光線通過点収差係数への変換式を以下に示す。

- 物体結像の 3 次光線通過点収差係数

- ・ 球面収差

$$I_{\eta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1333} + \check{V}_{1344} + \check{V}_{2334} + \check{V}_{2444}) \quad (4.16)$$

- ・ コマ収差

$$II_{\zeta}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1133} + \check{V}_{1144} + \check{V}_{2233} + \check{V}_{2244}) \quad (4.17)$$

$$II_{2\eta-\zeta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1133} - \check{V}_{1144} + 2\check{V}_{1234} + 2\check{V}_{2134} - \check{V}_{2233} + \check{V}_{2244}) \quad (4.18)$$

- ・ 非点収差

$$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1113} - \check{V}_{1223} + 2\check{V}_{1124} + 2\check{V}_{2123} - \check{V}_{2114} + \check{V}_{2224}) \quad (4.19)$$

- ・ 平均像面湾曲

$$IV_{\eta}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1113} + \check{V}_{1223} + \check{V}_{2114} + \check{V}_{2224}) \quad (4.20)$$

- ・ 歪曲収差

$$V_{\zeta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1111} + \check{V}_{1122} + \check{V}_{2112} + \check{V}_{2222}) \quad (4.21)$$

- 瞳結像の 3 次光線通過点収差係数

- ・ 歪曲収差

$$V_{\eta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3333} + \check{V}_{3344} + \check{V}_{4334} + \check{V}_{4444}) \quad (4.22)$$

- ・ 平均像面湾曲

$$IV_{\zeta}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3133} + \check{V}_{3144} + \check{V}_{4233} + \check{V}_{4244}) \quad (4.23)$$

- ・ 非点収差

$$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3133} - \check{V}_{3144} + 2\check{V}_{3234} + 2\check{V}_{4134} - \check{V}_{4233} + \check{V}_{4244}) \quad (4.24)$$

- ・ コマ収差

$$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3113} - \check{V}_{3223} + 2\check{V}_{3124} + 2\check{V}_{4123} - \check{V}_{4114} + \check{V}_{4224}) \quad (4.25)$$

$$II_{\eta}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3113} + \check{V}_{3223} + \check{V}_{4114} + \check{V}_{4224}) \quad (4.26)$$

・球面収差

$$I_{\zeta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3111} + \check{V}_{3122} + \check{V}_{4112} + \check{V}_{4222}) \quad (4.27)$$

4.3 光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式

4.3.1 光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式

共軸回転対称光学系の 3 次光線基本収差係数への変換式を導出するために、光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式を明示的に示す。光線基本 4 元収差のベキ級数展開式 (3.76) の 3 次収差領域を抜き出し、以下のように記載する。

$$\begin{aligned} \Delta I_i^{(3)} &= Q_{im}^{-1} M_{mj_1 j_2 j_3} I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3} \\ &= M_{ij_1 j_2 j_3}^* I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3} \end{aligned} \quad (4.28)$$

3 次光線通過点収差係数の場合と同様に、評価のアジムス ξ と光線高さのアジムス ι 、光線傾角のアジムス τ と光線基本収差の関係がわかるように光線基本収差係数を定義すると、光線通過点収差係数と関連付けた収差特性の理解につながり合理的である。しかし、式 (4.28) は基準面を xy 断面とした $\xi = 0$ のときの収差展開式であるため、評価のアジムス ξ との関係性がわからない形式になっている。評価のアジムス ξ と 3 次光線基本収差の関係を明らかにするために、式 (4.28) に評価のアジムス ξ の回転変換 Ξ_{ij} を作用させる。

$$\Delta I_i^{*(3)} = \Xi_{im}^{-1} M_{mn_1 n_2 n_3}^* \Xi_{nj_1} \Xi_{nj_2} \Xi_{nj_3} I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3} \quad (4.29)$$

本章で求めたいのは共軸回転対称光学系の 3 次光線基本収差係数である。故に、評価のアジムス ξ に依存しない回転対称な収差係数のみ抽出すればよい。式 (4.29) を展開し回転対称な性質を持つ 3 次光線基本収差係数を抽出すれば、共軸回転対称光学系における以下の光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式を得る。ここで、式 (4.29) の右辺に記載の I_i は式 (3.29) で定義した入射側の光線基本 4 元ベクトルである。

- 評価のアジムスに平行な光線高さの収差 $\Delta h_{\parallel}^{*(3)}$

$$\begin{aligned} \Delta h_{\parallel}^{*(3)} &= I_{\tau}^{h(3)} \cos(\tau) A^3 + \{II_{\iota}^{h(3)} \cos(\iota) + II_{2\tau-\iota}^{h(3)} \cos(2\tau - \iota)\} A^2 H \\ &\quad + \{IV_{\tau}^{h(3)} \cos(\tau) + IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} \cos(2\iota - \tau)\} A H^2 + V_{\iota}^{h(3)} \cos(\iota) H^3 \end{aligned} \quad (4.30)$$

- 評価のアジムスに垂直な光線高さの収差 $\Delta h_{\perp}^{*(3)}$

$$\begin{aligned} \Delta h_{\perp}^{*(3)} &= I_{\tau}^{h(3)} \sin(\tau) A^3 + \{II_{\iota}^{h(3)} \sin(\iota) + II_{2\tau-\iota}^{h(3)} \sin(2\tau - \iota)\} A^2 H \\ &\quad + \{IV_{\tau}^{h(3)} \sin(\tau) + IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} \sin(2\iota - \tau)\} A H^2 + V_{\iota}^{h(3)} \sin(\iota) H^3 \end{aligned} \quad (4.31)$$

- 評価のアジムスに平行な光線傾角の収差 $\Delta \alpha_{\parallel}^{*(3)}$

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_{\parallel}^{*(3)} &= I_{\iota}^{\alpha(3)} \cos(\iota) H^3 + \{II_{\tau}^{\alpha(3)} \cos(\tau) + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \cos(2\iota - \tau)\} H^2 A \\ &\quad + \{IV_{\iota}^{\alpha(3)} \cos(\iota) + IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} \cos(2\tau - \iota)\} H A^2 + V_{\tau}^{\alpha(3)} \cos(\tau) A^3 \end{aligned} \quad (4.32)$$

- 評価のアジムスに垂直な光線傾角の収差 $\Delta\alpha_{\perp}^{*(3)}$

$$\Delta\alpha_{\perp}^{*(3)} = I_{\iota}^{\alpha(3)} \sin(\iota) H^3 + \{II_{\tau}^{\alpha(3)} \sin(\tau) + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \sin(2\iota-\tau)\} H^2 A \\ + \{IV_{\iota}^{\alpha(3)} \sin(\iota) + IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} \sin(2\tau-\iota)\} H A^2 + V_{\tau}^{\alpha(3)} \sin(\tau) A^3 \quad (4.33)$$

光線高さの光線基本収差係数の右上に h を付け、光線傾角の光線基本収差係数の右上に α を付けた。収差項のアジムス依存性がわかるように収差係数の右下にアジムスを記載した。

光線通過点 4 元収差の展開式と比較すればわかるように、光線基本 4 元収差の展開式は以下の置換を行った構造になっている。

$$\begin{aligned} \zeta &\longrightarrow \iota \\ \eta &\longrightarrow \tau \\ b &\longrightarrow H \\ r &\longrightarrow A \end{aligned} \quad (4.34)$$

したがって、収差曲線の特性は光線通過点収差係数と同様である。故に、光線基本収差係数の名称は光線通過点収差係数からの類推で付けることにする。例えば、 $I_{\tau}^{h(3)}$ は光線高さの球面収差とし、 $V_{\tau}^{\alpha(3)}$ は光線傾角の歪曲収差とする。ただし、光線通過点収差は理想結像からの収差を表わしているのに対して、光線基本収差は理想光線からの収差を表している事に注意が必要である。収差の名称が持つ感覚によって、光線基本収差は結像の収差を表わしていると誤解してはいけない。

共軸回転対称光学系の場合のアイコナールの要請から、3 次光線基本収差係数は以下の従属関係がある。

$$II_{\iota}^{h(3)} - 2II_{2\tau-\iota}^{h(3)} = 0 \quad (4.35)$$

$$II_{\tau}^{\alpha(3)} - 2II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} = 0 \quad (4.36)$$

$$IV_{\tau}^{h(3)} - 2IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} = P \quad (4.37)$$

$$IV_{\iota}^{\alpha(3)} - 2IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} = -P \quad (4.38)$$

$$II_{2\tau-\iota}^{h(3)} + V_{\tau}^{\alpha(3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{N'^2} - \frac{1}{N^2} \right) \quad (4.39)$$

$$IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} = \frac{1}{2} (IV_{\iota}^{\alpha(3)} + IV_{\tau}^{h(3)}) = \frac{\alpha' \bar{\alpha} - \alpha \bar{\alpha}'}{2N'^2 \hat{H}} \quad (4.40)$$

$$V_{\iota}^{h(3)} + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} = \frac{(\alpha' \bar{\alpha} - \alpha \bar{\alpha}')^2}{2N'^2 \hat{H}^2} \quad (4.41)$$

式 (4.30) から式 (4.33) の展開式を見ると、12 種類の収差係数があるように感じるが、式 (4.35) と式 (4.36) の関係があるので、コマ収差係数は 2 種類ではなく 1 種類である。故に、共軸回転対称光学系の 3 次光線基本収差係数は、物体結像 5 種類、瞳結像 5 種類の計 10 種類に分類される。なお、式 (4.35) から式 (4.41) の関係を使えば、独立な収差係数は 6 種類で表される。

なお、共役ガウス行列 Q_{ij} の各要素 A, B, C, D は近軸追跡値と以下の関係がある。

$$A = \frac{1}{\hat{H}} (\bar{h}' \alpha - h' \bar{\alpha}) \quad (4.42)$$

$$B = \frac{1}{\hat{H}} (h' \bar{h} - \bar{h}' h) \quad (4.43)$$

$$C = \frac{1}{\hat{H}} (\bar{\alpha}'\alpha - \alpha'\bar{\alpha}) \quad (4.44)$$

$$D = \frac{1}{\hat{H}} (\alpha'\bar{h} - \bar{\alpha}'h) \quad (4.45)$$

この関係を使えば、式 (4.39) から式 (4.41) は共役ガウス行列の要素 C, D を使って以下のようにかける。

$$II_{2\tau-\ell}^{h(3)} + V_{\tau}^{\alpha(3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{D^2}{N'^2} - \frac{1}{N^2} \right) \quad (4.46)$$

$$IV_{2\tau-\ell}^{\alpha(3)} + IV_{2\ell-\tau}^{h(3)} = \frac{CD}{2N'^2} \quad (4.47)$$

$$V_{\ell}^{h(3)} + II_{2\ell-\tau}^{\alpha(3)} = \frac{C^2}{2N'^2} \quad (4.48)$$

この関係は、後に説明する独立な光線基本収差係数を使った線形変換形式の導出に用いる。

4.3.2 3 次の展開係数 $M_{ij_1j_2j_3}^*$ から 3 次光線基本収差係数への変換式

3 次の展開係数 $M_{ij_1j_2j_3}^*$ から 3 次光線基本収差係数への変換式を以下に示す。

- 光線傾角の 3 次光線基本収差係数

- ・ 球面収差

$$I_{\ell}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3111}^* + M_{3122}^* + M_{4112}^* + M_{4222}^*) \quad (4.49)$$

- ・ コマ収差

$$II_{\tau}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3113}^* + M_{3223}^* + M_{4114}^* + M_{4224}^*) \quad (4.50)$$

$$II_{2\ell-\tau}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3113}^* - M_{3223}^* + 2M_{3124}^* + 2M_{4123}^* - M_{4114}^* + M_{4224}^*) \quad (4.51)$$

- ・ 非点収差

$$IV_{2\tau-\ell}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3133}^* - M_{3144}^* + 2M_{3234}^* + 2M_{4134}^* - M_{4233}^* + M_{4244}^*) \quad (4.52)$$

- ・ 平均像面湾曲

$$IV_{\ell}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3133}^* + M_{3144}^* + M_{4233}^* + M_{4244}^*) \quad (4.53)$$

- ・ 歪曲収差

$$V_{\tau}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3333}^* + M_{3344}^* + M_{4334}^* + M_{4444}^*) \quad (4.54)$$

- 光線高さの 3 次光線基本収差係数

- ・ 歪曲収差

$$V_{\ell}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1111}^* + M_{1122}^* + M_{2112}^* + M_{2222}^*) \quad (4.55)$$

- ・ 平均像面湾曲

$$IV_{\tau}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1113}^* + M_{1223}^* + M_{2114}^* + M_{2224}^*) \quad (4.56)$$

・非点収差

$$IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1113}^* - M_{1223}^* + 2M_{1124}^* + 2M_{2123}^* - M_{2114}^* + M_{2224}^*) \quad (4.57)$$

・コマ収差

$$II_{2\tau-\iota}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1133}^* - M_{1144}^* + 2M_{1234}^* + 2M_{2134}^* - M_{2233}^* + M_{2244}^*) \quad (4.58)$$

$$II_{\iota}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1133}^* + M_{1144}^* + M_{2233}^* + M_{2244}^*) \quad (4.59)$$

・球面収差

$$I_{\tau}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1333}^* + M_{1344}^* + M_{2334}^* + M_{2444}^*) \quad (4.60)$$

3 次光線通過点収差係数の計算式を導出する際、式 (4.49) から式 (4.60) を $M_{ij_1j_2j_3}^*$ について解いた式が必要になる。その式を以下に示す。

● 光線傾角の 3 次光線基本収差係数に関する展開係数

・球面収差

$$\begin{aligned} M_{3111}^* &= M_{4222}^* = I_{\iota}^{\alpha(3)} \\ M_{3122}^* &= M_{4112}^* = \frac{1}{3} I_{\iota}^{\alpha(3)} \end{aligned} \quad (4.61)$$

・コマ収差

$$\begin{aligned} M_{3113}^* &= M_{4224}^* = \frac{1}{3} (II_{\tau}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)}) \\ M_{3223}^* &= M_{4114}^* = \frac{1}{3} (II_{\tau}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)}) \\ M_{3124}^* &= M_{4123}^* = \frac{1}{3} II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \end{aligned} \quad (4.62)$$

・非点収差と平均像面湾曲

$$\begin{aligned} M_{3133}^* &= M_{4244}^* = \frac{1}{3} (IV_{\iota}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)}) \\ M_{3144}^* &= M_{4233}^* = \frac{1}{3} (IV_{\iota}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)}) \\ M_{3234}^* &= M_{4134}^* = \frac{1}{3} IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} \end{aligned} \quad (4.63)$$

・歪曲収差

$$\begin{aligned} M_{3333}^* &= M_{4444}^* = V_{\tau}^{\alpha(3)} \\ M_{3344}^* &= M_{4334}^* = \frac{1}{3} V_{\tau}^{\alpha(3)} \end{aligned} \quad (4.64)$$

● 光線高さの 3 次光線基本収差係数に関する展開係数

・歪曲収差

$$\begin{aligned} M_{1111}^* &= M_{2222}^* = V_{\iota}^h \\ M_{1122}^* &= M_{2112}^* = \frac{1}{3} V_{\iota}^h \end{aligned} \quad (4.65)$$

・平均像面湾曲と非点収差

$$\begin{aligned}
 M_{1113}^* &= M_{2224}^* = \frac{1}{3}(IV_\tau^h + IV_{2\iota-\tau}^h) \\
 M_{1223}^* &= M_{2114}^* = \frac{1}{3}(IV_\tau^h - IV_{2\iota-\tau}^h) \\
 M_{1124}^* &= M_{2123}^* = \frac{1}{3}IV_{2\iota-\tau}^h
 \end{aligned} \tag{4.66}$$

・コマ収差

$$\begin{aligned}
 M_{1133}^* &= M_{2244}^* = \frac{1}{3}(II_\iota^h + II_{2\tau-\iota}^h) \\
 M_{1144}^* &= M_{2233}^* = \frac{1}{3}(II_\iota^h - II_{2\tau-\iota}^h) \\
 M_{1234}^* &= M_{2134}^* = \frac{1}{3}II_{2\tau-\iota}^h
 \end{aligned} \tag{4.67}$$

・球面収差

$$\begin{aligned}
 M_{1333}^* &= M_{2444}^* = I_\tau^h \\
 M_{1344}^* &= M_{2334}^* = \frac{1}{3}I_\tau^h
 \end{aligned} \tag{4.68}$$

4.4 共軸回転対称光学系の反射・屈折の 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算式

反射・屈折による変換に伴い発生する，共軸回転対称光学系の面固有の 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算式を示す．導出には，基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の方法を用いた．共軸回転対称光学系を前提とした解析なので，基準軸の入射角は $\theta = 0$ とし，面形状の表現は以下の回転対称面の平面ベースのベキ級数展開式を使用した．この計算式は 1 面の反射・屈折の作用を表わすので，面形状を表わす C_2, C_4 の係数と，屈折率 N, N' のみで計算できる特徴がある．この結果は，共軸回転対称光学系の屈折のガウス行列の 3 次への拡張となっている．

$$X(Y, Z) = C_2(Y^2 + Z^2) + C_4(Y^2 + Z^2)^2 + \dots \tag{4.69}$$

なお，球面との差を非球面の寄与として捉える場合には，係数 C_4 の中から球面の寄与項 C_2^3 を除いて以下のように表わせばよい [28]．

$$C_4 \equiv C_2^3 + C_{4\text{asph}} \tag{4.70}$$

この式を代入すれば，球面の寄与と非球面の寄与を分離できる．

- 共軸回転対称光学系の反射・屈折の 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算式

$$\begin{aligned}
M_{1111} &= M_{2222} = \frac{2(N' - N)C_2^2}{N'} \\
M_{1122} &= M_{2112} = \frac{2(N' - N)C_2^2}{3N'} \\
M_{1113} &= M_{2224} = \frac{-(N' - N)C_2}{3N'N} \\
M_{1223} &= M_{2114} = \frac{-(N' - N)C_2}{3N'N} \\
M_{3111} &= M_{4222} = \frac{4(N' - N)(N'^2C_4 - N'NC_2^3 + N^2C_2^3)}{N'^2} \\
&= \frac{4(N' - N)}{N'^2} \{C_2^3(N'^2 - N'N + N^2) + N'^2C_{4\text{asph}}\} \\
M_{3122} &= M_{4112} = \frac{4(N' - N)(N'^2C_4 - N'NC_2^3 + N^2C_2^3)}{3N'^2} \\
&= \frac{4(N' - N)}{3N'^2} \{C_2^3(N'^2 - N'N + N^2) + N'^2C_{4\text{asph}}\} \\
M_{3113} &= M_{4224} = \frac{-2(N' - N)(N'^2 - N'N + 3N^2)C_2^2}{3N'^2N} \\
M_{3223} &= M_{4114} = \frac{-2(N' - N)(N'^2 - N'N + N^2)C_2^2}{3N'^2N} \\
M_{3124} &= M_{4123} = \frac{-2(N' - N)NC_2^2}{3N'^2} \\
M_{3133} &= M_{4244} = \frac{(N' - N)(N' + 3N)C_2}{3N'^2N} \\
M_{3144} &= M_{4233} = \frac{(N' - N)(N' + N)C_2}{3N'^2N} \\
M_{3234} &= M_{4134} = \frac{(N' - N)C_2}{3N'^2} \\
M_{3333} &= M_{4444} = \frac{-(N' - N)(N' + N)}{2N'^2N^2} \\
M_{3344} &= M_{4334} = \frac{-(N' - N)(N' + N)}{6N'^2N^2}
\end{aligned} \tag{4.71}$$

上記以外の $M_{ij_1j_2j_3}$ の要素は 0 である。

4.5 3 次光線通過点収差係数の計算式

共軸回転対称光学系の 3 次光線通過点収差係数の計算公式を示す。式 (4.3) に示したように、評価のアジムス ξ を分離した 3 次収差の関係式は以下のようにかける。

$$\check{V}_{ij_1j_2j_3} = S_{im}^{-1} M_{mn_1n_2n_3}^* S_{n_1j_1} S_{n_2j_2} S_{n_3j_3} \tag{4.72}$$

式 (4.72) を具体的に展開して、式 (4.16) から式 (4.27) に示した 3 次の展開係数 $\check{V}_{ij_1j_2j_3}$ から 3 次光線通過点収差係数への変換式と、式 (4.61) から式 (4.68) に示した 3 次光線基本収差係数と $M_{ij_1j_2j_3}^*$ の関係式を使って整理すれば、共軸回転対称光学系の 3 次光線通過点収差係数の計算公式を導出できる。注目すべき点は 3 次光線通過点収差係数は 3 次光線基本収差係数の線形和で表現されることである。

- 物体結像の 3 次光線通過点収差係数

・ 球面収差

$$\begin{aligned}
I_{\eta}^{(3)} = & -h^4 I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{\tau}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \alpha^2 I V_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + h^3 \alpha V_{\iota}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{\tau}^{h(3)} \\
& + h \alpha^3 I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + h \alpha^3 I I_{\iota}^{h(3)} + \alpha^4 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.73}$$

・ コマ収差

$$\begin{aligned}
I I_{\zeta}^{(3)} = & -2h^3 \bar{h} I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{h} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - 2h \alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + 2h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} + 2h \alpha^2 \bar{h} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau}^{h(3)} \\
& + 2h \alpha^2 \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota}^{h(3)} + 2 \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.74}$$

$$\begin{aligned}
I I_{2\eta-\zeta}^{(3)} = & -h^3 \bar{h} I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha \bar{h} I I_{\tau}^{\alpha(3)} - h^3 \bar{\alpha} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{\iota}^{\alpha(3)} - h \alpha^2 \bar{h} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - h \alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} + h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h \alpha^2 \bar{h} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& + \alpha^3 \bar{h} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + h \alpha^2 \bar{\alpha} I I_{\iota}^{h(3)} + \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.75}$$

・ 非点収差

$$\begin{aligned}
I V_{2\zeta-\eta}^{(3)} = & -h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{h} \bar{\alpha} I I_{\tau}^{\alpha(3)} - h \alpha \bar{h}^2 I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h \alpha \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - h \alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + h \alpha \bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h \alpha \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& + h \alpha \bar{\alpha}^2 I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} I I_{\iota}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.76}$$

・ 平均像面湾曲

$$\begin{aligned}
I V_{\eta}^{(3)} = & -2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} - h \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau}^{\alpha(3)} - 2h^2 \bar{h} \bar{\alpha} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota}^{\alpha(3)} - 2h \alpha \bar{h} \bar{\alpha} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - 2h \alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + 2h \alpha \bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} + 2h \alpha \bar{h} \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau}^{h(3)} \\
& + 2 \alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota}^{h(3)} + 2 \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.77}$$

・ 歪曲収差

$$\begin{aligned}
V_{\eta}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{\tau}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} I V_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^2 h \bar{h} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{\iota}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{\iota}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.78}$$

- 瞳結像の 3 次光線通過点収差係数

・歪曲収差

$$\begin{aligned}
V_{\eta}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{\tau}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} I V_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^2 h \bar{h} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{\iota}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{\iota}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.79}$$

・平均像面湾曲

$$\begin{aligned}
I V_{\zeta}^{r(3)} = & 2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} + h \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau}^{\alpha(3)} + 2\alpha h \bar{h}^2 I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - 2h^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} - 2\alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - h \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - 2\alpha h \bar{\alpha}^2 I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota}^{h(3)} - 2\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.80}$$

・非点収差

$$\begin{aligned}
I V_{\zeta-2\eta}^{r(3)} = & h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha h \bar{h}^2 I I_{\tau}^{\alpha(3)} + h^2 \bar{\alpha} \bar{h} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha h \bar{\alpha}^2 I I_{\iota}^{h(3)} - \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.81}$$

・コマ収差

$$\begin{aligned}
I I_{2\zeta-\eta}^{r(3)} = & h \bar{h}^3 I_{\iota}^{\alpha(3)} + h \bar{\alpha} \bar{h}^2 I I_{\tau}^{\alpha(3)} + \alpha \bar{h}^3 I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 I V_{\iota}^{\alpha(3)} + h \bar{\alpha}^2 \bar{h} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h \bar{\alpha} \bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} - \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - h \bar{\alpha}^2 \bar{h} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - h \bar{\alpha}^3 I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} I I_{\iota}^{h(3)} - \alpha \bar{\alpha}^3 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.82}$$

$$\begin{aligned}
I I_{\eta}^{r(3)} = & 2h \bar{h}^3 I_{\iota}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau}^{\alpha(3)} + 2h \bar{\alpha} \bar{h}^2 I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha} \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - 2h \bar{\alpha} \bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} - 2h \bar{\alpha}^2 \bar{h} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \bar{\alpha} \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - 2\alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota}^{h(3)} - 2\alpha \bar{\alpha}^3 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.83}$$

・球面収差

$$\begin{aligned}
I_{\zeta}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{\iota}^{\alpha(3)} + \bar{h}^3 \bar{\alpha} I I_{\tau}^{\alpha(3)} + \bar{h}^3 \bar{\alpha} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 I V_{\iota}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3 \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha} \bar{h}^3 V_{\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3 \bar{h} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^3 \bar{h} I I_{\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{4.84}$$

4.6 3 次光線基本収差係数の線形変換形式

4.5 節で共軸回転対称光学系の 3 次光線通過点収差係数の計算公式を示し、光線通過点収差係数は光線基本収差係数の線形和で表現されることが明らかになった。光線通過点収差係数と光線基本

収差係数の関係を光学設計で実用的に活用するためには、単に光線通過点収差係数を算出するだけでは不十分であり、2種類の収差係数の関係を捉えやすい表現にすることが望ましい。そのような表現にすれば、結像の収差を表わす光線通過点収差係数の発生要因を、光線高さと光線傾角の収差という光学系の光線変換特性を表わす光線基本収差係数と、入射側近軸追跡値が表す物体位置と瞳位置に分離して表示することが可能になり、従来、光線通過点収差係数から推定していた光学系の収差補正能力を、新たな視点から解析することが可能になる。

そのために、3次光線通過点収差係数の計算公式を3次光線基本収差係数の線形変換形式に整理する。3次光線基本収差係数からなる3次光線基本収差係数ベクトルを以下のように定義する。

$$\overrightarrow{R_{\text{rot}}^{(3)}} \equiv \begin{bmatrix} I_l^{\alpha(3)} \\ II_{\tau}^{\alpha(3)} \\ II_{2\ell-\tau}^{\alpha(3)} \\ IV_{\ell}^{\alpha(3)} \\ IV_{2\tau-\ell}^{\alpha(3)} \\ V_{\tau}^{\alpha(3)} \\ V_{\ell}^{h(3)} \\ IV_{2\ell-\tau}^{h(3)} \\ IV_{\tau}^{h(3)} \\ II_{2\tau-\ell}^{h(3)} \\ II_{\ell}^{h(3)} \\ I_{\tau}^{h(3)} \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

3次光線通過点収差係数からなる3次光線通過点収差係数ベクトルを以下のように定義する。

$$\overrightarrow{S_{\text{rot}}^{(3)}} \equiv \begin{bmatrix} I_{\eta}^{(3)} \\ II_{\zeta}^{(3)} \\ II_{2\eta-\zeta}^{(3)} \\ IV_{\eta}^{(3)} \\ IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} \\ V_{\zeta}^{(3)} \\ V_{\eta}^{r(3)} \\ IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} \\ IV_{\zeta}^{r(3)} \\ II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} \\ II_{\eta}^{r(3)} \\ I_{\zeta}^{r(3)} \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

このとき、入射側の近軸追跡値からなる行列を近軸特性行列 $\widetilde{A_{\text{rot}}^{(3)}}$ とすれば、3次光線基本収差係数の線形変換形式は以下のようにかける。

$$\overrightarrow{S_{\text{rot}}^{(3)}} = \widetilde{A_{\text{rot}}^{(3)}} \overrightarrow{R_{\text{rot}}^{(3)}} \quad (4.87)$$

具体的には、式 (4.87) は次のようにかける。

式 (4.88) は式 (4.9) から式 (4.15) と、式 (4.35) から式 (4.41) の従属関係を全て含んだ形式である。一般的にあまり意識されていない瞳結像の収差係数を含めて、全体の収差構造を把握する場合に有用である。

従属関係を含まない、独立な 3 次光線基本収差係数の線形変換形式を求める。そのためには、光線基本収差係数の従属関係式を使って $II_l^{h(3)}, II_\tau^{\alpha(3)}, IV_\tau^{h(3)}, IV_l^{\alpha(3)}, II_{2\tau-l}^{h(3)}, IV_{2l-\tau}^{h(3)}, V_l^{h(3)}$ を書き換えればよい。独立な 3 次光線基本収差係数からなるベクトルを以下のように定義する。

$$\overrightarrow{R_{\text{rot}}^{\star(3)}} \equiv \begin{bmatrix} I_l^{\alpha(3)} \\ II_{2l-\tau}^{\alpha(3)} \\ IV_{2\tau-l}^{\alpha(3)} \\ P \\ V_\tau^{\alpha(3)} \\ I_\tau^{h(3)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

独立な 3 次光線通過点収差係数からなるベクトルを以下のように定義する。

$$\overrightarrow{S_{\text{rot}}^{\star(3)}} \equiv \begin{bmatrix} I_\eta^{(3)} \\ II_{2\eta-\zeta}^{(3)} \\ IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} \\ P \\ V_\zeta^{(3)} \\ I_\zeta^{r(3)} \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

このとき、入射側の近軸追跡値と共役ガウス行列の要素 C, D からなる近軸特性行列を $\widetilde{A_{\text{rot}}^{\star(3)}}$ とすれば、独立な 3 次光線基本収差係数の線形変換形式は以下のようにかける。

$$\overrightarrow{S_{\text{rot}}^{\star(3)}} = \widetilde{A_{\text{rot}}^{\star(3)}} \overrightarrow{R_{\text{rot}}^{\star(3)}} \quad (4.91)$$

具体的には、式 (4.91) は次のようにかける。

- 回転対称光学系における独立な 3 次光線基本収差係数の線形変換形式 $\overrightarrow{S_{\text{rot}}^{*(3)}} = \overrightarrow{A_{\text{rot}}^{*(3)}} R_{\text{rot}}^{*(3)}$

$$\begin{bmatrix} I_{\eta}^{(3)} \\ II_{2\eta-\zeta}^{(3)} \\ IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} \\ P \\ V_{\zeta}^{(3)} \\ I_{\zeta}^{*(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^4 & -4\alpha h^3 & -6\alpha^2 h^2 & 2\alpha^2 h^2 & -4\alpha^3 h & \alpha^4 \\ -h^3 \bar{h} & -h^2(3\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) & -3\alpha h(\alpha \bar{h} - \bar{\alpha} h) & \alpha h(\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) & -\alpha^2(\alpha \bar{h} + 3\bar{\alpha} h) & \alpha^3 \bar{\alpha} \\ -h^2 \bar{h}^2 & -2h \bar{h}(\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) & -(\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h)^2 - 2\alpha \bar{\alpha} h \bar{h} & 2\alpha \bar{\alpha} h \bar{h} & -2\alpha \bar{\alpha}(\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) & \alpha^2 \bar{\alpha}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -h \bar{h}^3 & -\bar{h}^2(\alpha \bar{h} + 3\bar{\alpha} h) & -3\bar{\alpha} h(\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) & \bar{\alpha} \bar{h}(\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) & -\bar{\alpha}^2(3\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) & \alpha \bar{\alpha}^3 \\ \bar{h}^4 & 4\bar{\alpha} \bar{h}^3 & 6\bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 & -2\bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 & 4\bar{\alpha}^3 \bar{h} & -\bar{\alpha}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\alpha h^2}{2N'^2} C(C\bar{h} + 3D\alpha) + \frac{\alpha^3 h}{2} \left(\frac{D^2}{N'^2} - \frac{3}{N^2} \right) \\ \frac{\alpha h}{2N'^2} (C\bar{h} - D\bar{\alpha})(C\bar{h} + 2D\alpha) + \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{\alpha \bar{h}}{N'^2} D^2 - \frac{\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h}{N^2} \right) \\ \frac{\alpha h}{2N'^2} (C^2 \bar{h}^2 + D^2 \bar{\alpha}^2) + \frac{\alpha \bar{\alpha}}{2} \left(\frac{2D^2 \alpha \bar{h} + D^2 \bar{\alpha} h + 2CDh\bar{h}}{N'^2} - \frac{2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h}{N^2} \right) \\ 0 \\ \frac{C\alpha \bar{h}^2}{2N'^2} (C\bar{h} + 3D\bar{\alpha}) + \frac{3\alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h}}{2} \left(\frac{D^2}{N'^2} - \frac{1}{N^2} \right) \\ -\frac{C\alpha \bar{h}(\bar{h}^2 + 3D\bar{\alpha} \bar{h})}{2N'^2} - \frac{3\bar{\alpha}^3 \bar{h}}{2} \left(\frac{D^2}{N'^2} - \frac{1}{N^2} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\ell}^{\alpha(3)} \\ II_{2\ell-\tau}^{\alpha(3)} \\ IV_{2\tau-\ell}^{\alpha(3)} \\ P \\ V_{\tau}^{\alpha(3)} \\ I_{\tau}^{h(3)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

以上の式 (4.88) と (4.92) から，本章の目的である 3 次光線基本収差係数と 3 次光線通過点収差係数（ザイデル収差係数）を結びつける表現を示すことができた．この式を用いた数値解析例を第 9 章に示した．本章の式を用いて計算した 3 次光線通過点収差係数は，従来の計算式で計算した数値と一致することを確認した．より正確に言えば，従来の収差展開式は慣例として $-1/2$ の係数が付いているので，従来の計算式で計算した数値の $-1/2$ 倍と一致することを確認した．これは本章で提示してきた計算式は正しく導出されていることを示す結果である．

第 5 章

Off-Axial 光学系の 1 次収差解析式

第 4 章で共軸回転対称光学系の 3 次光線基本収差係数の線形変換形式を示した．同様の解析手順に沿って，本章では Off-Axial 光学系における，1 次光線基本収差係数の線形変換形式を示す．注目すべき結果は，Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点収差係数は，アジムスに対して同じ属性をもつ 1 次光線基本収差係数の線形和で表現されることである．Off-Axial 光学系で発生する 1 次光線通過点収差係数は 16 種類あるが，それらは，16 種類すべての 1 次光線基本収差係数を用いて表わされるわけではなく，4 種類の収差ごとの 4 つのグループに分類される．そしてその分類は収差のアジムス依存性，つまり，光学系の対称性と密接に関連している．このような光線通過点収差係数と光線基本収差係数の関連性は，本論文により光線基本収差係数を導入したことで明らかになった [42]．

5.1 光線通過点 4 元収差の 1 次収差展開式と収差係数への変換式

5.1.1 光線通過点 4 元収差の 1 次収差展開式

Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点収差係数への変換式を導出するために，光線通過点 4 元収差の 1 次収差展開式を明示的に示す．光線通過点 4 元収差のベキ級数展開式 (3.75) の 1 次収差領域を抜き出し，以下のように記載する．

$$\Delta p_i^{(1)} = (T_{ij} - \delta_{ij}) p_j \quad (5.1)$$

Off-Axial 光学系で発生する収差は回転対称性が無い収差もある．そのため，評価のアジムス ξ の回転に依存しないように光線通過点収差係数を定義すると，評価のアジムス ξ の位置によって収差係数の値が変化せずに合理的である．1 次の展開係数 T_{ij} は式 (3.79) に示したように以下のようにかける．

$$T_{ij} = J_{im}^{-1} G_{mn}^* J_{nj} \quad (5.2)$$

入射側の近軸追跡値行列 J_{ij} は評価のアジムスの回転を含んでいる．ここで，近軸追跡値行列 J_{ij} は近軸追跡値のみからなる行列と評価のアジムスの回転を表す行列の積に分解できることに着目し，近軸追跡値のみからなる行列を S_{ij} と表し，評価のアジムスの回転を表す行列を Ξ_{ij} で表すと T_{ij} は以下のようにかける．

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \Xi_{im}^{-1} S_{mn}^{-1} G_{no}^* S_{op} \Xi_{pj} \\ &= \Xi_{im}^{-1} \tilde{T}_{mn} \Xi_{nj} \end{aligned} \quad (5.3)$$

式 (5.3) を式 (5.1) に代入すると以下の表現を得る.

$$\Delta p_i^{(1)} = \Xi_{im}^{-1}(\check{T}_{mn} - \delta_{mn})\Xi_{nj}p_j \quad (5.4)$$

この式 (5.4) を明示的に展開して 1 次光線通過点収差係数を定義すれば, 評価のアジムス ξ および p_i が含んでいる物点の相対アジムス ζ と入射瞳面の点の相対アジムス η の変化に対して不変な 1 次光線通過点収差係数が得られる. またこの展開により, 1 次光線通過点収差係数のアジムス依存性を明確に表現できる.

式 (5.4) を明示的に記載すると以下のようにかける.

$$\begin{bmatrix} \Delta b_{\parallel}^{(1)} \\ \Delta b_{\perp}^{(1)} \\ \Delta r_{\parallel}^{(1)} \\ \Delta r_{\perp}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{T}_{11} - 1 & \check{T}_{12} & \check{T}_{13} & \check{T}_{14} \\ \check{T}_{21} & \check{T}_{22} - 1 & \check{T}_{23} & \check{T}_{24} \\ \check{T}_{31} & \check{T}_{32} & \check{T}_{33} - 1 & \check{T}_{34} \\ \check{T}_{41} & \check{T}_{42} & \check{T}_{43} & \check{T}_{44} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \cos \zeta \\ b \sin \zeta \\ r \cos \eta \\ r \sin \eta \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

式 (5.5) を展開すると, 以下の光線通過点 4 元収差の 1 次収差展開式を得る.

- 評価のアジムスに平行な物体結像の収差 $\Delta b_{\parallel}^{(1)}$

$$\begin{aligned} \Delta b_{\parallel}^{(1)} = & \{I_{\eta}^{(1)} \cos(\eta) + I_{\eta+2\xi}^{(1)} \cos(\eta + 2\xi) + I_{\eta+2\xi,s}^{(1)} \sin(\eta + 2\xi) + I_{\eta,s}^{(1)} \sin(\eta)\}r \\ & + \{V_{\zeta}^{(1)} \cos(\zeta) + V_{\zeta+2\xi}^{(1)} \cos(\zeta + 2\xi) + V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)} \sin(\zeta + 2\xi) + V_{\zeta,s}^{(1)} \sin(\zeta)\}b \end{aligned} \quad (5.6)$$

- 評価のアジムスに垂直な物体結像の収差 $\Delta b_{\perp}^{(1)}$

$$\begin{aligned} \Delta b_{\perp}^{(1)} = & \{I_{\eta}^{(1)} \sin(\eta) - I_{\eta+2\xi}^{(1)} \sin(\eta + 2\xi) + I_{\eta+2\xi,s}^{(1)} \cos(\eta + 2\xi) - I_{\eta,s}^{(1)} \cos(\eta)\}r \\ & + \{V_{\zeta}^{(1)} \sin(\zeta) - V_{\zeta+2\xi}^{(1)} \sin(\zeta + 2\xi) + V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)} \cos(\zeta + 2\xi) - V_{\zeta,s}^{(1)} \cos(\zeta)\}b \end{aligned} \quad (5.7)$$

- 評価のアジムスに平行な瞳結像の収差 $\Delta r_{\parallel}^{(1)}$

$$\begin{aligned} \Delta r_{\parallel}^{(1)} = & \{I_{\zeta}^{r(1)} \cos(\zeta) + I_{\zeta+2\xi}^{r(1)} \cos(\zeta + 2\xi) + I_{\zeta+2\xi,s}^{r(1)} \sin(\zeta + 2\xi) + I_{\zeta,s}^{r(1)} \sin(\zeta)\}b \\ & + \{V_{\eta}^{r(1)} \cos(\eta) + V_{\eta+2\xi}^{r(1)} \cos(\eta + 2\xi) + V_{\eta+2\xi,s}^{r(1)} \sin(\eta + 2\xi) + V_{\eta,s}^{r(1)} \sin(\eta)\}r \end{aligned} \quad (5.8)$$

- 評価のアジムスに垂直な瞳結像の収差 $\Delta r_{\perp}^{(1)}$

$$\begin{aligned} \Delta r_{\perp}^{(1)} = & \{I_{\zeta}^{r(1)} \sin(\zeta) - I_{\zeta+2\xi}^{r(1)} \sin(\zeta + 2\xi) + I_{\zeta+2\xi,s}^{r(1)} \cos(\zeta + 2\xi) - I_{\zeta,s}^{r(1)} \cos(\zeta)\}b \\ & + \{V_{\eta}^{r(1)} \sin(\eta) - V_{\eta+2\xi}^{r(1)} \sin(\eta + 2\xi) + V_{\eta+2\xi,s}^{r(1)} \cos(\eta + 2\xi) - V_{\eta,s}^{r(1)} \cos(\eta)\}r \end{aligned} \quad (5.9)$$

式 (5.6) から式 (5.9) において, 1 次光線通過点収差係数は入射瞳径 r , 物体の高さ (画角) b , 入射瞳面の点の相対アジムス η , 物点のアジムス ζ , 評価のアジムス ξ に無関係な定数である.

収差係数の記法について説明する. 式 (5.6) と式 (5.7) に記載の各収差係数は物体結像の 1 次光線通過点収差係数である. $I^{(1)}$ は入射瞳径 r の 1 次に比例する収差係数であり, $V^{(1)}$ は物体の高さ (画角) b の 1 次に比例する収差係数である. ザイデル収差係数との類推で議論すれば, $I^{(1)}$ は 1 次領域の球面収差であり, $V^{(1)}$ は 1 次領域の歪曲収差といえる. なぜなら, 3 次収差係数において, 球面収差 I は入射瞳径 r の 3 次に比例し, 画角に無関係な収差係数であり, 歪曲収差 V は物

体の高さ b の 3 次に比例し、入射瞳径に無関係な係数と定義されるからである。3 次収差係数と区別するために、1 次収差係数には $I^{(1)}$ のように収差係数の右上に (1) を付けた。

収差係数の右下に記載した記号の意味と収差係数の分類について説明する。まず、1 次光線通過点収差係数の球面収差 $I^{(1)}$ を例に説明する。式 (5.6) と式 (5.7) に記載したように、1 次の球面収差 $I^{(1)}$ をアジマス η と ξ との関係により、 $I_{\eta}^{(1)}, I_{\eta+2\xi}^{(1)}, I_{\eta+2\xi,s}^{(1)}, I_{\eta,s}^{(1)}$ の 4 種類に分類した。式 (5.6) と式 (5.7) から、収差係数ごとの収差図形を描画できる。収差の特徴を表す収差図形は、特定の入射瞳径 r や物体の高さ b の値に対して、3 つのアジマス η, ζ, ξ の変化によって、収差がどのように変化するかを表す。故に、収差係数は収差図形とアジマスの関係が明示的に表記されている記号を用いると実用的だと考えられる。したがって、 $I_{\eta}^{(1)}, I_{\eta+2\xi}^{(1)}, I_{\eta+2\xi,s}^{(1)}, I_{\eta,s}^{(1)}$ のように、収差係数の右下にアジマスとの関係を記した。この表記によれば、収差係数から収差図形のアジマス特性を把握できる。各収差係数によって描画される収差図形を付録 B に記載した。右下の s の有無による差異については後述する。

$I_{\eta}^{(1)}$ はアジマス η の変化により収差図形が変化するが、アジマス ξ の変化によって収差図形が変化しないことを表している。故に、 $I_{\eta}^{(1)}$ により描かれる収差図形は回転対称な性質を持つことを示している。 $I_{\eta+2\xi}^{(1)}$ は 2ξ の項があることから、180 度の回転によって収差図形が一致することを示している。故に、 $I_{\eta+2\xi}^{(1)}$ が描く収差図形は 2 回の回転対称性を有している。

1 次の歪曲収差 $V^{(1)}$ も 1 次の球面収差と同様に議論する。式 (5.6) と式 (5.7) に記載したように、1 次の歪曲収差 $V^{(1)}$ をアジマス ζ, ξ との関係により、 $V_{\zeta}^{(1)}, V_{\zeta+2\xi}^{(1)}, V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)}, V_{\zeta,s}^{(1)}$ の 4 種類に分類した。 $V_{\zeta}^{(1)}$ はアジマス ζ の変化により収差図形が変化するが、アジマス ξ の変化によっては収差図形が変化しないことを表している。故に、 $V_{\zeta}^{(1)}$ により描かれる収差図形は回転対称な性質を持つことを示している。 $V_{\zeta+2\xi}^{(1)}$ は 2ξ の項があることから、180 度の回転によって収差図形が一致することを示している。故に、 $V_{\zeta+2\xi}^{(1)}$ が描く収差図形は 2 回の回転対称性を有している。

収差係数の右下に記載した s の有無による差異について説明する。前述のように、球面収差係数 $I_{\eta}^{(1)}, I_{\eta,s}^{(1)}$ はアジマス ξ の変化によって収差図形は変化しないことは共通である。しかし、式 (5.6) と式 (5.7) からわかるように、cosine と sine のかかり方に差異がある。これにより $I_{\eta}^{(1)}$ と $I_{\eta,s}^{(1)}$ では光束の状態が異なる。付録 B を参照すればわかるように、 $I_{\eta}^{(1)}$ による光束には「ねじれ」が無いが、 $I_{\eta,s}^{(1)}$ による光束には「ねじれ」が存在する。同様に、 $I_{\eta+2\xi}^{(1)}, I_{\eta+2\xi,s}^{(1)}$ は 2ξ の項があることから、収差図形が 2 回の回転対称性を有することは共通である。しかし、cosine と sine のかかり方に差異があり、これにより $I_{\eta+2\xi}^{(1)}$ と $I_{\eta+2\xi,s}^{(1)}$ では軸上非点の生じる角度が異なっている。

評価のアジマスに平行な収差においてアジマスの cosine が掛かり、評価のアジマスに垂直な収差においてアジマスの sine が掛かる収差係数を、収差係数の右下に s と記載せずに、 $I_{\eta}^{(1)}, I_{\eta+2\xi}^{(1)}$ のように記載した。一方、評価のアジマスに平行な収差においてアジマスの sine が掛かり、評価のアジマスに垂直な収差においてアジマスの cosine が掛かる収差係数を、収差係数の右下に s と記載し、 $I_{\eta,s}^{(1)}, I_{\eta+2\xi,s}^{(1)}$ のように記載した。歪曲収差における右下に s についても、同じルールに沿って s の有無を決定した。

次に、瞳結像の 1 次光線通過点収差係数について説明する。式 (5.8) と式 (5.9) に記載の各収差係数は瞳結像の収差係数である。 $I^r(1)$ は物体の高さ b の 1 次に比例する瞳結像の球面収差係数である。 $V^r(1)$ は入射瞳径 r の 1 次に比例する瞳結像の歪曲収差係数である。物体結像の 1 次収差係数と区別するために、瞳結像の収差係数の右上に $r(1)$ を付記した。収差係数の右下に記載したアジマス ζ, η, ξ と s の有無の規則は物体結像と同様である。

5.1.2 1 次の展開係数 \check{T}_{ij} から 1 次光線通過点収差係数への変換式

1 次の展開係数 \check{T}_{ij} から 1 次光線通過点収差係数への変換式を以下に示す．収差係数の名称は収差図形の特徴を元に決定した．収差図形は付録 B を参照すること．

- 物体結像の 1 次球面収差係数

- ・デフォーカス

$$I_{\eta}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{13} + \check{T}_{24}) \quad (5.10)$$

- ・軸上非点 (0-90°)

$$I_{\eta+2\xi}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{13} - \check{T}_{24}) \quad (5.11)$$

- ・軸上非点 (45-135°)

$$I_{\eta+2\xi,s}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{14} + \check{T}_{23}) \quad (5.12)$$

- ・ねじれ光束

$$I_{\eta,s}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{14} - \check{T}_{23}) \quad (5.13)$$

- 物体結像の 1 次歪曲係数

- ・拡縮

$$V_{\zeta}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{11} + \check{T}_{22}) - 1 \quad (5.14)$$

- ・アナモフィック倍率 (0-90°)

$$V_{\zeta+2\xi}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{11} - \check{T}_{22}) \quad (5.15)$$

- ・アナモフィック倍率 (45-135°)

$$V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{12} + \check{T}_{21}) \quad (5.16)$$

- ・回転

$$V_{\zeta,s}^{(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{12} - \check{T}_{21}) \quad (5.17)$$

- 瞳結像の 1 次歪曲係数

- ・拡縮

$$V_{\eta}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{33} + \check{T}_{44}) - 1 \quad (5.18)$$

- ・アナモフィック倍率 (0-90°)

$$V_{\eta+2\xi}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{33} - \check{T}_{44}) \quad (5.19)$$

- ・アナモフィック倍率 (45-135°)

$$V_{\eta+2\xi,s}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{34} + \check{T}_{43}) \quad (5.20)$$

- ・回転

$$V_{\eta,s}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{34} - \check{T}_{43}) \quad (5.21)$$

- 瞳結像の 1 次球面収差係数

・デフォーカス

$$I_{\zeta}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{31} + \check{T}_{42}) \quad (5.22)$$

・軸上非点 (0-90°)

$$I_{\zeta+2\xi}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{31} - \check{T}_{42}) \quad (5.23)$$

・軸上非点 (45-135°)

$$I_{\zeta+2\xi,s}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{32} + \check{T}_{41}) \quad (5.24)$$

・ねじれ光束

$$I_{\zeta,s}^{r(1)} = \frac{1}{2} (\check{T}_{32} - \check{T}_{41}) \quad (5.25)$$

5.2 光線基本 4 元収差の 1 次収差展開式と収差係数への変換式

5.2.1 光線基本 4 元収差の 1 次収差展開式

Off-Axial 光学系の 1 次光線基本収差係数への変換式を導出するために、光線基本 4 元収差の 1 次収差展開式を明示的に示す。光線基本 4 元収差のベキ級数展開式 (3.76) の 1 次収差領域を抜き出し、以下のように記載する。

$$\begin{aligned} \Delta I_i^{(1)} &= (Q_{im}^{-1} G_{mj} - \delta_{ij}) I_j \\ &= (G_{ij}^* - \delta_{ij}) I_j \end{aligned} \quad (5.26)$$

1 次光線通過点収差係数の場合と同様に、評価のアジマス ξ と光線高さのアジマス ι 、光線傾角のアジマス τ と光線基本収差の関係がわかるように光線基本収差係数を定義すると、光線通過点収差係数と関連付けた収差特性の理解につながり合理的である。しかし、式 (5.26) は基準面を xy 断面とした $\xi = 0$ のときの収差展開式であるため、評価のアジマス ξ との関係性がわからない形式になっている。評価のアジマス ξ と 1 次光線基本収差の関係を明らかにするために、式 (5.26) に評価のアジマス ξ の回転変換 Ξ_{ij} を作用させる。

$$\Delta I_i^{*(1)} = \Xi_{im}^{-1} (G_{mn}^* - \delta_{mn}) \Xi_{nj} I_j \quad (5.27)$$

式 (5.27) を明示的に記述すると以下のようにかける。右辺の 2 項目が $(G_{mn}^* - \delta_{mn})$ を表わしている。 I_i は式 (3.29) で定義した入射側の光線基本 4 元ベクトルである。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta h_{\parallel}^{*(1)} \\ \Delta h_{\perp}^{*(1)} \\ \Delta \alpha_{\parallel}^{*(1)} \\ \Delta \alpha_{\perp}^{*(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\xi) & -\sin(\xi) & 0 & 0 \\ \sin(\xi) & \cos(\xi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\xi) & -\sin(\xi) \\ 0 & 0 & \sin(\xi) & \cos(\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^* - 1 & A_2^* & B_1^* & B_2^* \\ A_3^* & A_4^* - 1 & B_3^* & B_4^* \\ C_1^* & C_2^* & D_1^* - 1 & D_2^* \\ C_3^* & C_4^* & D_3^* & D_4^* - 1 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \cos(\xi) & \sin(\xi) & 0 & 0 \\ -\sin(\xi) & \cos(\xi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\xi) & \sin(\xi) \\ 0 & 0 & -\sin(\xi) & \cos(\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \cos \iota \\ H \sin \iota \\ A \cos \tau \\ A \sin \tau \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.28)$$

式 (5.28) を展開すると、以下の光線基本 4 元収差の 1 次収差展開式を得る。

- 評価のアジムスに平行な光線高さの収差 $\Delta h_{\parallel}^{*(1)}$

$$\Delta h_{\parallel}^{*(1)} = \{I_{\tau}^{h(1)} \cos(\tau) + I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \cos(\tau + 2\xi) + I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} \sin(\tau + 2\xi) + I_{\tau,s}^{h(1)} \sin(\tau)\}A \\ + \{V_{\iota}^{h(1)} \cos(\iota) + V_{\iota+2\xi}^{h(1)} \cos(\iota + 2\xi) + V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} \sin(\iota + 2\xi) + V_{\iota,s}^{h(1)} \sin(\iota)\}H \quad (5.29)$$

- 評価のアジムスに垂直な光線高さの収差 $\Delta h_{\perp}^{*(1)}$

$$\Delta h_{\perp}^{*(1)} = \{I_{\tau}^{h(1)} \sin(\tau) - I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \sin(\tau + 2\xi) + I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} \cos(\tau + 2\xi) - I_{\tau,s}^{h(1)} \cos(\tau)\}A \\ + \{V_{\iota}^{h(1)} \sin(\iota) - V_{\iota+2\xi}^{h(1)} \sin(\iota + 2\xi) + V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} \cos(\iota + 2\xi) - V_{\iota,s}^{h(1)} \cos(\iota)\}H \quad (5.30)$$

- 評価のアジムスに平行な光線傾角の収差 $\Delta \alpha_{\parallel}^{*(1)}$

$$\Delta \alpha_{\parallel}^{*(1)} = \{I_{\iota}^{\alpha(1)} \cos(\iota) + I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} \cos(\iota + 2\xi) + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} \sin(\iota + 2\xi) + I_{\iota,s}^{\alpha(1)} \sin(\iota)\}H \\ + \{V_{\tau}^{\alpha(1)} \cos(\tau) + V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} \cos(\tau + 2\xi) + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} \sin(\tau + 2\xi) + V_{\tau,s}^{\alpha(1)} \sin(\tau)\}A \quad (5.31)$$

- 評価のアジムスに垂直な光線傾角の収差 $\Delta \alpha_{\perp}^{*(1)}$

$$\Delta \alpha_{\perp}^{*(1)} = \{I_{\iota}^{\alpha(1)} \sin(\iota) - I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} \sin(\iota + 2\xi) + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} \cos(\iota + 2\xi) - I_{\iota,s}^{\alpha(1)} \cos(\iota)\}H \\ + \{V_{\tau}^{\alpha(1)} \sin(\tau) - V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} \sin(\tau + 2\xi) + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} \cos(\tau + 2\xi) - V_{\tau,s}^{\alpha(1)} \cos(\tau)\}A \quad (5.32)$$

光線高さの光線基本収差係数の右上に h を付け、光線傾角の光線基本収差係数の右上に α を付けた。収差項のアジムス依存性がわかるように収差係数の右下にアジムスを記載した。

光線通過点 4 元収差の展開式と比較すればわかるように、光線基本 4 元収差の展開式は以下の置換を行った構造になっている。

$$\begin{aligned} \zeta &\longrightarrow \iota \\ \eta &\longrightarrow \tau \\ b &\longrightarrow H \\ r &\longrightarrow A \end{aligned} \quad (5.33)$$

したがって、収差曲線の特性は光線通過点収差係数と同様である。故に、光線基本収差係数の名称は光線通過点収差係数からの類推で付けることにする。例えば、 $I^{h(1)}$ を光線高さの球面収差係数とし、 $V^{h(1)}$ を光線高さの歪曲係数とした。また、 $I^{\alpha(1)}$ を光線傾角の球面収差係数とし、 $V^{\alpha(1)}$ を光線傾角の歪曲係数とした。光線基本収差係数の右下に記載したアジムス ι, τ, ξ と s の有無の規則についても、光線通過点収差係数と同様である。ただし、光線通過点収差は理想結像からの収差を表わしているのに対して、光線基本収差は理想光線からの収差を表している事に注意が必要である。収差係数の名称が増えて煩雑になることを避けるために、光線基本 4 元収差の収差係数の名称を光線通過点 4 元収差との類推から定めた。収差の名称が持つ感覚によって、光線基本収差は結像の収差を表わしていると誤解してはいけない。

5.2.2 1 次の展開係数 G_{ij}^* から 1 次光線基本収差係数への変換式

1 次の展開係数 G_{ij}^* から 1 次光線基本収差係数への変換式を以下に示す。

- 光線傾角の 1 次球面収差係数

・デフォーカス

$$I_{\iota}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (C_1^* + C_4^*) \quad (5.34)$$

・軸上非点 (0-90°)

$$I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (C_1^* - C_4^*) \quad (5.35)$$

・軸上非点 (45-135°)

$$I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (C_2^* + C_3^*) \quad (5.36)$$

・ねじれ光束

$$I_{\iota,s}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (C_2^* - C_3^*) \quad (5.37)$$

● 光線傾角の 1 次歪曲係数

・拡縮

$$V_{\tau}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (D_1^* + D_4^*) - 1 \quad (5.38)$$

・アナモフィック倍率 (0-90°)

$$V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (D_1^* - D_4^*) \quad (5.39)$$

・アナモフィック倍率 (45-135°)

$$V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (D_2^* + D_3^*) \quad (5.40)$$

・回転

$$V_{\tau,s}^{\alpha(1)} = \frac{1}{2} (D_2^* - D_3^*) \quad (5.41)$$

● 光線高さの 1 次歪曲係数

・拡縮

$$V_{\iota}^{h(1)} = \frac{1}{2} (A_1^* + A_4^*) - 1 \quad (5.42)$$

・アナモフィック倍率 (0-90°)

$$V_{\iota+2\xi}^{h(1)} = \frac{1}{2} (A_1^* - A_4^*) \quad (5.43)$$

・アナモフィック倍率 (45-135°)

$$V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} = \frac{1}{2} (A_2^* + A_3^*) \quad (5.44)$$

・回転

$$V_{\iota,s}^{h(1)} = \frac{1}{2} (A_2^* - A_3^*) \quad (5.45)$$

● 光線高さの 1 次球面収差係数

・デフォーカス

$$I_{\tau}^{h(1)} = \frac{1}{2} (B_1^* + B_4^*) \quad (5.46)$$

・軸上非点 (0-90°)

$$I_{\tau+2\xi}^{h(1)} = \frac{1}{2} (B_1^* - B_4^*) \quad (5.47)$$

・軸上非点 (45-135°)

$$I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} = \frac{1}{2} (B_2^* + B_3^*) \quad (5.48)$$

・ねじれ光束

$$I_{\tau,s}^{h(1)} = \frac{1}{2} (B_2^* - B_3^*) \quad (5.49)$$

1 次光線通過点収差係数の計算公式を導出する際、式 (5.34) から式 (5.49) を G_{ij}^* について解いた式が必要になる。その式を以下に示す。

- 光線傾角の 1 次球面収差係数に関する展開係数

$$C_1^* = I_{\iota}^{\alpha(1)} + I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} \quad (5.50)$$

$$C_2^* = I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} + I_{\iota,s}^{\alpha(1)} \quad (5.51)$$

$$C_3^* = I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} - I_{\iota,s}^{\alpha(1)} \quad (5.52)$$

$$C_4^* = I_{\iota}^{\alpha(1)} - I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} \quad (5.53)$$

- 光線傾角の 1 次歪曲収差係数に関する展開係数

$$D_1^* = V_{\tau}^{\alpha(1)} + V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} + 1 \quad (5.54)$$

$$D_2^* = V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} + V_{\tau,s}^{\alpha(1)} \quad (5.55)$$

$$D_3^* = V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} - V_{\tau,s}^{\alpha(1)} \quad (5.56)$$

$$D_4^* = V_{\tau}^{\alpha(1)} - V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} + 1 \quad (5.57)$$

- 光線高さの 1 次歪曲収差係数に関する展開係数

$$A_1^* = V_{\iota}^{h(1)} + V_{\iota+2\xi}^{h(1)} + 1 \quad (5.58)$$

$$A_2^* = V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} + V_{\iota,s}^{h(1)} \quad (5.59)$$

$$A_3^* = V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} - V_{\iota,s}^{h(1)} \quad (5.60)$$

$$A_4^* = V_{\iota}^{h(1)} - V_{\iota+2\xi}^{h(1)} + 1 \quad (5.61)$$

- 光線高さの 1 次球面収差係数に関する展開係数

$$B_1^* = I_{\tau}^{h(1)} + I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \quad (5.62)$$

$$B_2^* = I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} + I_{\tau,s}^{h(1)} \quad (5.63)$$

$$B_3^* = I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} - I_{\tau,s}^{h(1)} \quad (5.64)$$

$$B_4^* = I_{\tau}^{h(1)} - I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \quad (5.65)$$

5.3 1 次光線通過点収差係数の計算式

Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点収差係数の計算式を示す．式 (5.3) に示したように，評価のアジムス ξ を分離した 1 次収差の関係式は以下のようにかける．

$$\check{T}_{ij} - \delta_{ij} = S_{im}^{-1} (G_{mn}^* - \delta_{mn}) S_{mj} \quad (5.66)$$

式 (5.66) を具体的に展開して，式 (5.10) から式 (5.25) に示した 1 次の展開係数 \check{T}_{ij} から 1 次光線通過点収差係数への変換式と，式 (5.50) から式 (5.65) に示した 1 次光線基本収差係数と G_{ij}^* の関係式を使って整理すれば，Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点収差係数の計算式を導出できる．注目すべき点は，Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点収差係数は，アジムスに対して同じ属性をもつ 1 次光線基本収差係数の線形和で表現されることである．

- 物体結像の 1 次球面収差係数

- ・デフォーカス

$$I_{\eta}^{(1)} = -h^2 I_{\iota}^{\alpha(1)} - \alpha h V_{\tau}^{\alpha(1)} + \alpha h V_{\iota}^{h(1)} + \alpha^2 I_{\tau}^{h(1)} \quad (5.67)$$

- ・軸上非点 (0-90°)

$$I_{\eta+2\xi}^{(1)} = -h^2 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} - \alpha h V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} + \alpha h V_{\iota+2\xi}^{h(1)} + \alpha^2 I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \quad (5.68)$$

- ・軸上非点 (45-135°)

$$I_{\eta+2\xi,s}^{(1)} = -h^2 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} - \alpha h V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} + \alpha h V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} + \alpha^2 I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} \quad (5.69)$$

- ・ねじれ光束

$$I_{\eta,s}^{(1)} = -h^2 I_{\iota,s}^{\alpha(1)} - \alpha h V_{\tau,s}^{\alpha(1)} + \alpha h V_{\iota,s}^{h(1)} + \alpha^2 I_{\tau,s}^{h(1)} \quad (5.70)$$

- 物体結像の 1 次歪曲収差係数

- ・拡縮

$$V_{\zeta}^{(1)} = -h\bar{h} I_{\iota}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha} h V_{\tau}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h} V_{\iota}^{h(1)} + \alpha\bar{\alpha} I_{\tau}^{h(1)} \quad (5.71)$$

- ・アナモフィック倍率 (0-90°)

$$V_{\zeta+2\xi}^{(1)} = -h\bar{h} I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha} h V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h} V_{\iota+2\xi}^{h(1)} + \alpha\bar{\alpha} I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \quad (5.72)$$

- ・アナモフィック倍率 (45-135°)

$$V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)} = -h\bar{h} I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha} h V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h} V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} + \alpha\bar{\alpha} I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} \quad (5.73)$$

- ・回転

$$V_{\zeta,s}^{(1)} = -h\bar{h} I_{\iota,s}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha} h V_{\tau,s}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h} V_{\iota,s}^{h(1)} + \alpha\bar{\alpha} I_{\tau,s}^{h(1)} \quad (5.74)$$

- 瞳結像の 1 次歪曲収差係数

- ・拡縮

$$V_{\eta}^{r(1)} = h\bar{h} I_{\iota}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h} V_{\tau}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha} h V_{\iota}^{h(1)} - \alpha\bar{\alpha} I_{\tau}^{h(1)} \quad (5.75)$$

- ・アナモフィック倍率 (0-90°)

$$V_{\eta+2\xi}^{r(1)} = h\bar{h}I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h}V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha}hV_{\iota+2\xi}^{h(1)} - \alpha\bar{\alpha}I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \quad (5.76)$$

- ・アナモフィック倍率 (45-135°)

$$V_{\eta+2\xi,s}^{r(1)} = h\bar{h}I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h}V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha}hV_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} - \alpha\bar{\alpha}I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} \quad (5.77)$$

- ・回転

$$V_{\eta,s}^{r(1)} = h\bar{h}I_{\iota,s}^{\alpha(1)} + \alpha\bar{h}V_{\tau,s}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha}hV_{\iota,s}^{h(1)} - \alpha\bar{\alpha}I_{\tau,s}^{h(1)} \quad (5.78)$$

- 瞳結像の 1 次球面収差係数

- ・デフォーカス

$$I_{\zeta}^{r(1)} = \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(1)} + \bar{\alpha}\bar{h}V_{\tau}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha}\bar{h}V_{\iota}^{h(1)} - \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(1)} \quad (5.79)$$

- ・軸上非点 (0-90°)

$$I_{\zeta+2\xi}^{r(1)} = \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} + \bar{\alpha}\bar{h}V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha}\bar{h}V_{\iota+2\xi}^{h(1)} - \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \quad (5.80)$$

- ・軸上非点 (45-135°)

$$I_{\zeta+2\xi,s}^{r(1)} = \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} + \bar{\alpha}\bar{h}V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha}\bar{h}V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} - \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} \quad (5.81)$$

- ・ねじれ光束

$$I_{\zeta,s}^{r(1)} = \bar{h}^2 I_{\iota,s}^{\alpha(1)} + \bar{\alpha}\bar{h}V_{\tau,s}^{\alpha(1)} - \bar{\alpha}\bar{h}V_{\iota,s}^{h(1)} - \bar{\alpha}^2 I_{\tau,s}^{h(1)} \quad (5.82)$$

5.4 1 次光線基本収差係数の線形変換形式

5.3 節で Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点収差係数の計算公式を示し、1 次光線通過点収差係数は、アジマスに対して同じ属性をもつ 1 次光線基本収差係数の線形和で表現されることが明らかになった。光線通過点収差係数と光線基本収差係数の関係を光学設計で実用的に活用するためには、単に光線通過点収差係数を算出するだけでは不十分であり、2 種類の収差係数の関係を捉えやすい表現にすることが望ましい。そのような表現にすれば、結像の収差を表わす光線通過点収差係数の発生要因を、光線高さと光線傾角の収差という光学系の光線変換特性を表わす光線基本収差係数と、入射側近軸追跡値が表す物体位置と瞳位置に分離して表示することが可能になり、光学系の収差補正能力を、新たな視点から解析することが可能になる。

そのために、1 次光線通過点収差係数の計算公式を 1 次光線基本収差係数の線形変換形式に整理すると以下ようになる。ここでは、 ζ, η などの特定の相対アジマスではなく、 ζ, η, ι, τ の相対アジマス一般を表わす記号として Azm を用いた。

- デフォーカスと拡縮。共軸回転対称光学系から発生。

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm}}^{(1)}} = \begin{bmatrix} I_{\eta}^{(1)} \\ V_{\zeta}^{(1)} \\ V_{\eta}^{r(1)} \\ I_{\zeta}^{r(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha}h & \alpha\bar{h} & \alpha\bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha\bar{h} & -\bar{\alpha}h & -\alpha\bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\iota}^{\alpha(1)} \\ V_{\tau}^{\alpha(1)} \\ V_{\iota}^{h(1)} \\ I_{\tau}^{h(1)} \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{\text{Azm}}^{(1)}} \quad (5.83)$$

- 軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°)。2 面対称光学系から発生。

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm}+2\xi}^{(1)}} = \begin{bmatrix} I_{\eta+2\xi}^{(1)} \\ V_{\zeta+2\xi}^{(1)} \\ V_{\eta+2\xi}^{r(1)} \\ I_{\zeta+2\xi}^{r(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha}h & \alpha\bar{h} & \alpha\bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha\bar{h} & -\bar{\alpha}h & -\alpha\bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\iota+2\xi}^{\alpha(1)} \\ V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)} \\ V_{\iota+2\xi}^{h(1)} \\ I_{\tau+2\xi}^{h(1)} \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{2\xi}^{(1)}} \quad (5.84)$$

- 軸上非点 (45-135°) とアナモフィック倍率 (45-135°). 対称性の無い光学系から発生.

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm}+2\xi,s}^{(1)}} = \begin{bmatrix} I_{\eta+2\xi,s}^{(1)} \\ V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)} \\ V_{\eta+2\xi,s}^{r(1)} \\ I_{\zeta+2\xi,s}^{r(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha}h & \alpha\bar{h} & \alpha\bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha\bar{h} & -\bar{\alpha}h & -\alpha\bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(1)} \\ V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(1)} \\ V_{\iota+2\xi,s}^{h(1)} \\ I_{\tau+2\xi,s}^{h(1)} \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{2\xi,s}^{(1)}} \quad (5.85)$$

- ねじれ光束と回転. 対称性の無い光学系で発生.

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm},s}^{(1)}} = \begin{bmatrix} I_{\eta,s}^{(1)} \\ V_{\zeta,s}^{(1)} \\ V_{\eta,s}^{r(1)} \\ I_{\zeta,s}^{r(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha}h & \alpha\bar{h} & \alpha\bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha\bar{h} & -\bar{\alpha}h & -\alpha\bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\iota,s}^{\alpha(1)} \\ V_{\tau,s}^{\alpha(1)} \\ V_{\iota,s}^{h(1)} \\ I_{\tau,s}^{h(1)} \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{\text{Azm},s}^{(1)}} \quad (5.86)$$

以上の式 (5.83) から式 (5.86) まで, 本章の目的である 1 次光線基本収差係数と 1 次光線通過点収差係数を結びつける表現を示すことができた. 式 (5.83) から式 (5.86) まで, 同じ近軸特性行列 $\widetilde{A^{(1)}}$ で変換できることは注目に値することである.

本章で示した計算式を用いた数値解析例を第 9 章に示した. 最も基本的な Off-Axial 光学系と見なすことができるオフナー光学系を例に収差解析を実施した. その結果, 従来から知られているオフナー光学系の特徴を, 収差係数からも示すことができた. これは本章で提示してきた計算式は正しく導出されていると考える結果である.

第 6 章

Off-Axial 光学系の 2 次収差解析式

第 5 章で Off-Axial 光学系の 1 次光線基本収差係数の線形変換形式を示した。同様の解析手順に沿って、本章では Off-Axial 光学系における、2 次光線基本収差係数の線形変換形式を示す。注目すべき結果は、Off-Axial 光学系の 1 次収差解析式と同様に、Off-Axial 光学系の 2 次光線通過点収差係数はアジムスに対して同じ属性を持つ 2 次光線基本収差係数の線形和で表現されることである。Off-Axial 光学系で発生する 2 次光線通過点収差係数は 40 種類あるが、それらは、40 種類すべての 2 次光線基本収差係数を用いて表わされるわけではなく、8 種類の収差で構成される 2 つのグループと、6 種類の収差で構成される 4 つのグループに分類される。そしてその分類は収差のアジムス依存性、つまり、光学系の対称性と密接に関係している。2 次光線通過点収差係数はアジムスに対して同じ属性を持つ 2 次光線基本収差係数の線形和で表現されることは、本論文により光線基本収差係数を導入したことで明らかになった。

6.1 光線通過点 4 元収差の 2 次収差展開式と収差係数への変換式

6.1.1 光線通過点 4 元収差の 2 次収差展開式

Off-Axial 光学系の 2 次光線通過点収差係数への変換式を導出するために、光線通過点 4 元収差の 2 次収差展開式を明示的に示す。光線通過点 4 元収差のベキ級数展開式 (3.75) の 2 次収差領域を抜き出し、以下のように記載する。

$$\Delta p_i^{(2)} = U_{ij_1j_2} p_{j_1} p_{j_2} \quad (6.1)$$

2 次収差は回転対称性が無く 1 面对称光学系から発生する収差である。共軸回転対称光学系では 2 次収差が発生しないことも、2 次収差は回転対称性が無いことを示している。そのため、1 次光線通過点収差係数と同様に、評価のアジムス ξ の回転に依存しないように光線通過点収差係数を定義すると、評価のアジムス ξ の位置によって収差係数の値が変化せずに合理的である。2 次の展開係数 $U_{ij_1j_2}$ は式 (3.80) に示したように以下のようにかける。

$$U_{ij_1j_2} = J_{im}^{-1} H_{mn_1n_2}^* J_{n_1j_1} J_{n_2j_2} \quad (6.2)$$

入射側の近軸追跡値行列 J_{ij} は評価のアジムスの回転を含んでいる。ここで、近軸追跡値行列 J_{ij} は近軸追跡値のみからなる行列と評価のアジムスの回転を表す行列の積に分解できることに着目し、近軸追跡値のみからなる行列を S_{ij} と表し、評価のアジムスの回転を表す行列を Ξ_{ij} で表すと

$U_{ij_1j_2}$ は以下のようにかける.

$$\begin{aligned} U_{ij_1j_2} &= \Xi_{im}^{-1} S_{mn}^{-1} H_{no_1o_2}^* S_{o_1p} S_{o_2q} \Xi_{pj_1} \Xi_{qj_2} \\ &= \Xi_{im}^{-1} \check{U}_{mn_1n_2} \Xi_{n_1j_1} \Xi_{n_2j_2} \end{aligned} \quad (6.3)$$

式 (6.3) を式 (6.1) に代入すると以下の表現を得る.

$$\Delta p_i^{(2)} = \Xi_{im}^{-1} \check{U}_{mn_1n_2} \Xi_{n_1j_1} \Xi_{n_2j_2} p_{j_1} p_{j_2} \quad (6.4)$$

この式 (6.4) を明示的に展開して 2 次光線通過点収差係数を定義すれば, 評価のアジムス ξ および p_i が含んでいる物点の相対アジムス ζ と入射瞳面の点の相対アジムス η の変化に対して不変な 2 次光線通過点収差係数が得られる. またこの展開により, 2 次光線通過点収差係数のアジムス依存性を明確に表現できる.

式 (6.4) を展開すると, 以下の光線通過点 4 元収差の 2 次収差展開式を得る.

$$\Delta b_{\parallel}^{(2)} = II_{\parallel}^{(2)} r^2 + IV_{\parallel}^{(2)} r b + V_{\parallel}^{(2)} b^2 \quad (6.5)$$

$$\Delta b_{\perp}^{(2)} = II_{\perp}^{(2)} r^2 + IV_{\perp}^{(2)} r b + V_{\perp}^{(2)} b^2 \quad (6.6)$$

$$\Delta r_{\parallel}^{(2)} = V_{\parallel}^{r(2)} r^2 + IV_{\parallel}^{r(2)} b r + II_{\parallel}^{r(2)} b^2 \quad (6.7)$$

$$\Delta r_{\perp}^{(2)} = V_{\perp}^{r(2)} r^2 + IV_{\perp}^{r(2)} b r + II_{\perp}^{r(2)} b^2 \quad (6.8)$$

光線通過点 4 元収差の 2 次収差展開式の詳細を以下に示す.

- 評価のアジムスに平行な物体結像の収差 $\Delta b_{\parallel}^{(2)}$

2 次のコマ収差項

$$\begin{aligned} II_{\parallel}^{(2)} &= II_{\xi}^{(2)} \cos \xi + II_{2\eta+\xi}^{(2)} \cos(2\eta + \xi) + II_{2\eta+3\xi}^{(2)} \cos(2\eta + 3\xi) \\ &\quad + II_{\xi,s}^{(2)} \sin \xi + II_{2\eta+\xi,s}^{(2)} \sin(2\eta + \xi) + II_{2\eta+3\xi,s}^{(2)} \sin(2\eta + 3\xi) \end{aligned} \quad (6.9)$$

2 次の像面収差項

$$\begin{aligned} IV_{\parallel}^{(2)} &= IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)} \cos(\zeta + \eta + \xi) + IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)} \cos(\zeta + \eta + 3\xi) \\ &\quad + IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)} \cos(\zeta - \eta + \xi) + IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)} \cos(\eta - \zeta + \xi) \\ &\quad + IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{(2)} \sin(\zeta + \eta + \xi) + IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{(2)} \sin(\zeta + \eta + 3\xi) \\ &\quad + IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{(2)} \sin(\zeta - \eta + \xi) + IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{(2)} \sin(\eta - \zeta + \xi) \end{aligned} \quad (6.10)$$

2 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned} V_{\parallel}^{(2)} &= V_{\xi}^{(2)} \cos \xi + V_{2\zeta+\xi}^{(2)} \cos(2\zeta + \xi) + V_{2\zeta+3\xi}^{(2)} \cos(2\zeta + 3\xi) \\ &\quad + V_{\xi,s}^{(2)} \sin \xi + V_{2\zeta+\xi,s}^{(2)} \sin(2\zeta + \xi) + V_{2\zeta+3\xi,s}^{(2)} \sin(2\zeta + 3\xi) \end{aligned} \quad (6.11)$$

- 評価のアジムスに垂直な物体結像の収差 $\Delta b_{\perp}^{(2)}$

2 次のコマ収差項

$$\begin{aligned} II_{\perp}^{(2)} &= -II_{\xi}^{(2)} \sin \xi + II_{2\eta+\xi}^{(2)} \sin(2\eta + \xi) - II_{2\eta+3\xi}^{(2)} \sin(2\eta + 3\xi) \\ &\quad + II_{\xi,s}^{(2)} \cos \xi - II_{2\eta+\xi,s}^{(2)} \cos(2\eta + \xi) + II_{2\eta+3\xi,s}^{(2)} \cos(2\eta + 3\xi) \end{aligned} \quad (6.12)$$

2 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\perp}^{(2)} = & IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)} \sin(\zeta + \eta + \xi) - IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)} \sin(\zeta + \eta + 3\xi) \\
& - IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)} \sin(\zeta - \eta + \xi) - IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)} \sin(\eta - \zeta + \xi) \\
& - IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{(2)} \cos(\zeta + \eta + \xi) + IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{(2)} \cos(\zeta + \eta + 3\xi) \\
& + IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{(2)} \cos(\zeta - \eta + \xi) + IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{(2)} \cos(\eta - \zeta + \xi)
\end{aligned} \tag{6.13}$$

2 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\perp}^{(2)} = & -V_{\xi}^{(2)} \sin \xi + V_{2\zeta+\xi}^{(2)} \sin(2\zeta + \xi) - V_{2\zeta+3\xi}^{(2)} \sin(2\zeta + 3\xi) \\
& + V_{\xi,s}^{(2)} \cos \xi - V_{2\zeta+\xi,s}^{(2)} \cos(2\zeta + \xi) + V_{2\zeta+3\xi,s}^{(2)} \cos(2\zeta + 3\xi)
\end{aligned} \tag{6.14}$$

- 評価のアジマスに平行な瞳結像の収差 $r_{\parallel}^{(2)}$

2 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\parallel}^{r(2)} = & V_{\xi}^{r(2)} \cos \xi + V_{2\eta+\xi}^{r(2)} \cos(2\eta + \xi) + V_{2\eta+3\xi}^{r(2)} \cos(2\eta + 3\xi) \\
& + V_{\xi,s}^{r(2)} \sin \xi + V_{2\eta+\xi,s}^{r(2)} \sin(2\eta + \xi) + V_{2\eta+3\xi,s}^{r(2)} \sin(2\eta + 3\xi)
\end{aligned} \tag{6.15}$$

2 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\parallel}^{r(2)} = & IV_{\zeta+\eta+\xi}^{r(2)} \cos(\zeta + \eta + \xi) + IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{r(2)} \cos(\zeta + \eta + 3\xi) \\
& + IV_{\zeta-\eta+\xi}^{r(2)} \cos(\zeta - \eta + \xi) + IV_{\eta-\zeta+\xi}^{r(2)} \cos(\eta - \zeta + \xi) \\
& + IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{r(2)} \sin(\zeta + \eta + \xi) + IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{r(2)} \sin(\zeta + \eta + 3\xi) \\
& + IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{r(2)} \sin(\zeta - \eta + \xi) + IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{r(2)} \sin(\eta - \zeta + \xi)
\end{aligned} \tag{6.16}$$

2 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
II_{\parallel}^{r(2)} = & II_{\xi}^{r(2)} \cos \xi + II_{2\zeta+\xi}^{r(2)} \cos(2\zeta + \xi) + II_{2\zeta+3\xi}^{r(2)} \cos(2\zeta + 3\xi) \\
& + II_{\xi,s}^{r(2)} \sin \xi + II_{2\zeta+\xi,s}^{r(2)} \sin(2\zeta + \xi) + II_{2\zeta+3\xi,s}^{r(2)} \sin(2\zeta + 3\xi)
\end{aligned} \tag{6.17}$$

- 評価のアジマスに垂直な瞳結像の収差 $\Delta r_{\perp}^{(2)}$

2 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\perp}^{r(2)} = & -V_{\xi}^{r(2)} \sin \xi + V_{2\eta+\xi}^{r(2)} \sin(2\eta + \xi) - V_{2\eta+3\xi}^{r(2)} \sin(2\eta + 3\xi) \\
& + V_{\xi,s}^{r(2)} \cos \xi - V_{2\eta+\xi,s}^{r(2)} \cos(2\eta + \xi) + V_{2\eta+3\xi,s}^{r(2)} \cos(2\eta + 3\xi)
\end{aligned} \tag{6.18}$$

2 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\perp}^{r(2)} = & IV_{\zeta+\eta+\xi}^{r(2)} \sin(\zeta + \eta + \xi) - IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{r(2)} \sin(\zeta + \eta + 3\xi) \\
& - IV_{\zeta-\eta+\xi}^{r(2)} \sin(\zeta - \eta + \xi) - IV_{\eta-\zeta+\xi}^{r(2)} \sin(\eta - \zeta + \xi) \\
& - IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{r(2)} \cos(\zeta + \eta + \xi) + IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{r(2)} \cos(\zeta + \eta + 3\xi) \\
& + IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{r(2)} \cos(\zeta - \eta + \xi) + IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{r(2)} \cos(\eta - \zeta + \xi)
\end{aligned} \tag{6.19}$$

2 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
II_{\perp}^{r(2)} = & -II_{\xi}^{r(2)} \sin \xi + II_{2\zeta+\xi}^{r(2)} \sin(2\zeta + \xi) - II_{2\zeta+3\xi}^{r(2)} \sin(2\zeta + 3\xi) \\
& + II_{\xi,s}^{r(2)} \cos \xi - II_{2\zeta+\xi,s}^{r(2)} \cos(2\zeta + \xi) + II_{2\zeta+3\xi,s}^{r(2)} \cos(2\zeta + 3\xi)
\end{aligned} \tag{6.20}$$

6.1.2 2 次の展開係数 $\check{U}_{ij_1j_2}$ から 2 次光線通過点収差係数への変換式

2 次の展開係数 $\check{U}_{ij_1j_2}$ から 2 次光線通過点収差係数への変換式を以下に示す.

- 物体結像の 2 次コマ収差係数

$$II_{\xi}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{133} + \check{U}_{144}) \quad (6.21)$$

$$II_{2\eta+\xi}^{(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{133} - \check{U}_{144} + 2\check{U}_{234}) \quad (6.22)$$

$$II_{2\eta+3\xi}^{(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{133} - \check{U}_{144} - 2\check{U}_{234}) \quad (6.23)$$

$$II_{2\eta+3\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{233} - \check{U}_{244} + 2\check{U}_{134}) \quad (6.24)$$

$$II_{2\eta+\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{4} (-\check{U}_{233} + \check{U}_{244} + 2\check{U}_{134}) \quad (6.25)$$

$$II_{\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{233} + \check{U}_{244}) \quad (6.26)$$

- 物体結像の 2 次像面収差係数

$$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{214} + \check{U}_{223} - \check{U}_{124} + \check{U}_{113}) \quad (6.27)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)} = \frac{1}{2} (-\check{U}_{214} - \check{U}_{223} - \check{U}_{124} + \check{U}_{113}) \quad (6.28)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{214} - \check{U}_{223} + \check{U}_{124} + \check{U}_{113}) \quad (6.29)$$

$$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)} = \frac{1}{2} (-\check{U}_{214} + \check{U}_{223} + \check{U}_{124} + \check{U}_{113}) \quad (6.30)$$

$$IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{224} + \check{U}_{213} + \check{U}_{114} - \check{U}_{123}) \quad (6.31)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{224} + \check{U}_{213} - \check{U}_{114} + \check{U}_{123}) \quad (6.32)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{2} (-\check{U}_{224} + \check{U}_{213} + \check{U}_{114} + \check{U}_{123}) \quad (6.33)$$

$$IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{224} - \check{U}_{213} + \check{U}_{114} + \check{U}_{123}) \quad (6.34)$$

- 物体結像の 2 次歪曲収差係数

$$V_{\xi}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{111} + \check{U}_{122}) \quad (6.35)$$

$$V_{2\zeta+\xi}^{(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{111} - \check{U}_{122} + 2\check{U}_{212}) \quad (6.36)$$

$$V_{2\zeta+3\xi}^{(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{111} - \check{U}_{122} - 2\check{U}_{212}) \quad (6.37)$$

$$V_{2\zeta+3\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{4} (-\check{U}_{222} + \check{U}_{211} + 2\check{U}_{112}) \quad (6.38)$$

$$V_{2\zeta+\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{222} - \check{U}_{211} + 2\check{U}_{112}) \quad (6.39)$$

$$V_{\xi,s}^{(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{222} + \check{U}_{211}) \quad (6.40)$$

- 瞳結像の 2 次歪曲収差係数

$$V_{\xi}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{333} + \check{U}_{344}) \quad (6.41)$$

$$V_{2\eta+\xi}^{r(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{333} - \check{U}_{344} + 2\check{U}_{434}) \quad (6.42)$$

$$V_{2\eta+3\xi}^{r(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{333} - \check{U}_{344} - 2\check{U}_{434}) \quad (6.43)$$

$$V_{2\eta+3\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{433} - \check{U}_{444} + 2\check{U}_{334}) \quad (6.44)$$

$$V_{2\eta+\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{4} (-\check{U}_{433} + \check{U}_{444} + 2\check{U}_{334}) \quad (6.45)$$

$$V_{\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{433} + \check{U}_{444}) \quad (6.46)$$

- 瞳結像の 2 次像面収差係数

$$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{414} + \check{U}_{423} + \check{U}_{313} - \check{U}_{324}) \quad (6.47)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{r(2)} = \frac{1}{2} (-\check{U}_{414} - \check{U}_{423} + \check{U}_{313} - \check{U}_{324}) \quad (6.48)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{414} - \check{U}_{423} + \check{U}_{313} + \check{U}_{324}) \quad (6.49)$$

$$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{r(2)} = \frac{1}{2} (-\check{U}_{414} + \check{U}_{423} + \check{U}_{313} + \check{U}_{324}) \quad (6.50)$$

$$IV_{\eta-\eta+\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{413} + \check{U}_{424} + \check{U}_{314} - \check{U}_{323}) \quad (6.51)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{413} + \check{U}_{424} - \check{U}_{314} + \check{U}_{323}) \quad (6.52)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{413} - \check{U}_{424} + \check{U}_{314} + \check{U}_{323}) \quad (6.53)$$

$$IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{2} (-\check{U}_{413} + \check{U}_{424} + \check{U}_{314} + \check{U}_{323}) \quad (6.54)$$

- 瞳結像の 2 次コマ収差係数

$$II_{\xi}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{311} + \check{U}_{322}) \quad (6.55)$$

$$II_{2\zeta+\xi}^{r(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{311} - \check{U}_{322} + 2\check{U}_{412}) \quad (6.56)$$

$$II_{2\zeta+3\xi}^{r(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{311} - \check{U}_{322} - 2\check{U}_{412}) \quad (6.57)$$

$$II_{2\zeta+3\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{4} (\check{U}_{411} - \check{U}_{422} + 2\check{U}_{312}) \quad (6.58)$$

$$II_{2\zeta+\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{4} (-\check{U}_{411} + \check{U}_{422} + 2\check{U}_{312}) \quad (6.59)$$

$$II_{\xi,s}^{r(2)} = \frac{1}{2} (\check{U}_{411} + \check{U}_{422}) \quad (6.60)$$

6.2 光線基本 4 元収差の 2 次収差展開式と収差係数への変換式

6.2.1 光線基本 4 元収差の 2 次収差展開式

Off-Axial 光学系の 2 次光線基本収差係数への変換式を導出するために、光線基本 4 元収差の 2 次収差展開式を明示的に示す。光線基本 4 元収差のベキ級数展開式 (3.76) の 2 次収差領域を抜き出し、以下のように記載する。

$$\begin{aligned}\Delta I_i^{(2)} &= Q_{im}^{-1} H_{mj_1 j_2} I_{j_1} I_{j_2} \\ &= H_{ij_1 j_2}^* I_{j_1} I_{j_2}\end{aligned}\quad (6.61)$$

2 次光線通過点収差係数の場合と同様に、評価のアジムス ξ と光線高さのアジムス ι 、光線傾角のアジムス τ と光線基本収差の関係がわかるように光線基本収差係数を定義すると、光線通過点収差係数と関連付けた収差特性の理解につながり合理的である。しかし、式 (6.61) は基準面を xy 断面とした $\xi = 0$ のときの収差展開式であるため、評価のアジムス ξ との関係性がわからない形式になっている。評価のアジムス ξ と 2 次光線基本収差の関係を明らかにするために、式 (6.61) に評価のアジムス ξ の回転変換 Ξ_{ij} を作用させる。

$$\Delta I_i^{*(2)} = \Xi_{im}^{-1} H_{mn_1 n_2}^* \Xi_{nj_1} \Xi_{nj_2} I_{j_1} I_{j_2} \quad (6.62)$$

式 (6.62) を展開すると、以下の光線基本 4 元収差の 2 次収差展開式を得る。

$$\Delta h_{\parallel}^{*(2)} = II_{\parallel}^{h(2)} A^2 + IV_{\parallel}^{h(2)} AH + V_{\parallel}^{h(2)} H^2 \quad (6.63)$$

$$\Delta h_{\perp}^{*(2)} = II_{\perp}^{h(2)} A^2 + IV_{\perp}^{h(2)} AH + V_{\perp}^{h(2)} H^2 \quad (6.64)$$

$$\Delta \alpha_{\parallel}^{*(2)} = V_{\parallel}^{\alpha(2)} A^2 + IV_{\parallel}^{\alpha(2)} AH + II_{\parallel}^{\alpha(2)} H^2 \quad (6.65)$$

$$\Delta \alpha_{\perp}^{*(2)} = V_{\perp}^{\alpha(2)} A^2 + IV_{\perp}^{\alpha(2)} AH + II_{\perp}^{\alpha(2)} H^2 \quad (6.66)$$

光線基本 4 元収差の 2 次収差展開式の詳細を以下に示す。

- 評価のアジムスに平行な光線高さの収差 $\Delta h_{\parallel}^{*(2)}$

2 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}II_{\parallel}^{h(2)} &= II_{\xi}^{h(2)} \cos(\xi) + II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \cos(2\tau + \xi) + II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \cos(2\tau + 3\xi) \\ &\quad + II_{\xi,s}^{h(2)} \sin(\xi) + II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \sin(2\tau + \xi) + II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \sin(2\tau + 3\xi)\end{aligned}\quad (6.67)$$

2 次の像面収差項

$$\begin{aligned}IV_{\parallel}^{h(2)} &= IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} \cos(\iota + \tau + \xi) + IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} \cos(\iota + \tau + 3\xi) \\ &\quad + IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} \cos(\iota - \tau + \xi) + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} \cos(\tau - \iota + \xi) \\ &\quad + IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} \sin(\iota + \tau + \xi) + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} \sin(\iota + \tau + 3\xi) \\ &\quad + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} \sin(\iota - \tau + \xi) + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} \sin(\tau - \iota + \xi)\end{aligned}\quad (6.68)$$

2 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}V_{\parallel}^{h(2)} &= V_{\xi}^{h(2)} \cos(\xi) + V_{2\iota+\xi}^{h(2)} \cos(2\iota + \xi) + V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} \cos(2\iota + 3\xi) \\ &\quad + V_{\xi,s}^{h(2)} \sin(\xi) + V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} \sin(2\iota + \xi) + V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} \sin(2\iota + 3\xi)\end{aligned}\quad (6.69)$$

- 評価のアジムスに垂直な光線高さの収差 $\Delta h_{\perp}^{*(2)}$

2 次のコマ収差項

$$II_{\perp}^{h(2)} = -II_{\xi}^{h(2)} \sin(\xi) + II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \sin(2\tau + \xi) - II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \sin(2\tau + 3\xi) \\ + II_{\xi,s}^{h(2)} \cos(\xi) - II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \cos(2\tau + \xi) + II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \cos(2\tau + 3\xi) \quad (6.70)$$

2 次の像面収差項

$$IV_{\perp}^{h(2)} = IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} \sin(\iota + \tau + \xi) - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} \sin(\iota + \tau + 3\xi) \\ - IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} \sin(\iota - \tau + \xi) - IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} \sin(\tau - \iota + \xi) \\ - IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} \cos(\iota + \tau + \xi) + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} \cos(\iota + \tau + 3\xi) \\ + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} \cos(\iota - \tau + \xi) + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} \cos(\tau - \iota + \xi) \quad (6.71)$$

2 次の歪曲収差項

$$V_{\perp}^{h(2)} = -V_{\xi}^{h(2)} \sin(\xi) + V_{2\iota+\xi}^{h(2)} \sin(2\iota + \xi) - V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} \sin(2\iota + 3\xi) \\ + V_{\xi,s}^{h(2)} \cos(\xi) - V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} \cos(2\iota + \xi) + V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} \cos(2\iota + 3\xi) \quad (6.72)$$

- 評価のアジムスに平行な光線傾角の収差 $\Delta \alpha_{\parallel}^{*(2)}$

2 次の歪曲収差項

$$V_{\parallel}^{\alpha(2)} = V_{\xi}^{\alpha(2)} \cos(\xi) + V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} \cos(2\tau + \xi) + V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \cos(2\tau + 3\xi) \\ + V_{\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(\xi) + V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(2\tau + \xi) + V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(2\tau + 3\xi) \quad (6.73)$$

2 次の像面収差項

$$IV_{\parallel}^{\alpha(2)} = IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} \cos(\iota + \tau + \xi) + IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \cos(\iota + \tau + 3\xi) \\ + IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} \cos(\iota - \tau + \xi) + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} \cos(\tau - \iota + \xi) \\ + IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(\iota + \tau + \xi) + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(\iota + \tau + 3\xi) \\ + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(\iota - \tau + \xi) + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(\tau - \iota + \xi) \quad (6.74)$$

2 次のコマ収差項

$$II_{\parallel}^{\alpha(2)} = II_{\xi}^{\alpha(2)} \cos(\xi) + II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} \cos(2\iota + \xi) + II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} \cos(2\iota + 3\xi) \\ + II_{\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(\xi) + II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(2\iota + \xi) + II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} \sin(2\iota + 3\xi) \quad (6.75)$$

- 評価のアジムスに垂直な光線傾角の収差 $\Delta \alpha_{\perp}^{*(2)}$

2 次の歪曲収差項

$$V_{\perp}^{\alpha(2)} = -V_{\xi}^{\alpha(2)} \sin(\xi) + V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} \sin(2\tau + \xi) - V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \sin(2\tau + 3\xi) \\ + V_{\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(\xi) - V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(2\tau + \xi) + V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(2\tau + 3\xi) \quad (6.76)$$

2 次の像面収差項

$$IV_{\perp}^{\alpha(2)} = IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} \sin(\iota + \tau + \xi) - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \sin(\iota + \tau + 3\xi) \\ - IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} \sin(\iota - \tau + \xi) - IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} \sin(\tau - \iota + \xi) \\ - IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(\iota + \tau + \xi) + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(\iota + \tau + 3\xi) \\ + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(\iota - \tau + \xi) + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(\tau - \iota + \xi) \quad (6.77)$$

2 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
 II_{\perp}^{\alpha(2)} = & -II_{\xi}^{\alpha(2)} \sin(\xi) + II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} \sin(2\iota + \xi) - II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} \sin(2\iota + 3\xi) \\
 & + II_{\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(\xi) - II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(2\iota + \xi) + II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} \cos(2\iota + 3\xi)
 \end{aligned} \tag{6.78}$$

6.2.2 2 次の展開係数 $H_{ij_1j_2}^*$ から 2 次光線基本収差係数への変換式

2 次の展開係数 $H_{ij_1j_2}^*$ から 2 次光線基本収差係数への変換式を以下に示す.

- 光線傾角の 2 次コマ収差係数

$$II_{\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{311}^* + H_{322}^*) \tag{6.79}$$

$$II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (H_{311}^* - H_{322}^* + 2H_{412}^*) \tag{6.80}$$

$$II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (H_{311}^* - H_{322}^* - 2H_{412}^*) \tag{6.81}$$

$$II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (H_{411}^* - H_{422}^* + 2H_{312}^*) \tag{6.82}$$

$$II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (-H_{411}^* + H_{422}^* + 2H_{312}^*) \tag{6.83}$$

$$II_{\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{411}^* + H_{422}^*) \tag{6.84}$$

- 光線傾角の 2 次像面収差係数

$$IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{414}^* + H_{423}^* + H_{313}^* - H_{324}^*) \tag{6.85}$$

$$IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (-H_{414}^* - H_{423}^* + H_{313}^* - H_{324}^*) \tag{6.86}$$

$$IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{414}^* - H_{423}^* + H_{313}^* + H_{324}^*) \tag{6.87}$$

$$IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (-H_{414}^* + H_{423}^* + H_{313}^* + H_{324}^*) \tag{6.88}$$

$$IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{413}^* + H_{424}^* + H_{314}^* - H_{323}^*) \tag{6.89}$$

$$IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{413}^* + H_{424}^* - H_{314}^* + H_{323}^*) \tag{6.90}$$

$$IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{413}^* - H_{424}^* + H_{314}^* + H_{323}^*) \tag{6.91}$$

$$IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (-H_{413}^* + H_{424}^* + H_{314}^* + H_{323}^*) \tag{6.92}$$

- 光線傾角の 2 次歪曲収差係数

$$V_{\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{333}^{\star} + H_{344}^{\star}) \quad (6.93)$$

$$V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (H_{333}^{\star} - H_{344}^{\star} + 2H_{434}^{\star}) \quad (6.94)$$

$$V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (H_{333}^{\star} - H_{344}^{\star} - 2H_{434}^{\star}) \quad (6.95)$$

$$V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (H_{433}^{\star} - H_{444}^{\star} + 2H_{334}^{\star}) \quad (6.96)$$

$$V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{4} (-H_{433}^{\star} + H_{444}^{\star} + 2H_{334}^{\star}) \quad (6.97)$$

$$V_{\xi,s}^{\alpha(2)} = \frac{1}{2} (H_{433}^{\star} + H_{444}^{\star}) \quad (6.98)$$

- 光線高さの 2 次歪曲収差係数

$$V_{\xi}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{111}^{\star} + H_{122}^{\star}) \quad (6.99)$$

$$V_{2\iota+\xi}^{h(2)} = \frac{1}{4} (H_{111}^{\star} - H_{122}^{\star} + 2H_{212}^{\star}) \quad (6.100)$$

$$V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} = \frac{1}{4} (H_{111}^{\star} - H_{122}^{\star} - 2H_{212}^{\star}) \quad (6.101)$$

$$V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{4} (-H_{222}^{\star} + H_{211}^{\star} + 2H_{112}^{\star}) \quad (6.102)$$

$$V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{4} (H_{222}^{\star} - H_{211}^{\star} + 2H_{112}^{\star}) \quad (6.103)$$

$$V_{\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{222}^{\star} + H_{211}^{\star}) \quad (6.104)$$

- 光線高さの 2 次像面収差係数

$$IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{214}^{\star} + H_{223}^{\star} - H_{124}^{\star} + H_{113}^{\star}) \quad (6.105)$$

$$IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} = \frac{1}{2} (-H_{214}^{\star} - H_{223}^{\star} - H_{124}^{\star} + H_{113}^{\star}) \quad (6.106)$$

$$IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{214}^{\star} - H_{223}^{\star} + H_{124}^{\star} + H_{113}^{\star}) \quad (6.107)$$

$$IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} = \frac{1}{2} (-H_{214}^{\star} + H_{223}^{\star} + H_{124}^{\star} + H_{113}^{\star}) \quad (6.108)$$

$$IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{224}^{\star} + H_{213}^{\star} + H_{114}^{\star} - H_{123}^{\star}) \quad (6.109)$$

$$IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{224}^{\star} + H_{213}^{\star} - H_{114}^{\star} + H_{123}^{\star}) \quad (6.110)$$

$$IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{2} (-H_{224}^{\star} + H_{213}^{\star} + H_{114}^{\star} + H_{123}^{\star}) \quad (6.111)$$

$$IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{224}^{\star} - H_{213}^{\star} + H_{114}^{\star} + H_{123}^{\star}) \quad (6.112)$$

- 光線高さの 2 次コマ収差係数

$$II_{\xi}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{133}^{\star} + H_{144}^{\star}) \quad (6.113)$$

$$II_{2\tau+\xi}^{h(2)} = \frac{1}{4} (H_{133}^{\star} - H_{144}^{\star} + 2H_{234}^{\star}) \quad (6.114)$$

$$II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} = \frac{1}{4} (H_{133}^{\star} - H_{144}^{\star} - 2H_{234}^{\star}) \quad (6.115)$$

$$II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{4} (H_{233}^{\star} - H_{244}^{\star} + 2H_{134}^{\star}) \quad (6.116)$$

$$II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{4} (-H_{233}^{\star} + H_{244}^{\star} + 2H_{134}^{\star}) \quad (6.117)$$

$$II_{\xi,s}^{h(2)} = \frac{1}{2} (H_{233}^{\star} + H_{244}^{\star}) \quad (6.118)$$

2 次光線通過点収差係数の計算式を導出する際、式 (6.79) から式 (6.118) を $H_{ij_1j_2}^{\star}$ について解いた式が必要になる。その式を以下に示す。

- 光線傾角の 2 次コマ収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned} H_{311}^{\star} &= II_{\xi}^{\alpha(2)} + II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} + II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} \\ H_{322}^{\star} &= II_{\xi}^{\alpha(2)} - II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} - II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} \\ H_{412}^{\star} &= II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} - II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} \end{aligned} \quad (6.119)$$

$$\begin{aligned} H_{411}^{\star} &= II_{\xi,s}^{\alpha(2)} - II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} + II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\ H_{422}^{\star} &= II_{\xi,s}^{\alpha(2)} + II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} - II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\ H_{312}^{\star} &= II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} + II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} \end{aligned} \quad (6.120)$$

- 光線傾角の 2 次像面収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned} H_{414}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} - IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} \right) \\ H_{423}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} - IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} \right) \\ H_{313}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} \right) \\ H_{324}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(-IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} \right) \end{aligned} \quad (6.121)$$

$$\begin{aligned} H_{413}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(-IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + IIV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \right) \\ H_{424}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + IIV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \right) \\ H_{314}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} - IIV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \right) \\ H_{323}^{\star} &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + IIV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \right) \end{aligned} \quad (6.122)$$

- 光線傾角の 2 次歪曲収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned} H_{333}^{\star} &= V_{\xi}^{\alpha(2)} + V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} + V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \\ H_{344}^{\star} &= V_{\xi}^{\alpha(2)} - V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} - V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \\ H_{434}^{\star} &= V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} - V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \end{aligned} \quad (6.123)$$

$$\begin{aligned}
H_{433}^* &= V_{\xi,s}^{\alpha(2)} - V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\
H_{444}^* &= V_{\xi,s}^{\alpha(2)} + V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\
H_{334}^* &= V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)}
\end{aligned} \tag{6.124}$$

- 光線高さの 2 次歪曲収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
H_{111}^* &= V_{\xi}^{h(2)} + V_{2\iota+\xi}^{h(2)} + V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} \\
H_{122}^* &= V_{\xi}^{h(2)} - V_{2\iota+\xi}^{h(2)} - V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} \\
H_{212}^* &= V_{2\iota+\xi}^{h(2)} - V_{2\iota+3\xi}^{h(2)}
\end{aligned} \tag{6.125}$$

$$\begin{aligned}
H_{211}^* &= V_{\xi,s}^{h(2)} - V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} + V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} \\
H_{222}^* &= V_{\xi,s}^{h(2)} + V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} - V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} \\
H_{112}^* &= V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} + V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)}
\end{aligned} \tag{6.126}$$

- 光線高さの 2 次像面収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
H_{214}^* &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} - IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} \right) \\
H_{223}^* &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} - IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} \right) \\
H_{124}^* &= \frac{1}{2} \left(-IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} \right) \\
H_{113}^* &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} \right)
\end{aligned} \tag{6.127}$$

$$\begin{aligned}
H_{224}^* &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} - IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} \right) \\
H_{213}^* &= \frac{1}{2} \left(-IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} \right) \\
H_{114}^* &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} - IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} \right) \\
H_{123}^* &= \frac{1}{2} \left(IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} - IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} \right)
\end{aligned} \tag{6.128}$$

- 光線高さの 2 次コマ収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
H_{133}^* &= II_{\xi}^{h(2)} + II_{2\tau+\xi}^{h(2)} + II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \\
H_{144}^* &= II_{\xi}^{h(2)} - II_{2\tau+\xi}^{h(2)} - II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \\
H_{234}^* &= II_{2\tau+\xi}^{h(2)} - II_{2\tau+3\xi}^{h(2)}
\end{aligned} \tag{6.129}$$

$$\begin{aligned}
H_{233}^* &= II_{\xi,s}^{h(2)} - II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} + II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \\
H_{244}^* &= II_{\xi,s}^{h(2)} + II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} - II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \\
H_{134}^* &= II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} + II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)}
\end{aligned} \tag{6.130}$$

6.3 反射・屈折の 2 次テンソル $H_{ij_1j_2}$ の計算式

反射・屈折による変換に伴い発生する、面固有の 2 次テンソル $H_{ij_1j_2}$ の計算公式を示す。導出には、基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の方法を用いた。この計算公式は 1 面の反射・屈折の作用を表わすので、面形状を表す係数 $C_{20}, C_{11}, C_{02}, D_{30}, D_{21}, D_{12}, D_{03}$ と、屈折率 N, N' 、基準軸の入射角と射出角 θ, θ' のみで計算できる特徴がある。

計算式を簡単にするために、以下の補助量を導入した。

- 反射・屈折の2次テンソル $H_{ij_1j_2}$ を計算するための補助量

$$\Gamma \equiv N' \cos \theta' - N \cos \theta \quad (6.131)$$

$$\Gamma_2 \equiv N'^2 \cos^2 \theta' - N^2 \cos^2 \theta = N'^2 - N^2 \quad (6.132)$$

$$\Gamma_3 \equiv N'^3 \cos^3 \theta' - N^3 \cos^3 \theta \quad (6.133)$$

- $H_{1j_1j_2}$ の要素

$$H_{111} = \frac{\tan \theta + 2 \tan \theta'}{N' \cos^2 \theta} \Gamma C_{20} \quad (6.134)$$

$$H_{112} = \frac{\tan \theta + \tan \theta'}{N' \cos \theta} \Gamma C_{11} \quad (6.135)$$

$$H_{113} = \frac{-\tan \theta}{2N'^2 N \cos \theta' \cos \theta} \Gamma_2 \quad (6.136)$$

$$H_{114} = 0 \quad (6.137)$$

$$H_{121} = H_{112} \quad (6.138)$$

$$H_{122} = \frac{\tan \theta}{N'} \Gamma C_{02} \quad (6.139)$$

$$H_{123} = 0 \quad (6.140)$$

$$H_{124} = 0 \quad (6.141)$$

$$H_{131} = H_{113} \quad (6.142)$$

$$H_{132} = H_{123} = 0 \quad (6.143)$$

$$H_{133} = 0 \quad (6.144)$$

$$H_{134} = 0 \quad (6.145)$$

$$H_{141} = H_{114} = 0 \quad (6.146)$$

$$H_{142} = H_{124} = 0 \quad (6.147)$$

$$H_{143} = H_{134} = 0 \quad (6.148)$$

$$H_{144} = 0 \quad (6.149)$$

- $H_{2j_1j_2}$ の要素

$$H_{211} = \frac{2N \tan \theta}{N'^2 \cos \theta} \Gamma C_{11} \quad (6.150)$$

$$H_{212} = \frac{N \tan \theta}{N'^2} \Gamma C_{02} \quad (6.151)$$

$$H_{213} = 0 \quad (6.152)$$

$$H_{214} = \frac{-\tan \theta}{2N'^2 N} \Gamma_2 \quad (6.153)$$

$$H_{221} = H_{212} \quad (6.154)$$

$$H_{222} = 0 \quad (6.155)$$

$$H_{223} = 0 \quad (6.156)$$

$$H_{224} = 0 \quad (6.157)$$

$$H_{231} = H_{213} = 0 \quad (6.158)$$

$$H_{232} = H_{223} = 0 \quad (6.159)$$

$$H_{233} = 0 \quad (6.160)$$

$$H_{234} = 0 \quad (6.161)$$

$$H_{241} = H_{214} \quad (6.162)$$

$$H_{242} = H_{224} = 0 \quad (6.163)$$

$$H_{243} = H_{234} = 0 \quad (6.164)$$

$$H_{244} = 0 \quad (6.165)$$

• $H_{3j_1j_2}$ の要素

$$H_{311} = \frac{2 \tan \theta'}{N' N \cos^2 \theta' \cos^3 \theta} \Gamma_3 C_{20}^2 - \frac{2 \tan \theta'}{N' \cos^2 \theta} \Gamma^2 C_{11}^2 + \frac{3}{\cos \theta' \cos^2 \theta} \Gamma D_{30} \quad (6.166)$$

$$H_{312} = \frac{2 \tan \theta'}{N' N \cos^2 \theta' \cos^2 \theta} \Gamma_3 C_{20} C_{11} - \frac{2 \tan \theta'}{N' \cos \theta} \Gamma^2 C_{11} C_{02} + \frac{3}{\cos \theta' \cos \theta} \Gamma D_{21} \quad (6.167)$$

$$H_{313} = \frac{-\tan \theta'}{N' N^2 \cos^2 \theta' \cos^2 \theta} \Gamma_3 C_{20} \quad (6.168)$$

$$H_{314} = \frac{-\tan \theta' (N'^2 + N^2)}{N' N^2 \cos \theta} \Gamma C_{11} \quad (6.169)$$

$$H_{321} = H_{312} \quad (6.170)$$

$$H_{322} = \frac{2 \tan \theta}{\cos \theta'} \Gamma C_{20} C_{02} + \frac{2 \tan \theta'}{N' \cos^2 \theta'} \Gamma_2 C_{11}^2 - \frac{2 \tan \theta'}{N'} \Gamma^2 C_{02}^2 + \frac{3}{\cos \theta'} \Gamma D_{12} \quad (6.171)$$

$$H_{323} = \frac{-\tan \theta'}{N' N \cos^2 \theta'} \Gamma_2 C_{11} \quad (6.172)$$

$$H_{324} = \frac{-\tan \theta'}{N'} \Gamma C_{02} \quad (6.173)$$

$$H_{331} = H_{313} \quad (6.174)$$

$$H_{332} = H_{323} \quad (6.175)$$

$$H_{333} = \frac{\tan \theta'}{2 N' N^2 \cos^2 \theta'} \Gamma_2 \quad (6.176)$$

$$H_{334} = 0 \quad (6.177)$$

$$H_{341} = H_{314} \quad (6.178)$$

$$H_{342} = H_{324} \quad (6.179)$$

$$H_{343} = H_{334} = 0 \quad (6.180)$$

$$H_{344} = \frac{\tan \theta'}{2 N' N^2} \Gamma_2 \quad (6.181)$$

- $H_{4j_1j_2}$ の要素

$$H_{411} = \frac{2(\tan \theta + 2 \tan \theta')}{\cos^2 \theta} \Gamma C_{20} C_{11} + \frac{3}{\cos^2 \theta} \Gamma D_{21} \quad (6.182)$$

$$H_{412} = \frac{2 \tan \theta'}{\cos \theta} \Gamma C_{20} C_{02} + \frac{2(\tan \theta + \tan \theta')}{\cos \theta} \Gamma C_{11}^2 + \frac{3}{\cos \theta} \Gamma D_{12} \quad (6.183)$$

$$H_{413} = \frac{-\tan \theta}{N' N \cos \theta' \cos \theta} \Gamma_2 C_{11} \quad (6.184)$$

$$H_{414} = \frac{-\tan \theta}{N} \Gamma C_{02} \quad (6.185)$$

$$H_{421} = H_{412} \quad (6.186)$$

$$H_{422} = 2(\tan \theta + 2 \tan \theta') \Gamma C_{11} C_{02} + 3 \Gamma D_{03} \quad (6.187)$$

$$H_{423} = \frac{-\tan \theta'}{N} \Gamma C_{02} \quad (6.188)$$

$$H_{424} = 0 \quad (6.189)$$

$$H_{431} = H_{413} \quad (6.190)$$

$$H_{432} = H_{423} \quad (6.191)$$

$$H_{433} = 0 \quad (6.192)$$

$$H_{434} = 0 \quad (6.193)$$

$$H_{441} = H_{414} \quad (6.194)$$

$$H_{442} = H_{424} = 0 \quad (6.195)$$

$$H_{443} = H_{434} = 0 \quad (6.196)$$

$$H_{444} = 0 \quad (6.197)$$

6.4 2 次光線通過点収差係数の計算式

Off-Axial 光学系の 2 次光線通過点収差係数の計算式を示す．式 (6.3) に示したように，評価のアジマス ξ を分離した 2 次収差の関係式は以下のようにかける．

$$\check{U}_{ij_1j_2} = S_{im}^{-1} H_{mn_1n_2}^* S_{n_1j_1} S_{n_2j_2} \quad (6.198)$$

式 (6.198) を具体的に展開して，式 (6.21) から式 (6.60) に示した 2 次の展開係数 $\check{U}_{ij_1j_2}$ から 2 次光線通過点収差係数への変換式と，式 (6.119) から式 (6.130) に示した 2 次光線基本収差係数と $H_{ij_1j_2}^*$ の関係式を使って整理すれば，Off-Axial 光学系の 2 次光線通過点収差係数の計算式を導出できる．注目すべき点は，Off-Axial 光学系の 2 次光線通過点収差係数は，アジマスに対して同じ属性をもつ 2 次光線基本収差係数の線形和で表現されることである．

- 物体結像の 2 次コマ収差係数

$$II_{\xi}^{(2)} = -h^3 II_{\xi}^{\alpha(2)} - h^2 \alpha (IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)}) - h \alpha^2 V_{\xi}^{\alpha(2)} + h^2 \alpha V_{\xi}^{h(2)} + h \alpha^2 (IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)}) + \alpha^3 II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.199)$$

$$II_{2\eta+\xi}^{(2)} = -h^3 II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} - h^2 \alpha IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} - h \alpha^2 V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} + h^2 \alpha V_{2\iota+\xi}^{h(2)} + h \alpha^2 IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} + \alpha^3 II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \quad (6.200)$$

$$II_{2\eta+3\xi}^{(2)} = -h^3 II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} - h^2 \alpha IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} - h \alpha^2 V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + h^2 \alpha V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} + h \alpha^2 IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} + \alpha^3 II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \quad (6.201)$$

$$II_{\xi,s}^{(2)} = -h^3 II_{\xi,s}^{\alpha(2)} - h^2 \alpha (IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)}) - h \alpha^2 V_{\xi,s}^{\alpha(2)} + h^2 \alpha V_{\xi,s}^{h(2)} + h \alpha^2 (IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)}) + \alpha^3 II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.202)$$

$$II_{2\eta+\xi,s}^{(2)} = -h^3 II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} - h^2 \alpha IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - h \alpha^2 V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + h^2 \alpha V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} - h \alpha^2 IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} + \alpha^3 II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \quad (6.203)$$

$$II_{2\eta+3\xi,s}^{(2)} = -h^3 II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} - h^2 \alpha IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} - h \alpha^2 V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + h^2 \alpha V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} + h \alpha^2 IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} + \alpha^3 II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \quad (6.204)$$

• 物体結像の 2 次像面収差係数

$$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)} = -2h^2 \bar{h} II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} - h (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} - 2\alpha h \bar{\alpha} V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} + 2\alpha h \bar{h} V_{2\iota+\xi}^{h(2)} + \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \quad (6.205)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)} = -2h^2 \bar{h} II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} - h (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} - 2\alpha h \bar{\alpha} V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + 2\alpha h \bar{h} V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} + \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \quad (6.206)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)} = -h^2 \bar{h} II_{\xi}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} - h^2 \bar{\alpha} IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{\alpha} V_{\xi}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} V_{\xi}^{h(2)} + \alpha h \bar{\alpha} IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{\alpha} II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.207)$$

$$IV_{\zeta-\eta-\xi}^{(2)} = -h^2 \bar{h} II_{\xi}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} - h^2 \bar{\alpha} IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{\alpha} V_{\xi}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} V_{\xi}^{h(2)} + \alpha h \bar{\alpha} IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{\alpha} II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.208)$$

$$IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{(2)} = -2h^2 \bar{h} II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} - h (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - 2\alpha h \bar{\alpha} V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + 2\alpha h \bar{h} V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} + \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \quad (6.209)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{(2)} = -2h^2 \bar{h} II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} - h (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} - 2\alpha h \bar{\alpha} V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + 2\alpha h \bar{h} V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} + \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \quad (6.210)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{(2)} = -h^2 \bar{h} II_{\xi,s}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - h^2 \bar{\alpha} IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{\alpha} V_{\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} V_{\xi,s}^{h(2)} + \alpha h \bar{\alpha} IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{\alpha} II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.211)$$

$$IV_{\zeta-\eta-\xi,s}^{(2)} = -h^2 \bar{h} II_{\xi,s}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} - h^2 \bar{\alpha} IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - \alpha h \bar{\alpha} V_{\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} V_{\xi,s}^{h(2)} + \alpha h \bar{\alpha} IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} + \alpha^2 \bar{\alpha} II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.212)$$

• 物体結像の 2 次歪曲収差係数

$$V_{\xi}^{(2)} = -h\bar{h}^2 II_{\xi}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h}(IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)}) - h\bar{\alpha}^2 V_{\xi}^{\alpha(2)} \\ + \alpha\bar{h}^2 V_{\xi}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}(IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)}) + \alpha\bar{\alpha}^2 II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.213)$$

$$V_{2\zeta+\xi}^{(2)} = -h\bar{h}^2 II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}^2 V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} \\ + \alpha\bar{h}^2 V_{2\iota+\xi}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \quad (6.214)$$

$$V_{2\zeta+3\xi}^{(2)} = -h\bar{h}^2 II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}^2 V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \\ + \alpha\bar{h}^2 V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \quad (6.215)$$

$$V_{\xi,s}^{(2)} = -h\bar{h}^2 II_{\xi,s}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h}(IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)}) - h\bar{\alpha}^2 V_{\xi,s}^{\alpha(2)} \\ + \alpha\bar{h}^2 V_{\xi,s}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}(IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)}) + \alpha\bar{\alpha}^2 II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.216)$$

$$V_{2\zeta+\xi,s}^{(2)} = -h\bar{h}^2 II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}^2 V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \\ + \alpha\bar{h}^2 V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \quad (6.217)$$

$$V_{2\zeta+3\xi,s}^{(2)} = -h\bar{h}^2 II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}^2 V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\ + \alpha\bar{h}^2 V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} + \alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \quad (6.218)$$

● 瞳結像の 2 次歪曲収差係数

$$V_{\xi}^{r(2)} = h^2 \bar{h} II_{\xi}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} (IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)}) + \alpha^2 \bar{h} V_{\xi}^{\alpha(2)} \\ - h^2 \bar{\alpha} V_{\xi}^{h(2)} - \alpha h \bar{\alpha} (IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)}) + \alpha^2 \bar{\alpha} II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.219)$$

$$V_{2\eta+\xi}^{r(2)} = h^2 \bar{h} II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} + \alpha^2 \bar{h} V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} \\ - h^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+\xi}^{h(2)} - \alpha h \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} - \alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \quad (6.220)$$

$$V_{2\eta+3\xi}^{r(2)} = h^2 \bar{h} II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + \alpha^2 \bar{h} V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \\ - h^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} - \alpha h \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} - \alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \quad (6.221)$$

$$V_{\xi,s}^{r(2)} = h^2 \bar{h} II_{\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} (IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)}) + \alpha^2 \bar{h} V_{\xi,s}^{\alpha(2)} \\ - h^2 \bar{\alpha} V_{\xi,s}^{h(2)} - \alpha h \bar{\alpha} (IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)}) + \alpha^2 \bar{\alpha} II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.222)$$

$$V_{2\eta+\xi,s}^{r(2)} = h^2 \bar{h} II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha^2 \bar{h} V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \\ - h^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} - \alpha h \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} - \alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \quad (6.223)$$

$$V_{2\eta+3\xi,s}^{r(2)} = h^2 \bar{h} II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha h \bar{h} IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha^2 \bar{h} V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\ - h^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} - \alpha h \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} - \alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \quad (6.224)$$

● 瞳結像の 2 次像面収差係数

$$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{r(2)} = 2h\bar{h}^2 II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} + \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} \\ - 2h\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\iota+\xi}^{h(2)} - \bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} - 2\alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \quad (6.225)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{r(2)} = 2h\bar{h}^2 II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} + \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \\ - 2h\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} - \bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} - 2\alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \quad (6.226)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{r(2)} = h\bar{h}^2 II_{\xi}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{h}^2 IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} - h\bar{\alpha}^2 IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}^2 II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.227)$$

$$IV_{\zeta-\eta-\xi}^{r(2)} = h\bar{h}^2 II_{\xi}^{\alpha(2)} + h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{h}^2 IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi}^{h(2)} - h\bar{\alpha}^2 IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}^2 II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.228)$$

$$IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{r(2)} = 2h\bar{h}^2 II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} + \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - 2h\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} - \bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} - 2\alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \quad (6.229)$$

$$IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{r(2)} = 2h\bar{h}^2 II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} + \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} - 2h\bar{\alpha}\bar{h} V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} - \bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} - 2\alpha\bar{\alpha}^2 II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \quad (6.230)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{r(2)} = h\bar{h}^2 II_{\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{h}^2 IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi,s}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi,s}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} - h\bar{\alpha}^2 IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}^2 II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.231)$$

$$IV_{\zeta-\eta-\xi,s}^{r(2)} = h\bar{h}^2 II_{\xi,s}^{\alpha(2)} + h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{h}^2 IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi,s}^{\alpha(2)} - h\bar{\alpha}\bar{h} V_{\xi,s}^{h(2)} - h\bar{\alpha}^2 IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} - \alpha\bar{\alpha}^2 II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.232)$$

● 瞳結像の2次コマ収差係数

$$II_{\xi}^{r(2)} = \bar{h}^3 II_{\xi}^{\alpha(2)} + \bar{h}^2 \bar{\alpha} (IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)}) + \bar{h} \bar{\alpha}^2 V_{\xi}^{\alpha(2)} - \bar{h}^2 \bar{\alpha} V_{\xi}^{h(2)} - \bar{h} \bar{\alpha}^2 (IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)}) - \bar{\alpha}^3 II_{\xi}^{h(2)} \quad (6.233)$$

$$II_{2\zeta+\xi}^{r(2)} = \bar{h}^3 II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} + \bar{h}^2 \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} + \bar{h} \bar{\alpha}^2 V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} - \bar{h}^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+\xi}^{h(2)} - \bar{h} \bar{\alpha}^2 IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} - \bar{\alpha}^3 II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \quad (6.234)$$

$$II_{2\zeta+3\xi}^{r(2)} = \bar{h}^3 II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} + \bar{h}^2 \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} + \bar{h} \bar{\alpha}^2 V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} - \bar{h}^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} - \bar{h} \bar{\alpha}^2 IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} - \bar{\alpha}^3 II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \quad (6.235)$$

$$II_{\xi,s}^{r(2)} = \bar{h}^3 II_{\xi,s}^{\alpha(2)} + \bar{h}^2 \bar{\alpha} (IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)}) + \bar{h} \bar{\alpha}^2 V_{\xi,s}^{\alpha(2)} - \bar{h}^2 \bar{\alpha} V_{\xi,s}^{h(2)} - \bar{h} \bar{\alpha}^2 (IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{h(2)} + IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)}) - \bar{\alpha}^3 II_{\xi,s}^{h(2)} \quad (6.236)$$

$$II_{2\zeta+\xi,s}^{r(2)} = \bar{h}^3 II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} + \bar{h}^2 \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} + \bar{h} \bar{\alpha}^2 V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} - \bar{h}^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} - \bar{h} \bar{\alpha}^2 IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} - \bar{\alpha}^3 II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \quad (6.237)$$

$$II_{2\zeta+3\xi,s}^{r(2)} = \bar{h}^3 II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} + \bar{h}^2 \bar{\alpha} IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} + \bar{h} \bar{\alpha}^2 V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} - \bar{h}^2 \bar{\alpha} V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} - \bar{h} \bar{\alpha}^2 IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} - \bar{\alpha}^3 II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \quad (6.238)$$

6.5 2次光線基本収差係数の線形変換形式

6.4節で Off-Axial 光学系の2次光線通過点収差係数の計算公式を示し、2次光線通過点収差係数は、アジマスに対して同じ属性をもつ2次光線基本収差係数の線形和で表現されることが明らかになった。光線通過点収差係数と光線基本収差係数の関係を光学設計で実用的に活用するためには、単に光線通過点収差係数を算出するだけでは不十分であり、2種類の収差係数の関係を捉えやすい表現にすることが望ましい。そのような表現にすれば、結像の収差を表わす光線通過点収差係数の

発生要因を，光線高さと光線傾角の収差という光学系の光線変換特性を表わす光線基本収差係数と，入射側近軸追跡値が表す物体位置と瞳位置に分離して表示することが可能になり，光学系の収差補正能力を，新たな視点から解析することが可能になる。

そのために，2 次光線通過点収差係数の計算公式を 2 次光線基本収差係数の線形変換形式に整理すると以下ようになる．ここでは， ζ, η などの特定の相対アジムスではなく， ζ, η, ι, τ の相対アジムス一般を表わす記号として Azm を用いた．

- ξ の属性を持つグループ．1 面对称光学系から発生．

$$\begin{aligned} \overrightarrow{S_{\xi}^{(2)}} &= \begin{bmatrix} II_{\xi}^{(2)} \\ IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)} \\ IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)} \\ V_{\xi}^{(2)} \\ V_{\xi}^{r(2)} \\ IV_{\eta-\zeta+\xi}^{r(2)} \\ IV_{\zeta-\eta+\xi}^{r(2)} \\ II_{\xi}^{r(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^3 & -h^2\alpha & -h^2\alpha & -h\alpha^2 & h^2\alpha & h\alpha^2 & h\alpha^2 & \alpha^3 \\ -h^2\bar{h} & -\alpha h\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & \alpha h\bar{h} & \alpha h\bar{\alpha} & \alpha^2\bar{h} & \alpha^2\bar{\alpha} \\ -h^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{h} & -\alpha h\bar{\alpha} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & \alpha h\bar{\alpha} & \alpha^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{h}^2 & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}^2 \\ h^2\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & \alpha^2\bar{\alpha} \\ h\bar{h}^2 & h\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & -\alpha\bar{\alpha}^2 \\ h\bar{h}^2 & \alpha\bar{h}^2 & h\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & -\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -\alpha\bar{\alpha}^2 \\ \bar{h}^3 & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}^2\bar{\alpha} & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{\alpha}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} II_{\xi}^{\alpha(2)} \\ IV_{\iota-\tau+\xi}^{\alpha(2)} \\ IV_{\tau-\iota+\xi}^{\alpha(2)} \\ V_{\xi}^{\alpha(2)} \\ V_{\xi}^{h(2)} \\ V_{\xi}^{h(2)} \\ IV_{\tau-\iota+\xi}^{h(2)} \\ IV_{\iota-\tau+\xi}^{h(2)} \\ II_{\xi}^{h(2)} \end{bmatrix} \\ &= \widetilde{A_8^{(2)}} \overrightarrow{R_{\xi}^{(2)}} \end{aligned} \quad (6.239)$$

- $2\text{Azm} + \xi$ の属性を持つグループ．1 面对称光学系から発生

$$\begin{aligned} \overrightarrow{S_{2\text{Azm}+\xi}^{(2)}} &= \begin{bmatrix} II_{2\eta+\xi}^{(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)} \\ V_{2\zeta+\xi}^{(2)} \\ V_{2\eta+\xi}^{r(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+\xi}^{r(2)} \\ II_{2\zeta+\xi}^{r(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^3 & -h^2\alpha & -h\alpha^2 & h^2\alpha & h\alpha^2 & \alpha^3 \\ -2h^2\bar{h} & -h(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha h\bar{\alpha} & 2\alpha h\bar{h} & \alpha(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{h}^2 & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}^2 \\ h^2\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & -\alpha^2\bar{\alpha} \\ 2h\bar{h}^2 & \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -2h\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha\bar{\alpha}^2 \\ \bar{h}^3 & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}^2\bar{\alpha} & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{\alpha}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)} \\ IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)} \\ V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)} \\ V_{2\iota+\xi}^{h(2)} \\ IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)} \\ II_{2\tau+\xi}^{h(2)} \end{bmatrix} \\ &= \widetilde{A_6^{(2)}} \overrightarrow{R_{2\text{Azm}+\xi}^{(2)}} \end{aligned} \quad (6.240)$$

- $2\text{Azm} + 3\xi$ の属性を持つグループ．1 面对称光学系から発生

$$\begin{aligned} \overrightarrow{S_{2\text{Azm}+3\xi}^{(2)}} &= \begin{bmatrix} II_{2\eta+3\xi}^{(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)} \\ V_{2\zeta+3\xi}^{(2)} \\ V_{2\eta+3\xi}^{r(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{r(2)} \\ II_{2\zeta+3\xi}^{r(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^3 & -h^2\alpha & -h\alpha^2 & h^2\alpha & h\alpha^2 & \alpha^3 \\ -2h^2\bar{h} & -h(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha h\bar{\alpha} & 2\alpha h\bar{h} & \alpha(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{h}^2 & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}^2 \\ h^2\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & -\alpha^2\bar{\alpha} \\ 2h\bar{h}^2 & \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -2h\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha\bar{\alpha}^2 \\ \bar{h}^3 & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}^2\bar{\alpha} & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{\alpha}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)} \\ IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \\ V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)} \\ V_{2\iota+3\xi}^{h(2)} \\ IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)} \\ II_{2\tau+3\xi}^{h(2)} \end{bmatrix} \\ &= \widetilde{A_6^{(2)}} \overrightarrow{R_{2\text{Azm}+3\xi}^{(2)}} \end{aligned} \quad (6.241)$$

- ξ, s の属性を持つグループ。対称性の無い光学系で発生。

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{S_{\xi,s}^{(2)}} &= \begin{bmatrix} II_{\xi,s}^{(2)} \\ IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{(2)} \\ IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{(2)} \\ V_{\xi,s}^{(2)} \\ V_{\xi,s}^{r(2)} \\ IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{r(2)} \\ IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{r(2)} \\ II_{\xi,s}^{r(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^3 & -h^2\alpha & -h^2\alpha & -h\alpha^2 & h^2\alpha & h\alpha^2 & h\alpha^2 & \alpha^3 \\ -h^2\bar{h} & -\alpha h\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & \alpha h\bar{h} & \alpha h\bar{\alpha} & \alpha^2\bar{h} & \alpha^2\bar{\alpha} \\ -h^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{h} & -\alpha h\bar{\alpha} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & \alpha h\bar{\alpha} & \alpha^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{h}^2 & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}^2 \\ h^2\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & \alpha^2\bar{\alpha} \\ h\bar{h}^2 & h\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & -\alpha\bar{\alpha}^2 \\ h\bar{h}^2 & \alpha\bar{h}^2 & h\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & -\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -\alpha\bar{\alpha}^2 \\ \bar{h}^3 & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}^2\bar{\alpha} & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{\alpha}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} II_{\xi,s}^{\alpha(2)} \\ IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \\ IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \\ V_{\xi,s}^{\alpha(2)} \\ V_{\xi,s}^{h(2)} \\ IV_{\tau-\iota+\xi,s}^{\xi,s} \\ IV_{\iota-\tau+\xi,s}^{h(2)} \\ II_{\xi,s}^{h(2)} \end{bmatrix} \\
&= \widetilde{A_8^{(2)}} \overrightarrow{R_{\xi,s}^{(2)}}
\end{aligned} \tag{6.242}$$

- $2\text{Azm} + \xi, s$ の属性を持つグループ。対称性の無い光学系で発生。

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{S_{2\text{Azm}+\xi,s}^{(2)}} &= \begin{bmatrix} II_{2\eta+\xi,s}^{(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{(2)} \\ V_{2\zeta+\xi,s}^{(2)} \\ V_{2\eta+\xi,s}^{r(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{r(2)} \\ II_{2\zeta+\xi,s}^{r(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^3 & -h^2\alpha & -h\alpha^2 & h^2\alpha & h\alpha^2 & \alpha^3 \\ -2h^2\bar{h} & -h(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha h\bar{\alpha} & 2\alpha h\bar{h} & \alpha(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{h}^2 & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}^2 \\ h^2\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & -\alpha^2\bar{\alpha} \\ 2h\bar{h}^2 & \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -2h\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha\bar{\alpha}^2 \\ \bar{h}^3 & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}^2\bar{\alpha} & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{\alpha}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} II_{2\iota+\xi,s}^{\alpha(2)} \\ IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \\ V_{2\tau+\xi,s}^{\alpha(2)} \\ V_{2\iota+\xi,s}^{h(2)} \\ IV_{\iota+\tau+\xi,s}^{h(2)} \\ II_{2\tau+\xi,s}^{h(2)} \end{bmatrix} \\
&= \widetilde{A_6^{(2)}} \overrightarrow{R_{2\text{Azm}+\xi,s}^{(2)}}
\end{aligned} \tag{6.243}$$

- $2\text{Azm} + 3\xi, s$ の属性を持つグループ。対称性の無い光学系で発生。

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{S_{2\text{Azm}+3\xi,s}^{(2)}} &= \begin{bmatrix} II_{2\eta+3\xi,s}^{(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{(2)} \\ V_{2\zeta+3\xi,s}^{(2)} \\ V_{2\eta+3\xi,s}^{r(2)} \\ IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{r(2)} \\ II_{2\zeta+3\xi,s}^{r(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^3 & -h^2\alpha & -h\alpha^2 & h^2\alpha & h\alpha^2 & \alpha^3 \\ -2h^2\bar{h} & -h(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha h\bar{\alpha} & 2\alpha h\bar{h} & \alpha(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{h}^2 & -h\bar{\alpha}\bar{h} & -h\bar{\alpha}^2 & \alpha\bar{h}^2 & \alpha\bar{\alpha}\bar{h} & \alpha\bar{\alpha}^2 \\ h^2\bar{h} & \alpha h\bar{h} & \alpha^2\bar{h} & -h^2\bar{\alpha} & -\alpha h\bar{\alpha} & -\alpha^2\bar{\alpha} \\ 2h\bar{h}^2 & \bar{h}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h} & -2h\bar{\alpha}\bar{h} & -\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) & -2\alpha\bar{\alpha}^2 \\ \bar{h}^3 & \bar{h}^2\bar{\alpha} & \bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{h}^2\bar{\alpha} & -\bar{h}\bar{\alpha}^2 & -\bar{\alpha}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} II_{2\iota+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\ IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\ V_{2\tau+3\xi,s}^{\alpha(2)} \\ V_{2\iota+3\xi,s}^{h(2)} \\ IV_{\iota+\tau+3\xi,s}^{h(2)} \\ II_{2\tau+3\xi,s}^{h(2)} \end{bmatrix} \\
&= \widetilde{A_6^{(2)}} \overrightarrow{R_{2\text{Azm}+3\xi,s}^{(2)}}
\end{aligned} \tag{6.244}$$

以上の式 (6.239) から式 (6.244) まで、本章の目的である 2 次光線基本収差係数と 2 次光線通過点収差係数を結びつける表現を示すことができた。式 (6.239) と式 (6.242) は 8 行 8 列の同じ近軸特性行列 $\widetilde{A_8^{(2)}}$ で変換できること、式 (6.240),(6.241),(6.243),(6.244) は 6 行 6 列の同じ近軸特性行列 $\widetilde{A_6^{(2)}}$ で変換できることは注目に値することである。

本章で示した計算式を用いた数値解析例を第 9 章に示した。最も基本的な Off-Axial 光学系と見なすことができるオフナー光学系を例に収差解析を実施した。その結果、従来から知られているオ

フナー光学系の特徴を，収差係数からも示すことができた．これは本章で提示してきた計算式は正しく導出されていると考える結果である．

第 7 章

Off-Axial 光学系の 3 次収差解析式

第 6 章で Off-Axial 光学系の 2 次光線基本収差係数の線形変換形式を示した。同様の解析手順に沿って、本章では Off-Axial 光学系における、3 次光線基本収差係数の線形変換形式を示す。注目すべき結果は、Off-Axial 光学系の 2 次収差解析式と同様に、Off-Axial 光学系の 3 次光線通過点収差係数はアジムスに対して同じ属性を持つ 3 次光線基本収差係数の線形和で表現されることである。Off-Axial 光学系で発生する 3 次光線通過点収差係数は 80 種類あるが、それらは、80 種類すべての 3 次光線基本収差係数を用いて表わされるわけではなく、12 種類の収差で構成される 4 つのグループと、8 種類の収差で構成される 4 つのグループに分類される。そしてその分類は収差のアジムス依存性、つまり、光学系の対称性と密接に関係している。3 次光線通過点収差係数はアジムスに対して同じ属性を持つ 3 次光線基本収差係数の線形和で表現されることは、本論文により光線基本収差係数を導入したことで明らかになった。

7.1 光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式

7.1.1 光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式

Off-Axial 光学系の 3 次光線通過点収差係数への変換式を導出するために、光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式を明示的に示す。光線通過点 4 元収差のベキ級数展開式 (3.75) の 3 次収差領域を抜き出し、以下のように記載する。

$$\Delta p_i^{(3)} = V_{ij_1j_2j_3} p_{j_1} p_{j_2} p_{j_3} \quad (7.1)$$

Off-Axial 光学系で発生する収差は回転対称性が無い収差もある。そのため、評価のアジムス ξ の回転に依存しないように光線通過点収差係数を定義すると、評価のアジムス ξ の位置によって収差係数の値が変化せずに合理的である。3 次の展開係数 $V_{ij_1j_2j_3}$ は式 (3.81) に示したように以下のようにかける。

$$V_{ij_1j_2j_3} = J_{im}^{-1} M_{mn_1n_2n_3}^* J_{n_1j_1} J_{n_2j_2} J_{n_3j_3} \quad (7.2)$$

入射側の近軸追跡値行列 J_{ij} は評価のアジムスの回転を含んでいる。ここで、近軸追跡値行列 J_{ij} は近軸追跡値のみからなる行列と評価のアジムスの回転を表す行列の積に分解できることに着目し、近軸追跡値のみからなる行列を S_{ij} と表し、評価のアジムスの回転を表す行列を Ξ_{ij} で表すと

$V_{ij_1j_2j_3}$ は以下のようにかける.

$$\begin{aligned} V_{ij_1j_2j_3} &= \Xi_{im}^{-1} S_{mn}^{-1} M_{no_1o_2o_3}^* S_{o_1p} S_{o_2q} S_{o_3r} \Xi_{pj_1} \Xi_{qj_2} \Xi_{rj_3} \\ &= \Xi_{im}^{-1} \check{V}_{mn_1n_2n_3} \Xi_{n_1j_1} \Xi_{n_2j_2} \Xi_{n_3j_3} \end{aligned} \quad (7.3)$$

式 (7.3) を式 (7.1) に代入すると以下の表現を得る.

$$\Delta p_i^{(3)} = \Xi_{im}^{-1} \check{V}_{mn_1n_2n_3} \Xi_{n_1j_1} \Xi_{n_2j_2} \Xi_{n_3j_3} p_{j_1} p_{j_2} p_{j_3} \quad (7.4)$$

この式 (7.4) を明示的に展開して 3 次光線通過点収差係数を定義すれば, 評価のアジマス ξ および p_i が含んでいる物点の相対アジマス ζ と入射瞳面の点の相対アジマス η の変化に対して不変な 3 次光線通過点収差係数が得られる. またこの展開により, 3 次光線通過点収差係数のアジマス依存性を明確に表現できる.

式 (7.4) を展開すると, 以下の光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式を得る.

$$\Delta b_{\parallel}^{(3)} = I_{\parallel}^{(3)} r^3 + II_{\parallel}^{(3)} r^2 b + IV_{\parallel}^{(3)} r b^2 + V_{\parallel}^{(3)} b^3 \quad (7.5)$$

$$\Delta b_{\perp}^{(3)} = I_{\perp}^{(3)} r^3 + II_{\perp}^{(3)} r^2 b + IV_{\perp}^{(3)} r b^2 + V_{\perp}^{(3)} b^3 \quad (7.6)$$

$$\Delta r_{\parallel}^{(3)} = V_{\parallel}^{r(3)} r^3 + IV_{\parallel}^{r(3)} r^2 b + II_{\parallel}^{r(3)} r b^2 + I_{\parallel}^{r(3)} b^3 \quad (7.7)$$

$$\Delta r_{\perp}^{(3)} = V_{\perp}^{r(3)} r^3 + IV_{\perp}^{r(3)} r^2 b + II_{\perp}^{r(3)} r b^2 + I_{\perp}^{r(3)} b^3 \quad (7.8)$$

光線通過点 4 元収差の 3 次収差展開式の詳細を以下に示す.

- 評価のアジマスに平行な物体結像の収差 $\Delta b_{\parallel}^{(3)}$

3 次の球面収差項

$$\begin{aligned} I_{\parallel}^{(3)} &= I_{\eta}^{(3)} \cos \eta + I_{\eta+2\xi}^{(3)} \cos(\eta + 2\xi) + I_{3\eta+2\xi}^{(3)} \cos(3\eta + 2\xi) + I_{3\eta+4\xi}^{(3)} \cos(3\eta + 4\xi) \\ &\quad + I_{3\eta+4\xi,s}^{(3)} \sin(3\eta + 4\xi) + I_{3\eta+2\xi,s}^{(3)} \sin(3\eta + 2\xi) + I_{\eta+2\xi,s}^{(3)} \sin(\eta + 2\xi) + I_{\eta,s}^{(3)} \sin \eta \end{aligned} \quad (7.9)$$

3 次のコマ収差項

$$\begin{aligned} II_{\parallel}^{(3)} &= II_{\zeta}^{(3)} \cos \zeta + II_{2\eta-\zeta}^{(3)} \cos(2\eta - \zeta) + II_{\zeta+2\xi}^{(3)} \cos(\zeta + 2\xi) \\ &\quad + II_{2\eta-\zeta+2\xi}^{(3)} \cos(2\eta - \zeta + 2\xi) + II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)} \cos(2\eta + \zeta + 2\xi) + II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)} \cos(2\eta + \zeta + 4\xi) \\ &\quad + II_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{(3)} \sin(2\eta + \zeta + 4\xi) + II_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{(3)} \sin(2\eta + \zeta + 2\xi) + II_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{(3)} \sin(2\eta - \zeta + 2\xi) \\ &\quad + II_{\zeta+2\eta,s}^{(3)} \sin(\zeta + 2\xi) + II_{2\eta-\zeta,s}^{(3)} \sin(2\eta - \zeta) + II_{\zeta,s}^{(3)} \sin \zeta \end{aligned} \quad (7.10)$$

3 次の像面収差項

$$\begin{aligned} IV_{\parallel}^{(3)} &= IV_{\eta}^{(3)} \cos \eta + IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} \cos(2\zeta - \eta) + IV_{\eta+2\xi}^{(3)} \cos(\eta + 2\xi) \\ &\quad + IV_{2\zeta-\eta+2\xi}^{(3)} \cos(2\zeta - \eta + 2\xi) + IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)} \cos(2\zeta + \eta + 2\xi) + IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)} \cos(2\zeta + \eta + 4\xi) \\ &\quad + IV_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{(3)} \sin(2\zeta + \eta + 4\xi) + IV_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{(3)} \sin(2\zeta + \eta + 2\xi) + IV_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{(3)} \sin(2\zeta - \eta + 2\xi) \\ &\quad + IV_{\eta+2\xi,s}^{(3)} \sin(\eta + 2\xi) + IV_{2\zeta-\eta,s}^{(3)} \sin(2\zeta - \eta) + IV_{\eta,s}^{(3)} \sin \eta \end{aligned} \quad (7.11)$$

3 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned} V_{\parallel}^{(3)} &= V_{\zeta}^{(3)} \cos \zeta + V_{\zeta+2\xi}^{(3)} \cos(\zeta + 2\xi) + V_{3\zeta+2\xi}^{(3)} \cos(3\zeta + 2\xi) + V_{3\zeta+4\xi}^{(3)} \cos(3\zeta + 4\xi) \\ &\quad + V_{3\zeta+4\xi,s}^{(3)} \sin(3\zeta + 4\xi) + V_{3\zeta+2\xi,s}^{(3)} \sin(3\zeta + 2\xi) + V_{\zeta+2\xi,s}^{(3)} \sin(\zeta + 2\xi) + V_{\zeta,s}^{(3)} \sin \zeta \end{aligned} \quad (7.12)$$

- 評価のアジムスに垂直な物体結像の収差 $\Delta b_{\perp}^{(3)}$

3 次の球面収差項

$$I_{\perp}^{(3)} = I_{\eta}^{(3)} \sin \eta - I_{\eta+2\xi}^{(3)} \sin(\eta + 2\xi) + I_{3\eta+2\xi}^{(3)} \sin(3\eta + 2\xi) - I_{3\eta+4\xi}^{(3)} \sin(3\eta + 4\xi) \\ + I_{3\eta+4\xi,s}^{(3)} \cos(3\eta + 4\xi) - I_{3\eta+2\xi,s}^{(3)} \cos(3\eta + 2\xi) + I_{\eta+2\xi,s}^{(3)} \cos(\eta + 2\xi) - I_{\eta,s}^{(3)} \cos \eta \quad (7.13)$$

3 次のコマ収差項

$$II_{\perp}^{(3)} = II_{\zeta}^{(3)} \sin \zeta + II_{2\eta-\zeta}^{(3)} \sin(2\eta - \zeta) - II_{\zeta+2\xi}^{(3)} \sin(\zeta + 2\xi) \\ - II_{2\eta-\zeta+2\xi}^{(3)} \sin(2\eta - \zeta + 2\xi) + II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)} \sin(2\eta + \zeta + 2\xi) - II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)} \sin(2\eta + \zeta + 4\xi) \\ + II_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{(3)} \cos(2\eta + \zeta + 4\xi) - II_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{(3)} \cos(2\eta + \zeta + 2\xi) + II_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{(3)} \cos(2\eta - \zeta + 2\xi) \\ + II_{\zeta+2\xi,s}^{(3)} \cos(\zeta + 2\xi) - II_{2\eta-\zeta,s}^{(3)} \cos(2\eta - \zeta) - II_{\zeta,s}^{(3)} \cos \zeta \quad (7.14)$$

3 次の像面収差項

$$IV_{\perp}^{(3)} = IV_{\eta}^{(3)} \sin \eta + IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} \sin(2\zeta - \eta) - IV_{\eta+2\xi}^{(3)} \sin(\eta + 2\xi) \\ - IV_{2\zeta-\eta+2\xi}^{(3)} \sin(2\zeta - \eta + 2\xi) + IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)} \sin(2\zeta + \eta + 2\xi) - IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)} \sin(2\zeta + \eta + 4\xi) \\ + IV_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{(3)} \cos(2\zeta + \eta + 4\xi) - IV_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{(3)} \cos(2\zeta + \eta + 2\xi) + IV_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{(3)} \cos(2\zeta - \eta + 2\xi) \\ + IV_{\eta+2\xi,s}^{(3)} \cos(\eta + 2\xi) - IV_{2\zeta-\eta,s}^{(3)} \cos(2\zeta - \eta) - IV_{\eta,s}^{(3)} \cos \eta \quad (7.15)$$

3 次の歪曲収差項

$$V_{\perp}^{(3)} = V_{\zeta}^{(3)} \sin \zeta - V_{\zeta+2\xi}^{(3)} \sin(\zeta + 2\xi) + V_{3\zeta+2\xi}^{(3)} \sin(3\zeta + 2\xi) - V_{3\zeta+4\xi}^{(3)} \sin(3\zeta + 4\xi) \\ + V_{3\zeta+4\xi,s}^{(3)} \cos(3\zeta + 4\xi) - V_{3\zeta+2\xi,s}^{(3)} \cos(3\zeta + 2\xi) + V_{\zeta+2\xi,s}^{(3)} \cos(\zeta + 2\xi) - V_{\zeta,s}^{(3)} \cos \zeta \quad (7.16)$$

- 評価のアジムスに平行な瞳結像の収差 $\Delta r_{\parallel}^{(3)}$

3 次の歪曲収差項

$$V_{\parallel}^{r(3)} = V_{\eta}^{r(3)} \cos \eta + V_{\eta+2\xi}^{r(3)} \cos(\eta + 2\xi) + V_{3\eta+2\xi}^{r(3)} \cos(3\eta + 2\xi) + V_{3\eta+4\xi}^{r(3)} \cos(3\eta + 4\xi) \\ + V_{3\eta+4\xi,s}^{r(3)} \sin(3\eta + 4\xi) + V_{3\eta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(3\eta + 2\xi) + V_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(\eta + 2\xi) + V_{\eta,s}^{r(3)} \sin \eta \quad (7.17)$$

3 次の像面収差項

$$IV_{\parallel}^{r(3)} = IV_{\zeta}^{r(3)} \cos \zeta + IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} \cos(2\eta - \zeta) + IV_{\zeta+2\xi}^{r(3)} \cos(\zeta + 2\xi) \\ + IV_{2\eta-\zeta+2\xi}^{r(3)} \cos(2\eta - \zeta + 2\xi) + IV_{2\eta+\zeta+2\xi}^{r(3)} \cos(2\eta + \zeta + 2\xi) + IV_{2\eta+\zeta+4\xi}^{r(3)} \cos(2\eta + \zeta + 4\xi) \\ + IV_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{r(3)} \sin(2\eta + \zeta + 4\xi) + IV_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(2\eta + \zeta + 2\xi) - IV_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(2\eta - \zeta + 2\xi) \\ + IV_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(\zeta + 2\xi) - IV_{2\eta-\zeta,s}^{r(3)} \sin(2\eta - \zeta) + IV_{\zeta,s}^{r(3)} \sin \zeta \quad (7.18)$$

3 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
II_{\parallel}^{r(3)} = & II_{\eta}^{r(3)} \cos \eta + II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} \cos(2\zeta - \eta) + II_{\eta+2\xi}^{r(3)} \cos(\eta + 2\xi) \\
& + II_{2\zeta-\eta+2\xi}^{r(3)} \cos(2\zeta - \eta + 2\xi) + II_{2\zeta+\eta+2\xi}^{r(3)} \cos(2\zeta + \eta + 2\xi) + II_{2\zeta+\eta+4\xi}^{r(3)} \cos(2\zeta + \eta + 4\xi) \\
& + II_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{r(3)} \sin(2\zeta + \eta + 4\xi) + II_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(2\zeta + \eta + 2\xi) - II_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(2\zeta - \eta + 2\xi) \\
& + II_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(\eta + 2\xi) - II_{2\zeta-\eta,s}^{r(3)} \sin(2\zeta - \eta) + II_{\eta,s}^{r(3)} \sin \eta
\end{aligned} \tag{7.19}$$

3 次の球面収差項

$$\begin{aligned}
I_{\parallel}^{r(3)} = & I_{\zeta}^{r(3)} \cos \zeta + I_{\zeta+2\xi}^{r(3)} \cos(\zeta + 2\xi) + I_{3\zeta+2\xi}^{r(3)} \cos(3\zeta + 2\xi) + I_{3\zeta+4\xi}^{r(3)} \cos(3\zeta + 4\xi) \\
& + I_{3\zeta+4\xi,s}^{r(3)} \sin(3\zeta + 4\xi) + I_{3\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(3\zeta + 2\xi) + I_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \sin(\zeta + 2\xi) + I_{\zeta,s}^{r(3)} \sin \zeta
\end{aligned} \tag{7.20}$$

- 評価のアジムスに垂直な瞳結像の収差 $\Delta r_{\perp}^{(3)}$

3 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\perp}^{r(3)} = & V_{\eta}^{r(3)} \sin \eta - V_{\eta+2\xi}^{r(3)} \sin(\eta + 2\xi) + V_{3\eta+2\xi}^{r(3)} \sin(3\eta + 2\xi) - V_{3\eta+4\xi}^{r(3)} \sin(3\eta + 4\xi) \\
& + V_{3\eta+4\xi,s}^{r(3)} \cos(3\eta + 4\xi) - V_{3\eta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(3\eta + 2\xi) + V_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(\eta + 2\xi) - V_{\eta,s}^{r(3)} \cos \eta
\end{aligned} \tag{7.21}$$

3 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\perp}^{r(3)} = & IV_{\zeta}^{r(3)} \sin \zeta + IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} \sin(2\eta - \zeta) - IV_{\zeta+2\xi}^{r(3)} \sin(\zeta + 2\xi) \\
& - IV_{2\eta-\zeta+2\xi}^{r(3)} \sin(2\eta - \zeta + 2\xi) + IV_{2\eta+\zeta+2\xi}^{r(3)} \sin(2\eta + \zeta + 2\xi) - IV_{2\eta+\zeta+4\xi}^{r(3)} \sin(2\eta + \zeta + 4\xi) \\
& + IV_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{r(3)} \cos(2\eta + \zeta + 4\xi) - IV_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(2\eta + \zeta + 2\xi) + IV_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(2\eta - \zeta + 2\xi) \\
& + IV_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(\zeta + 2\xi) - IV_{2\eta-\zeta,s}^{r(3)} \cos(2\eta - \zeta) - IV_{\zeta,s}^{r(3)} \cos \zeta
\end{aligned} \tag{7.22}$$

3 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
II_{\perp}^{r(3)} = & II_{\eta}^{r(3)} \sin \eta + II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} \sin(2\zeta - \eta) - II_{\eta+2\xi}^{r(3)} \sin(\eta + 2\xi) \\
& - II_{2\zeta-\eta+2\xi}^{r(3)} \sin(2\zeta - \eta + 2\xi) + II_{2\zeta+\eta+2\xi}^{r(3)} \sin(2\zeta + \eta + 2\xi) - II_{2\zeta+\eta+4\xi}^{r(3)} \sin(2\zeta + \eta + 4\xi) \\
& + II_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{r(3)} \cos(2\zeta + \eta + 4\xi) - II_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(2\zeta + \eta + 2\xi) + II_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(2\zeta - \eta + 2\xi) \\
& + II_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(\eta + 2\xi) - II_{2\zeta-\eta,s}^{r(3)} \cos(2\zeta - \eta) - II_{\eta,s}^{r(3)} \cos \eta
\end{aligned} \tag{7.23}$$

3 次の球面収差項

$$\begin{aligned}
I_{\perp}^{r(3)} = & I_{\zeta}^{r(3)} \sin \zeta - I_{\zeta+2\xi}^{r(3)} \sin(\zeta + 2\xi) + I_{3\zeta+2\xi}^{r(3)} \sin(3\zeta + 2\xi) - I_{3\zeta+4\xi}^{r(3)} \sin(3\zeta + 4\xi) \\
& + I_{3\zeta+4\xi,s}^{r(3)} \cos(3\zeta + 4\xi) - I_{3\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(3\zeta + 2\xi) + I_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \cos(\zeta + 2\xi) - I_{\zeta,s}^{r(3)} \cos \zeta
\end{aligned} \tag{7.24}$$

7.1.2 3 次の展開係数 $\check{V}_{ij_1j_2j_3}$ から 3 次光線通過点収差係数への変換式

3 次の展開係数 $\check{V}_{ij_1j_2j_3}$ から 3 次光線通過点収差係数への変換式を以下に示す。

- 物体結像の 3 次球面収差係数

$$I_{\eta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1333} + \check{V}_{1344} + \check{V}_{2334} + \check{V}_{2444}) \quad (7.25)$$

$$I_{\eta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1333} + \check{V}_{1344} - \check{V}_{2334} - \check{V}_{2444}) \quad (7.26)$$

$$I_{3\eta+2\xi}^{(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{1333} - 3\check{V}_{1344} + 3\check{V}_{2334} - \check{V}_{2444}) \quad (7.27)$$

$$I_{3\eta+4\xi}^{(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{1333} - 3\check{V}_{1344} - 3\check{V}_{2334} + \check{V}_{2444}) \quad (7.28)$$

$$I_{3\eta+4\xi,s}^{(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{1444} + 3\check{V}_{1334} - 3\check{V}_{2344} + \check{V}_{2333}) \quad (7.29)$$

$$I_{3\eta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{1444} + 3\check{V}_{1334} + 3\check{V}_{2344} - \check{V}_{2333}) \quad (7.30)$$

$$I_{\eta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1444} + \check{V}_{1334} + \check{V}_{2344} + \check{V}_{2333}) \quad (7.31)$$

$$I_{\eta,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1444} + \check{V}_{1334} - \check{V}_{2344} - \check{V}_{2333}) \quad (7.32)$$

• 物体結像の 3 次コマ収差係数

$$II_{\zeta}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1133} + \check{V}_{1144} + \check{V}_{2233} + \check{V}_{2244}) \quad (7.33)$$

$$II_{2\eta-\zeta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1133} - \check{V}_{1144} + 2\check{V}_{1234} + 2\check{V}_{2134} - \check{V}_{2233} + \check{V}_{2244}) \quad (7.34)$$

$$II_{\zeta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1133} + \check{V}_{1144} - \check{V}_{2233} - \check{V}_{2244}) \quad (7.35)$$

$$II_{2\eta-\zeta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1133} - \check{V}_{1144} + 2\check{V}_{1234} - 2\check{V}_{2134} + \check{V}_{2233} - \check{V}_{2244}) \quad (7.36)$$

$$II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1133} - \check{V}_{1144} - 2\check{V}_{1234} + 2\check{V}_{2134} + \check{V}_{2233} - \check{V}_{2244}) \quad (7.37)$$

$$II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1133} - \check{V}_{1144} - 2\check{V}_{1234} - 2\check{V}_{2134} - \check{V}_{2233} + \check{V}_{2244}) \quad (7.38)$$

$$II_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1233} - \check{V}_{1244} + 2\check{V}_{1134} - 2\check{V}_{2234} + \check{V}_{2133} - \check{V}_{2144}) \quad (7.39)$$

$$II_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1233} - \check{V}_{1244} + 2\check{V}_{1134} + 2\check{V}_{2234} - \check{V}_{2133} + \check{V}_{2144}) \quad (7.40)$$

$$II_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{1233} + \check{V}_{1244} + 2\check{V}_{1134} + 2\check{V}_{2234} + \check{V}_{2133} - \check{V}_{2144}) \quad (7.41)$$

$$II_{\zeta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1233} + \check{V}_{1244} + \check{V}_{2133} + \check{V}_{2144}) \quad (7.42)$$

$$II_{2\eta-\zeta,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{1233} + \check{V}_{1244} + 2\check{V}_{1134} - 2\check{V}_{2234} - \check{V}_{2133} + \check{V}_{2144}) \quad (7.43)$$

$$II_{\zeta,s}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1233} + \check{V}_{1244} - \check{V}_{2133} - \check{V}_{2144}) \quad (7.44)$$

• 物体結像の 3 次像面収差係数

$$IV_{\eta}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1113} + \check{V}_{1223} + \check{V}_{2114} + \check{V}_{2224}) \quad (7.45)$$

$$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1113} - \check{V}_{1223} + 2\check{V}_{1124} + 2\check{V}_{2123} - \check{V}_{2114} + \check{V}_{2224}) \quad (7.46)$$

$$IV_{\eta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1113} + \check{V}_{1223} - \check{V}_{2114} - \check{V}_{2224}) \quad (7.47)$$

$$IV_{2\zeta-\eta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1113} - \check{V}_{1223} + 2\check{V}_{1124} - 2\check{V}_{2123} + \check{V}_{2114} - \check{V}_{2224}) \quad (7.48)$$

$$IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1113} - \check{V}_{1223} - 2\check{V}_{1124} + 2\check{V}_{2123} + \check{V}_{2114} - \check{V}_{2224}) \quad (7.49)$$

$$IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1113} - \check{V}_{1223} - 2\check{V}_{1124} - 2\check{V}_{2123} - \check{V}_{2114} + \check{V}_{2224}) \quad (7.50)$$

$$IV_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1114} - \check{V}_{1224} + 2\check{V}_{1123} - 2\check{V}_{2124} + \check{V}_{2113} - \check{V}_{2223}) \quad (7.51)$$

$$IV_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1114} - \check{V}_{1224} + 2\check{V}_{1123} + 2\check{V}_{2124} - \check{V}_{2113} + \check{V}_{2223}) \quad (7.52)$$

$$IV_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{1114} + \check{V}_{1224} + 2\check{V}_{1123} + 2\check{V}_{2124} + \check{V}_{2113} - \check{V}_{2223}) \quad (7.53)$$

$$IV_{\eta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1114} + \check{V}_{1224} + \check{V}_{2113} + \check{V}_{2223}) \quad (7.54)$$

$$IV_{2\zeta-\eta,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{1114} + \check{V}_{1224} + 2\check{V}_{1123} - 2\check{V}_{2124} - \check{V}_{2113} + \check{V}_{2223}) \quad (7.55)$$

$$IV_{\eta,s}^{(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{1114} + \check{V}_{1224} - \check{V}_{2113} - \check{V}_{2223}) \quad (7.56)$$

• 物体結像の3次歪曲収差係数

$$V_{\zeta}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1111} + \check{V}_{1122} + \check{V}_{2112} + \check{V}_{2222}) \quad (7.57)$$

$$V_{\zeta+2\xi}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1111} + \check{V}_{1122} - \check{V}_{2112} - \check{V}_{2222}) \quad (7.58)$$

$$V_{3\zeta+2\xi}^{(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{1111} - 3\check{V}_{1122} + 3\check{V}_{2112} - \check{V}_{2222}) \quad (7.59)$$

$$V_{3\zeta+4\xi}^{(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{1111} - 3\check{V}_{1122} - 3\check{V}_{2112} + \check{V}_{2222}) \quad (7.60)$$

$$V_{3\zeta+4\xi,s}^{(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{1222} + 3\check{V}_{1112} - 3\check{V}_{2122} + \check{V}_{2111}) \quad (7.61)$$

$$V_{3\zeta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{1222} + 3\check{V}_{1112} + 3\check{V}_{2122} - \check{V}_{2111}) \quad (7.62)$$

$$V_{\zeta+2\xi,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1222} + \check{V}_{1112} + \check{V}_{2122} + \check{V}_{2111}) \quad (7.63)$$

$$V_{\zeta,s}^{(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{1222} + \check{V}_{1112} - \check{V}_{2122} - \check{V}_{2111}) \quad (7.64)$$

• 瞳結像の3次歪曲収差係数

$$V_{\eta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3333} + \check{V}_{3344} + \check{V}_{4334} + \check{V}_{4444}) \quad (7.65)$$

$$V_{\eta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3333} + \check{V}_{3344} - \check{V}_{4334} - \check{V}_{4444}) \quad (7.66)$$

$$V_{3\eta+2\xi}^{r(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{3333} - 3\check{V}_{3344} + 3\check{V}_{4334} - \check{V}_{4444}) \quad (7.67)$$

$$V_{3\eta+4\xi}^{r(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{3333} - 3\check{V}_{3344} - 3\check{V}_{4334} + \check{V}_{4444}) \quad (7.68)$$

$$V_{3\eta+4\xi,s}^{r(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{3444} + 3\check{V}_{3334} - 3\check{V}_{4344} + \check{V}_{4333}) \quad (7.69)$$

$$V_{3\eta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{3444} + 3\check{V}_{3334} + 3\check{V}_{4344} - \check{V}_{4333}) \quad (7.70)$$

$$V_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3444} + \check{V}_{3334} + \check{V}_{4344} + \check{V}_{4333}) \quad (7.71)$$

$$V_{\eta,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3444} + \check{V}_{3334} - \check{V}_{4344} - \check{V}_{4333}) \quad (7.72)$$

● 瞳結像の 3 次像面収差係数

$$IV_{\zeta}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3133} + \check{V}_{3144} + \check{V}_{4233} + \check{V}_{4244}) \quad (7.73)$$

$$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3133} - \check{V}_{3144} + 2\check{V}_{3234} + 2\check{V}_{4134} - \check{V}_{4233} + \check{V}_{4244}) \quad (7.74)$$

$$IV_{\zeta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3133} + \check{V}_{3144} - \check{V}_{4233} - \check{V}_{4244}) \quad (7.75)$$

$$IV_{2\eta-\zeta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3133} - \check{V}_{3144} + 2\check{V}_{3234} - 2\check{V}_{4134} + \check{V}_{4233} - \check{V}_{4244}) \quad (7.76)$$

$$IV_{2\eta+\zeta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3133} - \check{V}_{3144} - 2\check{V}_{3234} + 2\check{V}_{4134} + \check{V}_{4233} - \check{V}_{4244}) \quad (7.77)$$

$$IV_{2\eta+\zeta+4\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3133} - \check{V}_{3144} - 2\check{V}_{3234} - 2\check{V}_{4134} - \check{V}_{4233} + \check{V}_{4244}) \quad (7.78)$$

$$IV_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3233} - \check{V}_{3244} + 2\check{V}_{3134} - 2\check{V}_{4234} + \check{V}_{4133} - \check{V}_{4144}) \quad (7.79)$$

$$IV_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3233} - \check{V}_{3244} + 2\check{V}_{3134} + 2\check{V}_{4234} - \check{V}_{4133} + \check{V}_{4144}) \quad (7.80)$$

$$IV_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{3233} + \check{V}_{3244} + 2\check{V}_{3134} + 2\check{V}_{4234} + \check{V}_{4133} - \check{V}_{4144}) \quad (7.81)$$

$$IV_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3233} + \check{V}_{3244} + \check{V}_{4133} + \check{V}_{4144}) \quad (7.82)$$

$$IV_{2\eta-\zeta,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{3233} + \check{V}_{3244} + 2\check{V}_{3134} - 2\check{V}_{4234} - \check{V}_{4133} + \check{V}_{4144}) \quad (7.83)$$

$$IV_{\zeta,s}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3233} + \check{V}_{3244} - \check{V}_{4133} - \check{V}_{4144}) \quad (7.84)$$

● 瞳結像の 3 次コマ収差係数

$$II_{\eta}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3113} + \check{V}_{3223} + \check{V}_{4114} + \check{V}_{4224}) \quad (7.85)$$

$$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3113} - \check{V}_{3223} + 2\check{V}_{3124} + 2\check{V}_{4123} - \check{V}_{4114} + \check{V}_{4224}) \quad (7.86)$$

$$II_{\eta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3113} + \check{V}_{3223} - \check{V}_{4114} - \check{V}_{4224}) \quad (7.87)$$

$$II_{2\zeta+\eta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3113} - \check{V}_{3223} - 2\check{V}_{3124} + 2\check{V}_{4123} + \check{V}_{4114} - \check{V}_{4224}) \quad (7.88)$$

$$II_{2\zeta-\eta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3113} - \check{V}_{3223} + 2\check{V}_{3124} - 2\check{V}_{4123} + \check{V}_{4114} - \check{V}_{4224}) \quad (7.89)$$

$$II_{2\zeta+\eta+4\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3113} - \check{V}_{3223} - 2\check{V}_{3124} - 2\check{V}_{4123} - \check{V}_{4114} + \check{V}_{4224}) \quad (7.90)$$

$$II_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3114} - \check{V}_{3224} + 2\check{V}_{3123} - 2\check{V}_{4124} + \check{V}_{4113} - \check{V}_{4223}) \quad (7.91)$$

$$II_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{3114} + \check{V}_{3224} + 2\check{V}_{3123} + 2\check{V}_{4124} + \check{V}_{4113} - \check{V}_{4223}) \quad (7.92)$$

$$II_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3114} - \check{V}_{3224} + 2\check{V}_{3123} + 2\check{V}_{4124} - \check{V}_{4113} + \check{V}_{4223}) \quad (7.93)$$

$$II_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3114} + \check{V}_{3224} + \check{V}_{4113} + \check{V}_{4223}) \quad (7.94)$$

$$II_{2\zeta-\eta,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (-\check{V}_{3114} + \check{V}_{3224} + 2\check{V}_{3123} - 2\check{V}_{4124} - \check{V}_{4113} + \check{V}_{4223}) \quad (7.95)$$

$$II_{\eta,s}^{r(3)} = \frac{3}{4} (\check{V}_{3114} + \check{V}_{3224} - \check{V}_{4113} - \check{V}_{4223}) \quad (7.96)$$

• 瞳結像の3次球面収差係数

$$I_{\zeta}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3111} + \check{V}_{3122} + \check{V}_{4112} + \check{V}_{4222}) \quad (7.97)$$

$$I_{\zeta+2\xi}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3111} + \check{V}_{3122} - \check{V}_{4112} - \check{V}_{4222}) \quad (7.98)$$

$$I_{3\zeta+2\xi}^{r(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{3111} - 3\check{V}_{3122} + 3\check{V}_{4112} - \check{V}_{4222}) \quad (7.99)$$

$$I_{3\zeta+4\xi}^{r(3)} = \frac{1}{8} (\check{V}_{3111} - 3\check{V}_{3122} - 3\check{V}_{4112} + \check{V}_{4222}) \quad (7.100)$$

$$I_{3\zeta+4\xi,s}^{r(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{3222} + 3\check{V}_{3112} - 3\check{V}_{4122} + \check{V}_{4111}) \quad (7.101)$$

$$I_{3\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{1}{8} (-\check{V}_{3222} + 3\check{V}_{3112} + 3\check{V}_{4122} - \check{V}_{4111}) \quad (7.102)$$

$$I_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3222} + \check{V}_{3112} + \check{V}_{4122} + \check{V}_{4111}) \quad (7.103)$$

$$I_{\zeta,s}^{r(3)} = \frac{3}{8} (\check{V}_{3222} + \check{V}_{3112} - \check{V}_{4122} - \check{V}_{4111}) \quad (7.104)$$

7.2 光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式と収差係数への変換式

7.2.1 光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式

Off-Axial 光学系の 3 次光線基本収差係数への変換式を導出するために、光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式を明示的に示す。光線基本 4 元収差のベキ級数展開式 (3.76) の 3 次収差領域を抜き出し、以下のように記載する。

$$\begin{aligned}\Delta I^{(3)}_i &= Q_{im}^{-1} M_{mj_1 j_2 j_3} I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3} \\ &= M_{ij_1 j_2 j_3}^* I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3}\end{aligned}\quad (7.105)$$

3 次光線通過点収差係数の場合と同様に、評価のアジマス ξ と光線高さのアジマス ι 、光線傾角のアジマス τ と光線基本収差の関係がわかるように光線基本収差係数を定義すると、光線通過点収差係数と関連付けた収差特性の理解につながり合理的である。しかし、式 (6.61) は基準面を xy 断面とした $\xi = 0$ のときの収差展開式であるため、評価のアジマス ξ との関係性がわからない形式になっている。評価のアジマス ξ と 2 次光線基本収差の関係を明らかにするために、式 (7.105) に評価のアジマス ξ の回転変換 Ξ_{ij} を作用させる。

$$\Delta I_i^{*(3)} = \Xi_{im}^{-1} M_{mn_1 n_2 n_3}^* \Xi_{nj_1} \Xi_{nj_2} \Xi_{nj_3} I_{j_1} I_{j_2} I_{j_3} \quad (7.106)$$

式 (7.106) を展開すると、以下の光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式を得る。

$$\Delta h_{\parallel}^{*(3)} = I_{\parallel}^{h(3)} A^3 + II_{\parallel}^{h(3)} A^2 H + IV_{\parallel}^{h(3)} A H^2 + V_{\parallel}^{h(3)} H^3 \quad (7.107)$$

$$\Delta h_{\perp}^{*(3)} = I_{\perp}^{h(3)} A^3 + II_{\perp}^{h(3)} A^2 H + IV_{\perp}^{h(3)} A H^2 + V_{\perp}^{h(3)} H^3 \quad (7.108)$$

$$\Delta \alpha_{\parallel}^{*(3)} = V_{\parallel}^{\alpha(3)} A^3 + IV_{\parallel}^{\alpha(3)} A^2 H + II_{\parallel}^{\alpha(3)} A H^2 + I_{\parallel}^{\alpha(3)} H^3 \quad (7.109)$$

$$\Delta \alpha_{\perp}^{*(3)} = V_{\perp}^{\alpha(3)} A^3 + IV_{\perp}^{\alpha(3)} A^2 H + II_{\perp}^{\alpha(3)} A H^2 + I_{\perp}^{\alpha(3)} H^3 \quad (7.110)$$

光線基本 4 元収差の 3 次収差展開式の詳細を以下に示す。

- 評価のアジマスに平行な光線高さの収差 $\Delta h_{\parallel}^{*(3)}$

3 次の球面収差項

$$\begin{aligned}I_{\parallel}^{h(3)} &= I_{\tau}^{h(3)} \cos \tau + I_{\tau+2\xi}^{h(3)} \cos(\tau + 2\xi) + I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} \cos(3\tau + 2\xi) + I_{3\tau+4\xi}^{h(3)} \cos(3\tau + 4\xi) \\ &\quad + I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \sin(3\tau + 4\xi) + I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} \sin(3\tau + 2\xi) + I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \sin(\tau + 2\xi) + I_{\tau,s}^{h(3)} \sin \tau\end{aligned}\quad (7.111)$$

3 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}II_{\parallel}^{h(3)} &= II_{\iota}^{h(3)} \cos \iota + II_{2\tau-\iota}^{h(3)} \cos(2\tau - \iota) + II_{\iota+2\xi}^{h(3)} \cos(\iota + 2\xi) \\ &\quad + II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} \cos(2\tau - \iota + 2\xi) + II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} \cos(2\tau + \iota + 2\xi) + II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} \cos(2\tau + \iota + 4\xi) \\ &\quad + II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} \sin(2\tau + \iota + 4\xi) + II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} \sin(2\tau + \iota + 2\xi) + II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} \sin(2\tau - \iota + 2\xi) \\ &\quad + II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} \sin(\iota + 2\xi) + II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} \sin(2\tau - \iota) + II_{\iota,s}^{h(3)} \sin \iota\end{aligned}\quad (7.112)$$

3 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\parallel}^{h(3)} = & IV_{\tau}^{h(3)} \cos \tau + IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} \cos(2\iota - \tau) + IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \cos(\tau + 2\xi) \\
& + IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} \cos(2\iota - \tau + 2\xi) + IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \cos(2\iota + \tau + 2\xi) + IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \cos(2\iota + \tau + 4\xi) \\
& + IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \sin(2\iota + \tau + 4\xi) + IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \sin(2\iota + \tau + 2\xi) - IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} \sin(2\iota - \tau + 2\xi) \\
& + IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \sin(\tau + 2\xi) - IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} \sin(2\iota - \tau) + IV_{\tau,s}^{h(3)} \sin \tau
\end{aligned} \tag{7.113}$$

3 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\parallel}^{h(3)} = & V_{\iota}^{h(3)} \cos \iota + V_{\iota+2\xi}^{h(3)} \cos(\iota + 2\xi) + V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} \cos(3\iota + 2\xi) + V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} \cos(3\iota + 4\xi) \\
& + V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} \sin(3\iota + 4\xi) + V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} \sin(3\iota + 2\xi) + V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} \sin(\iota + 2\xi) + V_{\iota,s}^{h(3)} \sin \iota
\end{aligned} \tag{7.114}$$

- 評価のアジムスに垂直な光線高きの収差 $\Delta h_{\perp}^{*(3)}$

3 次の球面収差項

$$\begin{aligned}
I_{\perp}^{h(3)} = & I_{\tau}^{h(3)} \sin \tau - I_{\tau+2\xi}^{h(3)} \sin(\tau + 2\xi) + I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} \sin(3\tau + 2\xi) - I_{3\tau+4\xi}^{h(3)} \sin(3\tau + 4\xi) \\
& + I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \cos(3\tau + 4\xi) - I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} \cos(3\tau + 2\xi) + I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \cos(\tau + 2\xi) - I_{\tau,s}^{h(3)} \cos \tau
\end{aligned} \tag{7.115}$$

3 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
II_{\perp}^{h(3)} = & II_{\iota}^{h(3)} \sin \iota + II_{2\tau-\iota}^{h(3)} \sin(2\tau - \iota) - II_{\iota+2\xi}^{h(3)} \sin(\iota + 2\xi) \\
& - II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} \sin(2\tau - \iota + 2\xi) + II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} \sin(2\tau + \iota + 2\xi) - II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} \sin(2\tau + \iota + 4\xi) \\
& + II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} \cos(2\tau + \iota + 4\xi) - II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} \cos(2\tau + \iota + 2\xi) + II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} \cos(2\tau - \iota + 2\xi) \\
& + II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} \cos(\iota + 2\xi) - II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} \cos(2\tau - \iota) - II_{\iota,s}^{h(3)} \cos \iota
\end{aligned} \tag{7.116}$$

3 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\perp}^{h(3)} = & IV_{\tau}^{h(3)} \sin \tau + IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} \sin(2\iota - \tau) - IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \sin(\tau + 2\xi) \\
& - IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} \sin(2\iota - \tau + 2\xi) + IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \sin(2\iota + \tau + 2\xi) - IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \sin(2\iota + \tau + 4\xi) \\
& + IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \cos(2\iota + \tau + 4\xi) - IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \cos(2\iota + \tau + 2\xi) + IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} \cos(2\iota - \tau + 2\xi) \\
& + IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \cos(\tau + 2\xi) - IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} \cos(2\iota - \tau) - IV_{\tau,s}^{h(3)} \cos \tau
\end{aligned} \tag{7.117}$$

3 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\perp}^{h(3)} = & V_{\iota}^{h(3)} \sin \iota - V_{\iota+2\xi}^{h(3)} \sin(\iota + 2\xi) + V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} \sin(3\iota + 2\xi) - V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} \sin(3\iota + 4\xi) \\
& + V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} \cos(3\iota + 4\xi) - V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} \cos(3\iota + 2\xi) + V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} \cos(\iota + 2\xi) - V_{\iota,s}^{h(3)} \cos \iota
\end{aligned} \tag{7.118}$$

- 評価のアジムスに平行な光線傾角の収差 $\Delta \alpha_{\parallel}^{*(3)}$

3 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\parallel}^{\alpha(3)} = & V_{\tau}^{\alpha(3)} \cos \tau + V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(\tau + 2\xi) + V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(3\tau + 2\xi) + V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \cos(3\tau + 4\xi) \\
& + V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(3\tau + 4\xi) + V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(3\tau + 2\xi) + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(\tau + 2\xi) + V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \sin \tau
\end{aligned} \tag{7.119}$$

3 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\parallel}^{\alpha(3)} = & IV_{\iota}^{\alpha(3)} \cos \iota + IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} \cos(2\tau - \iota) + IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(\iota + 2\xi) \\
& + IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(2\tau - \iota + 2\xi) + IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(2\tau + \iota + 2\xi) + IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \cos(2\tau + \iota + 4\xi) \\
& + IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(2\tau + \iota + 4\xi) + IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(2\tau + \iota + 2\xi) - IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(2\tau - \iota + 2\xi) \\
& + IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(\iota + 2\xi) - IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} \sin(2\tau - \iota) + IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} \sin \iota
\end{aligned} \tag{7.120}$$

3 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
II_{\parallel}^{\alpha(3)} = & II_{\tau}^{\alpha(3)} \cos \tau + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \cos(2\iota - \tau) + II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(\tau + 2\xi) \\
& + II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(2\iota - \tau + 2\xi) + II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(2\iota + \tau + 2\xi) + II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \cos(2\iota + \tau + 4\xi) \\
& + II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(2\iota + \tau + 4\xi) + II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(2\iota + \tau + 2\xi) - II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(2\iota - \tau + 2\xi) \\
& + II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(\tau + 2\xi) - II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \sin(2\iota - \tau) + II_{\tau,s}^{\alpha(3)} \sin \tau
\end{aligned} \tag{7.121}$$

3 次の球面収差項

$$\begin{aligned}
I_{\parallel}^{\alpha(3)} = & I_{\iota}^{\alpha(3)} \cos \iota + I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(\iota + 2\xi) + I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \cos(3\iota + 2\xi) + I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \cos(3\iota + 4\xi) \\
& + I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(3\iota + 4\xi) + I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(3\iota + 2\xi) + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \sin(\iota + 2\xi) + I_{\iota,s}^{\alpha(3)} \sin \iota
\end{aligned} \tag{7.122}$$

● 評価のアジムスに垂直な光線傾角の収差 $\Delta\alpha_{\perp}^{*(3)}$

3 次の歪曲収差項

$$\begin{aligned}
V_{\perp}^{\alpha(3)} = & V_{\tau}^{\alpha(3)} \sin \tau - V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(\tau + 2\xi) + V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(3\tau + 2\xi) - V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \sin(3\tau + 4\xi) \\
& + V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(3\tau + 4\xi) - V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(3\tau + 2\xi) + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(\tau + 2\xi) - V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \cos \tau
\end{aligned} \tag{7.123}$$

3 次の像面収差項

$$\begin{aligned}
IV_{\perp}^{\alpha(3)} = & IV_{\iota}^{\alpha(3)} \sin \iota + IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} \sin(2\tau - \iota) - IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(\iota + 2\xi) \\
& - IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(2\tau - \iota + 2\xi) + IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(2\tau + \iota + 2\xi) - IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \sin(2\tau + \iota + 4\xi) \\
& + IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(2\tau + \iota + 4\xi) - IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(2\tau + \iota + 2\xi) + IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(2\tau - \iota + 2\xi) \\
& + IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(\iota + 2\xi) - IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} \cos(2\tau - \iota) - IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} \cos \iota
\end{aligned} \tag{7.124}$$

3 次のコマ収差項

$$\begin{aligned}
II_{\perp}^{\alpha(3)} = & II_{\tau}^{\alpha(3)} \sin \tau + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \sin(2\iota - \tau) - II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(\tau + 2\xi) \\
& - II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(2\iota - \tau + 2\xi) + II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(2\iota + \tau + 2\xi) - II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \sin(2\iota + \tau + 4\xi) \\
& + II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(2\iota + \tau + 4\xi) - II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(2\iota + \tau + 2\xi) + II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(2\iota - \tau + 2\xi) \\
& + II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(\tau + 2\xi) - II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \cos(2\iota - \tau) - II_{\tau,s}^{\alpha(3)} \cos \tau
\end{aligned} \tag{7.125}$$

3 次の球面収差項

$$\begin{aligned}
I_{\perp}^{\alpha(3)} = & I_{\iota}^{\alpha(3)} \sin \iota - I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(\iota + 2\xi) + I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} \sin(3\iota + 2\xi) - I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \sin(3\iota + 4\xi) \\
& + I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(3\iota + 4\xi) - I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(3\iota + 2\xi) + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \cos(\iota + 2\xi) - I_{\iota,s}^{\alpha(3)} \cos \iota
\end{aligned} \tag{7.126}$$

7.2.2 3 次の展開係数 $M_{ij_1j_2j_3}^*$ から 3 次光線基本収差係数への変換式

3 次の展開係数 $M_{ij_1j_2j_3}^*$ から 3 次光線基本収差係数への変換式を以下に示す.

- 光線傾角の 3 次球面収差係数

$$I_l^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3111}^* + M_{3122}^* + M_{4112}^* + M_{4222}^*) \quad (7.127)$$

$$I_{l+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3111}^* + M_{3122}^* - M_{4112}^* - M_{4222}^*) \quad (7.128)$$

$$I_{3l+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (M_{3111}^* - 3M_{3122}^* + 3M_{4112}^* - M_{4222}^*) \quad (7.129)$$

$$I_{3l+4\xi}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (M_{3111}^* - 3M_{3122}^* - 3M_{4112}^* + M_{4222}^*) \quad (7.130)$$

$$I_{3l+4\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (-M_{3222}^* + 3M_{3112}^* - 3M_{4122}^* + M_{4111}^*) \quad (7.131)$$

$$I_{3l+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (-M_{3222}^* + 3M_{3112}^* + 3M_{4122}^* - M_{4111}^*) \quad (7.132)$$

$$I_{l+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3222}^* + M_{3112}^* + M_{4122}^* + M_{4111}^*) \quad (7.133)$$

$$I_{l,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3222}^* + M_{3112}^* - M_{4122}^* - M_{4111}^*) \quad (7.134)$$

- 光線傾角の 3 次コマ収差係数

$$II_\tau^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3113}^* + M_{3223}^* + M_{4114}^* + M_{4224}^*) \quad (7.135)$$

$$II_{2l-\tau}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3113}^* - M_{3223}^* + 2M_{3124}^* + 2M_{4123}^* - M_{4114}^* + M_{4224}^*) \quad (7.136)$$

$$II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3113}^* + M_{3223}^* - M_{4114}^* - M_{4224}^*) \quad (7.137)$$

$$II_{2l+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3113}^* - M_{3223}^* - 2M_{3124}^* + 2M_{4123}^* + M_{4114}^* - M_{4224}^*) \quad (7.138)$$

$$II_{2l-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3113}^* - M_{3223}^* + 2M_{3124}^* - 2M_{4123}^* + M_{4114}^* - M_{4224}^*) \quad (7.139)$$

$$II_{2l+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3113}^* - M_{3223}^* - 2M_{3124}^* - 2M_{4123}^* - M_{4114}^* + M_{4224}^*) \quad (7.140)$$

$$II_{2l+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3114}^* - M_{3224}^* + 2M_{3123}^* - 2M_{4124}^* + M_{4113}^* - M_{4223}^*) \quad (7.141)$$

$$II_{2l-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (-M_{3114}^* + M_{3224}^* + 2M_{3123}^* + 2M_{4124}^* + M_{4113}^* - M_{4223}^*) \quad (7.142)$$

$$II_{2l+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3114}^* - M_{3224}^* + 2M_{3123}^* + 2M_{4124}^* - M_{4113}^* + M_{4223}^*) \quad (7.143)$$

$$II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3114}^* + M_{3224}^* + M_{4113}^* + M_{4223}^*) \quad (7.144)$$

$$II_{2l-\tau,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (-M_{3114}^* + M_{3224}^* + 2M_{3123}^* - 2M_{4124}^* - M_{4113}^* + M_{4223}^*) \quad (7.145)$$

$$II_{\tau,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3114}^* + M_{3224}^* - M_{4113}^* - M_{4223}^*) \quad (7.146)$$

- 光線傾角の 3 次像面収差係数

$$IV_{\iota}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3133}^* + M_{3144}^* + M_{4233}^* + M_{4244}^*) \quad (7.147)$$

$$IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3133}^* - M_{3144}^* + 2M_{3234}^* + 2M_{4134}^* - M_{4233}^* + M_{4244}^*) \quad (7.148)$$

$$IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3133}^* + M_{3144}^* - M_{4233}^* - M_{4244}^*) \quad (7.149)$$

$$IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3133}^* - M_{3144}^* + 2M_{3234}^* - 2M_{4134}^* + M_{4233}^* - M_{4244}^*) \quad (7.150)$$

$$IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3133}^* - M_{3144}^* - 2M_{3234}^* + 2M_{4134}^* + M_{4233}^* - M_{4244}^*) \quad (7.151)$$

$$IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3133}^* - M_{3144}^* - 2M_{3234}^* - 2M_{4134}^* - M_{4233}^* + M_{4244}^*) \quad (7.152)$$

$$IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3233}^* - M_{3244}^* + 2M_{3134}^* - 2M_{4234}^* + M_{4133}^* - M_{4144}^*) \quad (7.153)$$

$$IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3233}^* - M_{3244}^* + 2M_{3134}^* + 2M_{4234}^* - M_{4133}^* + M_{4144}^*) \quad (7.154)$$

$$IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (-M_{3233}^* + M_{3244}^* + 2M_{3134}^* + 2M_{4234}^* + M_{4133}^* - M_{4144}^*) \quad (7.155)$$

$$IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3233}^* + M_{3244}^* + M_{4133}^* + M_{4144}^*) \quad (7.156)$$

$$IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (-M_{3233}^* + M_{3244}^* + 2M_{3134}^* - 2M_{4234}^* - M_{4133}^* + M_{4144}^*) \quad (7.157)$$

$$IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{4} (M_{3233}^* + M_{3244}^* - M_{4133}^* - M_{4144}^*) \quad (7.158)$$

- 光線傾角の 3 次歪曲収差係数

$$V_{\tau}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3333}^* + M_{3344}^* + M_{4334}^* + M_{4444}^*) \quad (7.159)$$

$$V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3333}^* + M_{3344}^* - M_{4334}^* - M_{4444}^*) \quad (7.160)$$

$$V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (M_{3333}^* - 3M_{3344}^* + 3M_{4334}^* - M_{4444}^*) \quad (7.161)$$

$$V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (M_{3333}^* - 3M_{3344}^* - 3M_{4334}^* + M_{4444}^*) \quad (7.162)$$

$$V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (-M_{3444}^* + 3M_{3334}^* - 3M_{4344}^* + M_{4333}^*) \quad (7.163)$$

$$V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{1}{8} (-M_{3444}^* + 3M_{3334}^* + 3M_{4344}^* - M_{4333}^*) \quad (7.164)$$

$$V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3444}^* + M_{3334}^* + M_{4344}^* + M_{4333}^*) \quad (7.165)$$

$$V_{\tau,s}^{\alpha(3)} = \frac{3}{8} (M_{3444}^* + M_{3334}^* - M_{4344}^* - M_{4333}^*) \quad (7.166)$$

- 光線高さの 3 次歪曲収差係数

$$V_{\iota}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1111}^* + M_{1122}^* + M_{2112}^* + M_{2222}^*) \quad (7.167)$$

$$V_{\iota+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1111}^* + M_{1122}^* - M_{2112}^* - M_{2222}^*) \quad (7.168)$$

$$V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} = \frac{1}{8} (M_{1111}^* - 3M_{1122}^* + 3M_{2112}^* - M_{2222}^*) \quad (7.169)$$

$$V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} = \frac{1}{8} (M_{1111}^* - 3M_{1122}^* - 3M_{2112}^* + M_{2222}^*) \quad (7.170)$$

$$V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} = \frac{1}{8} (-M_{1222}^* + 3M_{1112}^* - 3M_{2122}^* + M_{2111}^*) \quad (7.171)$$

$$V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{1}{8} (-M_{1222}^* + 3M_{1112}^* + 3M_{2122}^* - M_{2111}^*) \quad (7.172)$$

$$V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1222}^* + M_{1112}^* + M_{2122}^* + M_{2111}^*) \quad (7.173)$$

$$V_{\iota,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1222}^* + M_{1112}^* - M_{2122}^* - M_{2111}^*) \quad (7.174)$$

- 光線高さの 3 次像面収差係数

$$IV_{\tau}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1113}^* + M_{1223}^* + M_{2114}^* + M_{2224}^*) \quad (7.175)$$

$$IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1113}^* - M_{1223}^* + 2M_{1124}^* + 2M_{2123}^* - M_{2114}^* + M_{2224}^*) \quad (7.176)$$

$$IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1113}^* + M_{1223}^* - M_{2114}^* - M_{2224}^*) \quad (7.177)$$

$$IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1113}^* - M_{1223}^* + 2M_{1124}^* - 2M_{2123}^* + M_{2114}^* - M_{2224}^*) \quad (7.178)$$

$$IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1113}^* - M_{1223}^* - 2M_{1124}^* + 2M_{2123}^* + M_{2114}^* - M_{2224}^*) \quad (7.179)$$

$$IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1113}^* - M_{1223}^* - 2M_{1124}^* - 2M_{2123}^* - M_{2114}^* + M_{2224}^*) \quad (7.180)$$

$$IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1114}^* - M_{1224}^* + 2M_{1123}^* - 2M_{2124}^* + M_{2113}^* - M_{2223}^*) \quad (7.181)$$

$$IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1114}^* - M_{1224}^* + 2M_{1123}^* + 2M_{2124}^* - M_{2113}^* + M_{2223}^*) \quad (7.182)$$

$$IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (-M_{1114}^* + M_{1224}^* + 2M_{1123}^* + 2M_{2124}^* + M_{2113}^* - M_{2223}^*) \quad (7.183)$$

$$IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1114}^* + M_{1224}^* + M_{2113}^* + M_{2223}^*) \quad (7.184)$$

$$IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (-M_{1114}^* + M_{1224}^* + 2M_{1123}^* - 2M_{2124}^* - M_{2113}^* + M_{2223}^*) \quad (7.185)$$

$$IV_{\tau,s}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1114}^* + M_{1224}^* - M_{2113}^* - M_{2223}^*) \quad (7.186)$$

- 光線高さの 3 次コマ収差係数

$$II_{\iota}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1133}^* + M_{1144}^* + M_{2233}^* + M_{2244}^*) \quad (7.187)$$

$$II_{2\tau-\iota}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1133}^* - M_{1144}^* + 2M_{1234}^* + 2M_{2134}^* - M_{2233}^* + M_{2244}^*) \quad (7.188)$$

$$II_{\iota+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1133}^* + M_{1144}^* - M_{2233}^* - M_{2244}^*) \quad (7.189)$$

$$II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1133}^* - M_{1144}^* + 2M_{1234}^* - 2M_{2134}^* + M_{2233}^* - M_{2244}^*) \quad (7.190)$$

$$II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1133}^* - M_{1144}^* - 2M_{1234}^* + 2M_{2134}^* + M_{2233}^* - M_{2244}^*) \quad (7.191)$$

$$II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1133}^* - M_{1144}^* - 2M_{1234}^* - 2M_{2134}^* - M_{2233}^* + M_{2244}^*) \quad (7.192)$$

$$II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1233}^* - M_{1244}^* + 2M_{1134}^* - 2M_{2234}^* + M_{2133}^* - M_{2144}^*) \quad (7.193)$$

$$II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1233}^* - M_{1244}^* + 2M_{1134}^* + 2M_{2234}^* - M_{2133}^* + M_{2144}^*) \quad (7.194)$$

$$II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (-M_{1233}^* + M_{1244}^* + 2M_{1134}^* + 2M_{2234}^* + M_{2133}^* - M_{2144}^*) \quad (7.195)$$

$$II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1233}^* + M_{1244}^* + M_{2133}^* + M_{2144}^*) \quad (7.196)$$

$$II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (-M_{1233}^* + M_{1244}^* + 2M_{1134}^* - 2M_{2234}^* - M_{2133}^* + M_{2144}^*) \quad (7.197)$$

$$II_{\iota,s}^{h(3)} = \frac{3}{4} (M_{1233}^* + M_{1244}^* - M_{2133}^* - M_{2144}^*) \quad (7.198)$$

● 光線高さの3次球面収差係数

$$I_{\tau}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1333}^* + M_{1344}^* + M_{2334}^* + M_{2444}^*) \quad (7.199)$$

$$I_{\tau+2\xi}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1333}^* + M_{1344}^* - M_{2334}^* - M_{2444}^*) \quad (7.200)$$

$$I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} = \frac{1}{8} (M_{1333}^* - 3M_{1344}^* + 3M_{2334}^* - M_{2444}^*) \quad (7.201)$$

$$I_{3\tau+4\xi}^{h(3)} = \frac{1}{8} (M_{1333}^* - 3M_{1344}^* - 3M_{2334}^* + M_{2444}^*) \quad (7.202)$$

$$I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} = \frac{1}{8} (-M_{1444}^* + 3M_{1334}^* - 3M_{2344}^* + M_{2333}^*) \quad (7.203)$$

$$I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{1}{8} (-M_{1444}^* + 3M_{1334}^* + 3M_{2344}^* - M_{2333}^*) \quad (7.204)$$

$$I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1444}^* + M_{1334}^* + M_{2344}^* + M_{2333}^*) \quad (7.205)$$

$$I_{\tau,s}^{h(3)} = \frac{3}{8} (M_{1444}^* + M_{1334}^* - M_{2344}^* - M_{2333}^*) \quad (7.206)$$

3次光線通過点収差係数の計算式を導出する際、式(7.127)から式(7.206)を $M_{ij_1j_2j_3}^*$ について解いた式が必要になる。その式を以下に示す。

- 光線傾角の 3 次球面収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{3111}^* &= I_{\iota}^{\alpha(3)} + I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \\
M_{3112}^* &= \frac{1}{3} \left(I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3122}^* &= \frac{1}{3} \left(I_{\iota}^{\alpha(3)} + I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 3I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 3I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3222}^* &= I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
M_{4111}^* &= -I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
M_{4112}^* &= \frac{1}{3} \left(I_{\iota}^{\alpha(3)} - I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + 3I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 3I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4122}^* &= \frac{1}{3} \left(-I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 3I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4222}^* &= I_{\iota}^{\alpha(3)} - I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)}
\end{aligned} \tag{7.207}$$

- 光線傾角の 3 次コマ収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{3113}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\tau}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} + II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3114}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\tau,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3123}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3124}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3223}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\tau}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} + II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3224}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4113}^* &= \frac{1}{3} \left(-II_{\tau,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4114}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\tau}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} - II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4123}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4124}^* &= \frac{1}{3} \left(-II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4223}^* &= \frac{1}{3} \left(-II_{\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} + II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4224}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\tau}^{\alpha(3)} + II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} - II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right)
\end{aligned} \tag{7.208}$$

- 光線傾角の 3 次像面収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{3133}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\iota}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3134}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3144}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\iota}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3233}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3234}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3244}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4133}^* &= \frac{1}{3} \left(-IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4134}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4144}^* &= \frac{1}{3} \left(-IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4233}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\iota}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4234}^* &= \frac{1}{3} \left(-IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4244}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\iota}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} \right)
\end{aligned} \tag{7.209}$$

- 光線傾角の3次歪曲収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{3333}^* &= V_{\tau}^{\alpha(3)} + V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
M_{3334}^* &= \frac{1}{3} \left(V_{\tau,s}^{\alpha(3)} + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3344}^* &= \frac{1}{3} \left(V_{\tau}^{\alpha(3)} + V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - 3V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - 3V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{3444}^* &= V_{\tau,s}^{\alpha(3)} + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
M_{4333}^* &= -V_{\tau,s}^{\alpha(3)} + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
M_{4334}^* &= \frac{1}{3} \left(V_{\tau}^{\alpha(3)} - V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + 3V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - 3V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4344}^* &= \frac{1}{3} \left(-V_{\tau,s}^{\alpha(3)} + V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 3V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \right) \\
M_{4444}^* &= V_{\tau}^{\alpha(3)} - V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)}
\end{aligned} \tag{7.210}$$

- 光線高さの3次歪曲収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{1111}^* &= V_{\iota}^{h(3)} + V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} + V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} \\
M_{1122}^* &= \frac{1}{3} \left(V_{\iota}^{h(3)} + V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - 3V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} - 3V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{2112}^* &= \frac{1}{3} \left(V_{\iota}^{h(3)} - V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + 3V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} - 3V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{2222}^* &= V_{\iota}^{h(3)} - V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} + V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} \\
M_{1222}^* &= V_{\iota,s}^{h(3)} + V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} - V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} \\
M_{1112}^* &= \frac{1}{3} \left(V_{\iota,s}^{h(3)} + V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 3V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 3V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2122}^* &= \frac{1}{3} \left(-V_{\iota,s}^{h(3)} + V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 3V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} - 3V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2111}^* &= -V_{\iota,s}^{h(3)} + V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} + V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.211}$$

• 光線高さの 3 次像面収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{1113}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\tau}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} + IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{1114}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\tau,s}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{1123}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{1124}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{1223}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\tau}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} + IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{1224}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\tau,s}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2113}^* &= \frac{1}{3} \left(-IV_{\tau,s}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2114}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\tau}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} - IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{2123}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{2124}^* &= \frac{1}{3} \left(-IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2223}^* &= \frac{1}{3} \left(-IV_{\tau,s}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2224}^* &= \frac{1}{3} \left(IV_{\tau}^{h(3)} + IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} - IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} + IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \right)
\end{aligned} \tag{7.212}$$

• 光線高さの 3 次コマ収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{1133}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\ell}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell}^{h(3)} + II_{\ell+2\xi}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell+2\xi}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+2\xi}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{1134}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{2\tau-\ell,s}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{1144}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\ell}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell}^{h(3)} + II_{\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{1233}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\ell,s}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell,s}^{h(3)} + II_{\ell+2\xi,s}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{1234}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{2\tau-\ell}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{1244}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\ell,s}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell,s}^{h(3)} + II_{\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell+2\xi,s}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+2\xi,s}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2133}^* &= \frac{1}{3} \left(-II_{\ell,s}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell,s}^{h(3)} + II_{\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell+2\xi,s}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2134}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{2\tau-\ell}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell+2\xi}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{2144}^* &= \frac{1}{3} \left(-II_{\ell,s}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell,s}^{h(3)} + II_{\ell+2\xi,s}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+2\xi,s}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2234}^* &= \frac{1}{3} \left(-II_{2\tau-\ell,s}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell+2\xi,s}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+2\xi,s}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2233}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\ell}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell}^{h(3)} - II_{\ell+2\xi}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell+2\xi}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{2244}^* &= \frac{1}{3} \left(II_{\ell}^{h(3)} + II_{2\tau-\ell}^{h(3)} - II_{\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau-\ell+2\xi}^{h(3)} - II_{2\tau+\ell+2\xi}^{h(3)} + II_{2\tau+\ell+4\xi}^{h(3)} \right)
\end{aligned} \tag{7.213}$$

● 光線高さの 3 次球面収差係数に関する展開係数

$$\begin{aligned}
M_{1333}^* &= I_{\tau}^{h(3)} + I_{\tau+2\xi}^{h(3)} + I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} + I_{3\tau+4\xi}^{h(3)} \\
M_{1334}^* &= \frac{1}{3} \left(I_{\tau,s}^{h(3)} + I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} + 3I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} + 3I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{1344}^* &= \frac{1}{3} \left(I_{\tau}^{h(3)} + I_{\tau+2\xi}^{h(3)} - 3I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} - 3I_{3\tau+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{1444}^* &= I_{\tau,s}^{h(3)} + I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} - I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} - I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
M_{2333}^* &= -I_{\tau,s}^{h(3)} + I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} - I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} + I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
M_{2334}^* &= \frac{1}{3} \left(I_{\tau}^{h(3)} - I_{\tau+2\xi}^{h(3)} + 3I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} - 3I_{3\tau+4\xi}^{h(3)} \right) \\
M_{2344}^* &= \frac{1}{3} \left(-I_{\tau,s}^{h(3)} + I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} + 3I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} - 3I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \right) \\
M_{2444}^* &= I_{\tau}^{h(3)} - I_{\tau+2\xi}^{h(3)} - I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} + I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.214}$$

7.3 反射・屈折の 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算式

反射・屈折による変換に伴い発生する、面固有の 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算式を示す。導出には、基準軸周りの一般光線のベキ級数展開の方法を用いた。この計算公式は 1 面の反射・屈折の作用を表すので、面形状を表す係数 $C_{20}, C_{11}, C_{02}, D_{30}, D_{21}, D_{12}, D_{03}, E_{40}, E_{31}, E_{22}, E_{13}, E_{04}$ と、屈折率 N, N' 、基準軸の入射角と射出角 θ, θ' のみで計算できる特徴がある。しかしこの 3 次テンソル $M_{ij_1j_2j_3}$ の計算公式は、以下に示す M_{4444} のように短い式もあるが、大半の要素は大変長い式になる。補助量を導入し式を簡単に表現する必要があり、今後検討したい項目の 1 つである。

$$M_{4444} = -\frac{N'^2 - N^2}{2N'^2N^2} \tag{7.215}$$

ここでは、0 にならない要素と 0 になる要素の分類を示すにとどめる．0 にならない面固有の $M_{ij_1j_2j_3}$ の要素は、重複を除いて 57 種類ある．

$M_{1j_1j_2j_3}$ の要素

$$M_{1111} \neq 0 \quad (7.216)$$

$$M_{1112} \neq 0 \quad (7.217)$$

$$M_{1113} \neq 0 \quad (7.218)$$

$$M_{1114} \neq 0 \quad (7.219)$$

$$M_{1121} = M_{1112} \neq 0 \quad (7.220)$$

$$M_{1122} \neq 0 \quad (7.221)$$

$$M_{1123} \neq 0 \quad (7.222)$$

$$M_{1124} \neq 0 \quad (7.223)$$

$$M_{1131} = M_{1113} \neq 0 \quad (7.224)$$

$$M_{1132} = M_{1123} \neq 0 \quad (7.225)$$

$$M_{1133} \neq 0 \quad (7.226)$$

$$M_{1134} = 0 \quad (7.227)$$

$$M_{1141} = M_{1114} \neq 0 \quad (7.228)$$

$$M_{1142} = M_{1124} \neq 0 \quad (7.229)$$

$$M_{1143} = M_{1134} = 0 \quad (7.230)$$

$$M_{1144} \neq 0 \quad (7.231)$$

$$M_{1211} = M_{1112} \neq 0 \quad (7.232)$$

$$M_{1212} = M_{1122} \neq 0 \quad (7.233)$$

$$M_{1213} = M_{1123} \neq 0 \quad (7.234)$$

$$M_{1214} = M_{1124} \neq 0 \quad (7.235)$$

$$M_{1221} = M_{1122} \neq 0 \quad (7.236)$$

$$M_{1222} \neq 0 \quad (7.237)$$

$$M_{1223} \neq 0 \quad (7.238)$$

$$M_{1224} = 0 \quad (7.239)$$

$$M_{1231} = M_{1123} \neq 0 \quad (7.240)$$

$$M_{1232} = M_{1223} \neq 0 \quad (7.241)$$

$$M_{1233} = 0 \quad (7.242)$$

$$M_{1234} = 0 \quad (7.243)$$

$$M_{1241} = M_{1124} \neq 0 \quad (7.244)$$

$$M_{1242} = M_{1224} = 0 \quad (7.245)$$

$$M_{1243} = M_{1234} = 0 \quad (7.246)$$

$$M_{1244} = 0 \quad (7.247)$$

$$M_{1311} = M_{1113} \neq 0 \quad (7.248)$$

$$M_{1312} = M_{1123} \neq 0 \quad (7.249)$$

$$M_{1313} = M_{1133} \neq 0 \quad (7.250)$$

$$M_{1314} = M_{1134} = 0 \quad (7.251)$$

$$M_{1321} = M_{1123} \neq 0 \quad (7.252)$$

$$M_{1322} = M_{1223} \neq 0 \quad (7.253)$$

$$M_{1323} = M_{1233} = 0 \quad (7.254)$$

$$M_{1324} = M_{1234} = 0 \quad (7.255)$$

$$M_{1331} = M_{1133} \neq 0 \quad (7.256)$$

$$M_{1332} = M_{1233} = 0 \quad (7.257)$$

$$M_{1333} = 0 \quad (7.258)$$

$$M_{1334} = 0 \quad (7.259)$$

$$M_{1341} = M_{1134} = 0 \quad (7.260)$$

$$M_{1342} = M_{1234} = 0 \quad (7.261)$$

$$M_{1343} = M_{1334} = 0 \quad (7.262)$$

$$M_{1344} = 0 \quad (7.263)$$

$$M_{1411} = M_{1114} \neq 0 \quad (7.264)$$

$$M_{1412} = M_{1124} \neq 0 \quad (7.265)$$

$$M_{1413} = M_{1134} = 0 \quad (7.266)$$

$$M_{1414} = M_{1144} \neq 0 \quad (7.267)$$

$$M_{1421} = M_{1124} \neq 0 \quad (7.268)$$

$$M_{1422} = M_{1224} = 0 \quad (7.269)$$

$$M_{1423} = M_{1234} = 0 \quad (7.270)$$

$$M_{1424} = M_{1244} = 0 \quad (7.271)$$

$$M_{1431} = M_{1134} = 0 \quad (7.272)$$

$$M_{1432} = M_{1234} = 0 \quad (7.273)$$

$$M_{1433} = M_{1334} = 0 \quad (7.274)$$

$$M_{1434} = M_{1344} = 0 \quad (7.275)$$

$$M_{1441} = M_{1144} \neq 0 \quad (7.276)$$

$$M_{1442} = M_{1244} = 0 \quad (7.277)$$

$$M_{1443} = M_{1344} = 0 \quad (7.278)$$

$$M_{1444} = 0 \quad (7.279)$$

$M_{2j_1j_2j_3}$ の要素

$$M_{2111} \neq 0 \quad (7.280)$$

$$M_{2112} \neq 0 \quad (7.281)$$

$$M_{2113} \neq 0 \quad (7.282)$$

$$M_{2114} \neq 0 \quad (7.283)$$

$$M_{2121} = M_{2112} \neq 0 \quad (7.284)$$

$$M_{2122} \neq 0 \quad (7.285)$$

$$M_{2123} \neq 0 \quad (7.286)$$

$$M_{2124} \neq 0 \quad (7.287)$$

$$M_{2131} = M_{2113} \neq 0 \quad (7.288)$$

$$M_{2132} = M_{2123} \neq 0 \quad (7.289)$$

$$M_{2133} = 0 \quad (7.290)$$

$$M_{2134} \neq 0 \quad (7.291)$$

$$M_{2141} = M_{2114} \neq 0 \quad (7.292)$$

$$M_{2142} = M_{2124} \neq 0 \quad (7.293)$$

$$M_{2143} = M_{2134} \neq 0 \quad (7.294)$$

$$M_{2144} = 0 \quad (7.295)$$

$$M_{2211} = M_{2112} \neq 0 \quad (7.296)$$

$$M_{2212} = M_{2122} \neq 0 \quad (7.297)$$

$$M_{2213} = M_{2123} \neq 0 \quad (7.298)$$

$$M_{2214} = M_{2124} \neq 0 \quad (7.299)$$

$$M_{2221} = M_{2122} \neq 0 \quad (7.300)$$

$$M_{2222} \neq 0 \quad (7.301)$$

$$M_{2223} = 0 \quad (7.302)$$

$$M_{2224} \neq 0 \quad (7.303)$$

$$M_{2231} = M_{2123} \neq 0 \quad (7.304)$$

$$M_{2232} = M_{2223} = 0 \quad (7.305)$$

$$M_{2233} = 0 \quad (7.306)$$

$$M_{2234} = 0 \quad (7.307)$$

$$M_{2241} = M_{2124} \neq 0 \quad (7.308)$$

$$M_{2242} = M_{2224} \neq 0 \quad (7.309)$$

$$M_{2243} = M_{2234} = 0 \quad (7.310)$$

$$M_{2244} = 0 \quad (7.311)$$

$$M_{2311} = M_{2113} \neq 0 \quad (7.312)$$

$$M_{2312} = M_{2123} \neq 0 \quad (7.313)$$

$$M_{2313} = M_{2133} = 0 \quad (7.314)$$

$$M_{2314} = M_{2134} \neq 0 \quad (7.315)$$

$$M_{2321} = M_{2123} \neq 0 \quad (7.316)$$

$$M_{2322} = M_{2223} = 0 \quad (7.317)$$

$$M_{2323} = M_{2233} = 0 \quad (7.318)$$

$$M_{2324} = M_{2234} = 0 \quad (7.319)$$

$$M_{2331} = M_{2133} = 0 \quad (7.320)$$

$$M_{2332} = M_{2233} = 0 \quad (7.321)$$

$$M_{2333} = 0 \quad (7.322)$$

$$M_{2334} = 0 \quad (7.323)$$

$$M_{2341} = M_{2134} \neq 0 \quad (7.324)$$

$$M_{2342} = M_{2234} = 0 \quad (7.325)$$

$$M_{2343} = M_{2334} = 0 \quad (7.326)$$

$$M_{2344} = 0 \quad (7.327)$$

$$M_{2411} = M_{2114} \neq 0 \quad (7.328)$$

$$M_{2412} = M_{2124} \neq 0 \quad (7.329)$$

$$M_{2413} = M_{2134} \neq 0 \quad (7.330)$$

$$M_{2414} = M_{2144} = 0 \quad (7.331)$$

$$M_{2421} = M_{2124} \neq 0 \quad (7.332)$$

$$M_{2422} = M_{2224} \neq 0 \quad (7.333)$$

$$M_{2423} = M_{2234} = 0 \quad (7.334)$$

$$M_{2424} = M_{2244} = 0 \quad (7.335)$$

$$M_{2431} = M_{2134} \neq 0 \quad (7.336)$$

$$M_{2432} = M_{2234} = 0 \quad (7.337)$$

$$M_{2433} = M_{2334} = 0 \quad (7.338)$$

$$M_{2434} = M_{2344} = 0 \quad (7.339)$$

$$M_{2441} = M_{2144} = 0 \quad (7.340)$$

$$M_{2442} = M_{2244} = 0 \quad (7.341)$$

$$M_{2443} = M_{2344} = 0 \quad (7.342)$$

$$M_{2444} = 0 \quad (7.343)$$

$M_{3j_1j_2j_3}$ の要素

$$M_{3111} \neq 0 \quad (7.344)$$

$$M_{3112} \neq 0 \quad (7.345)$$

$$M_{3113} \neq 0 \quad (7.346)$$

$$M_{3114} \neq 0 \quad (7.347)$$

$$M_{3121} = M_{3112} \neq 0 \quad (7.348)$$

$$M_{3122} \neq 0 \quad (7.349)$$

$$M_{3123} \neq 0 \quad (7.350)$$

$$M_{3124} \neq 0 \quad (7.351)$$

$$M_{3131} = M_{3113} \neq 0 \quad (7.352)$$

$$M_{3132} = M_{3123} \neq 0 \quad (7.353)$$

$$M_{3133} \neq 0 \quad (7.354)$$

$$M_{3134} \neq 0 \quad (7.355)$$

$$M_{3141} = M_{3114} \neq 0 \quad (7.356)$$

$$M_{3142} = M_{3124} \neq 0 \quad (7.357)$$

$$M_{3143} = M_{3134} \neq 0 \quad (7.358)$$

$$M_{3144} \neq 0 \quad (7.359)$$

$$M_{3211} = M_{3112} \neq 0 \quad (7.360)$$

$$M_{3212} = M_{3122} \neq 0 \quad (7.361)$$

$$M_{3213} = M_{3123} \neq 0 \quad (7.362)$$

$$M_{3214} = M_{3124} \neq 0 \quad (7.363)$$

$$M_{3221} = M_{3122} \neq 0 \quad (7.364)$$

$$M_{3222} \neq 0 \quad (7.365)$$

$$M_{3223} \neq 0 \quad (7.366)$$

$$M_{3224} \neq 0 \quad (7.367)$$

$$M_{3231} = M_{3123} \neq 0 \quad (7.368)$$

$$M_{3232} = M_{3223} \neq 0 \quad (7.369)$$

$$M_{3233} \neq 0 \quad (7.370)$$

$$M_{3234} \neq 0 \quad (7.371)$$

$$M_{3241} = M_{3124} \neq 0 \quad (7.372)$$

$$M_{3242} = M_{3224} \neq 0 \quad (7.373)$$

$$M_{3243} = M_{3234} \neq 0 \quad (7.374)$$

$$M_{3244} \neq 0 \quad (7.375)$$

$$M_{3311} = M_{3113} \neq 0 \quad (7.376)$$

$$M_{3312} = M_{3123} \neq 0 \quad (7.377)$$

$$M_{3313} = M_{3133} \neq 0 \quad (7.378)$$

$$M_{3314} = M_{3134} \neq 0 \quad (7.379)$$

$$M_{3321} = M_{3123} \neq 0 \quad (7.380)$$

$$M_{3322} = M_{3223} \neq 0 \quad (7.381)$$

$$M_{3323} = M_{3233} \neq 0 \quad (7.382)$$

$$M_{3324} = M_{3234} \neq 0 \quad (7.383)$$

$$M_{3331} = M_{3133} \neq 0 \quad (7.384)$$

$$M_{3332} = M_{3233} \neq 0 \quad (7.385)$$

$$M_{3333} \neq 0 \quad (7.386)$$

$$M_{3334} = 0 \quad (7.387)$$

$$M_{3341} = M_{3134} \neq 0 \quad (7.388)$$

$$M_{3342} = M_{3234} \neq 0 \quad (7.389)$$

$$M_{3343} = M_{3334} = 0 \quad (7.390)$$

$$M_{3344} \neq 0 \quad (7.391)$$

$$M_{3411} = M_{3114} \neq 0 \quad (7.392)$$

$$M_{3412} = M_{3124} \neq 0 \quad (7.393)$$

$$M_{3413} = M_{3134} \neq 0 \quad (7.394)$$

$$M_{3414} = M_{3144} \neq 0 \quad (7.395)$$

$$M_{3421} = M_{3124} \neq 0 \quad (7.396)$$

$$M_{3422} = M_{3224} \neq 0 \quad (7.397)$$

$$M_{3423} = M_{3234} \neq 0 \quad (7.398)$$

$$M_{3424} = M_{3244} \neq 0 \quad (7.399)$$

$$M_{3431} = M_{3134} \neq 0 \quad (7.400)$$

$$M_{3432} = M_{3234} \neq 0 \quad (7.401)$$

$$M_{3433} = M_{3334} = 0 \quad (7.402)$$

$$M_{3434} = M_{3344} \neq 0 \quad (7.403)$$

$$M_{3441} = M_{3144} \neq 0 \quad (7.404)$$

$$M_{3442} = M_{3244} \neq 0 \quad (7.405)$$

$$M_{3443} = M_{3344} \neq 0 \quad (7.406)$$

$$M_{3444} = 0 \quad (7.407)$$

$M_{4j_1j_2j_3}$ の要素

$$M_{4111} \neq 0 \quad (7.408)$$

$$M_{4112} \neq 0 \quad (7.409)$$

$$M_{4113} \neq 0 \quad (7.410)$$

$$M_{4114} \neq 0 \quad (7.411)$$

$$M_{4121} = M_{4112} \neq 0 \quad (7.412)$$

$$M_{4122} \neq 0 \quad (7.413)$$

$$M_{4123} \neq 0 \quad (7.414)$$

$$M_{4124} \neq 0 \quad (7.415)$$

$$M_{4131} = M_{4113} \neq 0 \quad (7.416)$$

$$M_{4132} = M_{4123} \neq 0 \quad (7.417)$$

$$M_{4133} \neq 0 \quad (7.418)$$

$$M_{4134} \neq 0 \quad (7.419)$$

$$M_{4141} = M_{4114} \neq 0 \quad (7.420)$$

$$M_{4142} = M_{4124} \neq 0 \quad (7.421)$$

$$M_{4143} = M_{4134} \neq 0 \quad (7.422)$$

$$M_{4144} \neq 0 \quad (7.423)$$

$$M_{4211} = M_{4112} \neq 0 \quad (7.424)$$

$$M_{4212} = M_{4122} \neq 0 \quad (7.425)$$

$$M_{4213} = M_{4123} \neq 0 \quad (7.426)$$

$$M_{4214} = M_{4124} \neq 0 \quad (7.427)$$

$$M_{4221} = M_{4122} \neq 0 \quad (7.428)$$

$$M_{4222} \neq 0 \quad (7.429)$$

$$M_{4223} \neq 0 \quad (7.430)$$

$$M_{4224} \neq 0 \quad (7.431)$$

$$M_{4231} = M_{4123} \neq 0 \quad (7.432)$$

$$M_{4232} = M_{4223} \neq 0 \quad (7.433)$$

$$M_{4233} \neq 0 \quad (7.434)$$

$$\begin{aligned}
M_{4234} &\neq 0 & (7.435) \\
M_{4241} &= M_{4124} \neq 0 & (7.436) \\
M_{4242} &= M_{4224} \neq 0 & (7.437) \\
M_{4243} &= M_{4234} \neq 0 & (7.438) \\
M_{4244} &\neq 0 & (7.439) \\
M_{4311} &= M_{4113} \neq 0 & (7.440) \\
M_{4312} &= M_{4123} \neq 0 & (7.441) \\
M_{4313} &= M_{4133} \neq 0 & (7.442) \\
M_{4314} &= M_{4134} \neq 0 & (7.443) \\
M_{4321} &= M_{4123} \neq 0 & (7.444) \\
M_{4322} &= M_{4223} \neq 0 & (7.445) \\
M_{4323} &= M_{4233} \neq 0 & (7.446) \\
M_{4324} &= M_{4234} \neq 0 & (7.447) \\
M_{4331} &= M_{4133} \neq 0 & (7.448) \\
M_{4332} &= M_{4233} \neq 0 & (7.449) \\
M_{4333} &= 0 & (7.450) \\
M_{4334} &\neq 0 & (7.451) \\
M_{4341} &= M_{4134} \neq 0 & (7.452) \\
M_{4342} &= M_{4234} \neq 0 & (7.453) \\
M_{4343} &= M_{4334} = 0 & (7.454) \\
M_{4344} &= 0 & (7.455) \\
M_{4411} &= M_{4114} \neq 0 & (7.456) \\
M_{4412} &= M_{4124} \neq 0 & (7.457) \\
M_{4413} &= M_{4134} \neq 0 & (7.458) \\
M_{4414} &= M_{4144} \neq 0 & (7.459) \\
M_{4421} &= M_{4124} \neq 0 & (7.460) \\
M_{4422} &= M_{4224} \neq 0 & (7.461) \\
M_{4423} &= M_{4234} \neq 0 & (7.462) \\
M_{4424} &= M_{4244} \neq 0 & (7.463) \\
M_{4431} &= M_{4134} \neq 0 & (7.464) \\
M_{4432} &= M_{4234} \neq 0 & (7.465) \\
M_{4433} &= M_{4334} \neq 0 & (7.466) \\
M_{4434} &= M_{4344} = 0 & (7.467) \\
M_{4441} &= M_{4144} \neq 0 & (7.468) \\
M_{4442} &= M_{4244} \neq 0 & (7.469) \\
M_{4443} &= M_{4344} = 0 & (7.470) \\
M_{4444} &\neq 0 & (7.471)
\end{aligned}$$

7.4 3 次光線通過点収差係数の計算式

Off-Axial 光学系の 3 次光線通過点収差係数の計算公式を示す．式 (7.3) に示したように，評価のアジムス ξ を分離した 3 次収差の関係式は以下のようにかける．

$$\check{V}_{ij_1j_2j_3} = S_{im}^{-1} M_{mn_1n_2n_3}^* S_{n_1j_1} S_{n_2j_2} S_{n_3j_3} \quad (7.472)$$

式 (7.472) を具体的に展開して，式 (7.25) から式 (7.104) に示した 3 次の展開係数 $\check{V}_{ij_1j_2j_3}$ から 3 次光線通過点収差係数への変換式と，式 (7.207) から式 (7.214) に示した 3 次光線基本収差係数と $M_{ij_1j_2j_3}^*$ の関係式を使って整理すれば，Off-Axial 光学系の 3 次光線通過点収差係数の計算式を導出できる．注目すべき点は，Off-Axial 光学系の 3 次光線通過点収差係数は，アジムスに対して同じ属性をもつ 3 次光線基本収差係数の線形和で表現されることである．

以上の手続きを実行した結果を以下に示す．

- 物体結像の 3 次球面収差係数 (8 種類)

$$\begin{aligned} I_{\eta}^{(3)} = & -h^4 I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{\tau}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\ & - h^2 \alpha^2 I V_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{\tau}^{\alpha(3)} \\ & + h^3 \alpha V_{\iota}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{\tau}^{h(3)} \\ & + h \alpha^3 I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + h \alpha^3 I I_{\iota}^{h(3)} + \alpha^4 I_{\tau}^{h(3)} \end{aligned} \quad (7.473)$$

$$\begin{aligned} I_{\eta+2\xi}^{(3)} = & -h^4 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\ & - h^2 \alpha^2 I V_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\ & + h^3 \alpha V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\ & + h \alpha^3 I I_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} + h \alpha^3 I I_{\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha^4 I_{\tau+2\xi}^{h(3)} \end{aligned} \quad (7.474)$$

$$\begin{aligned} I_{3\eta+2\xi}^{(3)} = & -h^4 I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\ & - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\ & + h^3 \alpha V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\ & + h \alpha^3 I I_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha^4 I_{3\tau+2\xi}^{h(3)} \end{aligned} \quad (7.475)$$

$$\begin{aligned} I_{3\eta+4\xi}^{(3)} = & -h^4 I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\ & - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\ & + h^3 \alpha V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\ & + h \alpha^3 I I_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} + \alpha^4 I_{3\tau+4\xi}^{h(3)} \end{aligned} \quad (7.476)$$

$$\begin{aligned} I_{3\eta+4\xi,s}^{(3)} = & -h^4 I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\ & - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\ & + h^3 \alpha V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\ & + h \alpha^3 I I_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} + \alpha^4 I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \end{aligned} \quad (7.477)$$

$$\begin{aligned}
I_{3\eta+2\xi,s}^{(3)} = & -h^4 I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + h^3 \alpha V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + h \alpha^3 I I_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha^4 I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.478}$$

$$\begin{aligned}
I_{\eta+2\xi,s}^{(3)} = & -h^4 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \alpha^2 I V_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + h^3 \alpha V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + h \alpha^3 I I_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} + h \alpha^3 I I_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha^4 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.479}$$

$$\begin{aligned}
I_{\eta,s}^{(3)} = & -h^4 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{\tau,s}^{\alpha(3)} - h^3 \alpha I I_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \alpha^2 I V_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha^2 I V_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} - h \alpha^3 V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + h^3 \alpha V_{\iota,s}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + h^2 \alpha^2 I V_{\tau,s}^{h(3)} \\
& + h \alpha^3 I I_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} + h \alpha^3 I I_{\iota,s}^{h(3)} + \alpha^4 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.480}$$

● 物体結像の3次コマ収差係数(12種類)

$$\begin{aligned}
II_{\zeta}^{(3)} = & -2h^3 \bar{h} I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{h} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - 2h \alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + 2h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} + 2h \alpha^2 \bar{h} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau}^{h(3)} \\
& + 2h \alpha^2 \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota}^{h(3)} + 2\alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.481}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta-\zeta}^{(3)} = & -h^3 \bar{h} I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha \bar{h} I I_{\tau}^{\alpha(3)} - h^3 \bar{\alpha} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{\iota}^{\alpha(3)} - h \alpha^2 \bar{h} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - h \alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} + h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h \alpha^2 \bar{h} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& + \alpha^3 \bar{h} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} + h \alpha^2 \bar{\alpha} I I_{\iota}^{h(3)} + \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.482}$$

$$\begin{aligned}
II_{\zeta+2\xi}^{(3)} = & -2h^3 \bar{h} I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{h} I I_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 2h \alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + 2h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + 2h \alpha^2 \bar{h} I V_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + h \alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + 2h \alpha^2 \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota+2\xi}^{h(3)} + 2\alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.483}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta-\zeta+2\xi}^{(3)} = & -h^3 \bar{h} I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha \bar{h} I I_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - h^3 \bar{\alpha} I I_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \bar{\alpha} \alpha I V_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h \alpha^2 \bar{h} I V_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h \alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + h^2 \alpha \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + h \alpha^2 \bar{h} I V_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha^3 \bar{h} I I_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} + h \alpha^2 \bar{\alpha} I I_{\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.484}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)} = & -3h^3 \bar{h} I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^2 (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h \alpha (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) I V_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 3h \alpha^2 \bar{\alpha} V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + 3h^2 \alpha \bar{h} V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} + h \alpha (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) I I_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} + 3\alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.485}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)} = & -3h^3 \bar{h} I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - h^2 (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - 3h\alpha^2 \bar{\alpha} V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + 3h^2 \alpha \bar{h} V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} + h\alpha (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} + 3\alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.486}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{(3)} = & -3h^3 \bar{h} I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} - h^2 (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} - 3h\alpha^2 \bar{\alpha} V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + 3h^2 \alpha \bar{h} V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} + h\alpha (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
& + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} + 3\alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.487}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{(3)} = & -3h^3 \bar{h} I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^2 (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 3h\alpha^2 \bar{\alpha} V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + 3h^2 \alpha \bar{h} V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} + h\alpha (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 3\alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.488}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{(3)} = & -h^3 \bar{h} I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha \bar{h} II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 2h^3 \bar{\alpha} II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \bar{\alpha} \alpha IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\alpha^2 \bar{h} IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + h^2 \alpha \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + h\alpha^2 \bar{h} IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + \alpha^3 \bar{h} II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} + h\alpha^2 \bar{\alpha} II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.489}$$

$$\begin{aligned}
II_{\zeta+2\xi,s}^{(3)} = & -2h^3 \bar{h} I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{h} II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{\alpha} IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 2h\alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + 2h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 2h\alpha^2 \bar{h} IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + h\alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + 2h\alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 2\alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.490}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\eta-\zeta,s}^{(3)} = & -h^3 \bar{h} I_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h^2 \alpha \bar{h} II_{\tau,s}^{\alpha(3)} - h^3 \bar{\alpha} II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \alpha \bar{\alpha} IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h\alpha^2 \bar{h} IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} - h\alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota,s}^{h(3)} + h^2 \alpha \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + h\alpha^2 \bar{h} IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& + \alpha^3 \bar{h} II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} + h\alpha^2 \bar{\alpha} II_{\iota,s}^{h(3)} + \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.491}$$

$$\begin{aligned}
II_{\zeta,s}^{(3)} = & -2h^3 \bar{h} I_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\tau,s}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{h} II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} - 2h^2 \alpha \bar{\alpha} IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} - 2h\alpha^2 \bar{\alpha} V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + 2h^2 \alpha \bar{h} V_{\iota,s}^{h(3)} + 2h\alpha^2 \bar{h} IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + h\alpha (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& + 2h\alpha^2 \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} + \alpha^2 (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\iota,s}^{h(3)} + 2\alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.492}$$

● 物体結像の像面収差係数 (12 種類)

$$\begin{aligned}
IV_{\eta}^{(3)} = & -2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\tau}^{\alpha(3)} - 2h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + 2h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} + 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\tau}^{h(3)} \\
& + 2\alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\iota}^{h(3)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.493}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta-\eta}^{(3)} = & -h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\tau}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{h}^2 II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha \bar{\alpha} \bar{h} IV_{\iota}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} + h\alpha \bar{\alpha} \bar{h} IV_{\tau}^{h(3)} \\
& + h\alpha \bar{\alpha}^2 II_{2\tau-\iota}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\iota}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.494}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\eta+2\xi}^{(3)} = & -2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - 2h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + 2h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + 2\alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\iota+2\xi}^{h(3)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.495}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta-\eta+2\xi}^{(3)} = & -h^2 \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{h}^2 II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} + h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + h\alpha \bar{\alpha}^2 II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.496}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)} = & -3h^2 \bar{h}^2 I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - 3h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + 3h\alpha \bar{h}^2 V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} + 3\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.497}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)} = & -3h^2 \bar{h}^2 I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - 3h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + 3h\alpha \bar{h}^2 V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} + 3\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.498}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{(3)} = & -3h^2 \bar{h}^2 I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - 3h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + 3h\alpha \bar{h}^2 V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} + 3\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.499}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{(3)} = & -3h^2 \bar{h}^2 I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 3h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + 3h\alpha \bar{h}^2 V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 3\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.500}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{(3)} = & -h^2 \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{h}^2 II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + h\alpha \bar{\alpha}^2 II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.501}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\eta+2\xi,s}^{(3)} = & -2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 2h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + 2h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + 2\alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.502}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\zeta-\eta,s}^{(3)} = & -h^2 \bar{h}^2 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\tau,s}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{h}^2 II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\alpha \bar{\alpha} \bar{h} IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} - h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota,s}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + h\alpha \bar{\alpha} \bar{h} IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& + h\alpha \bar{\alpha}^2 II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{\iota,s}^{h(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.503}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\eta,s}^{(3)} = & -2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h\bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\tau,s}^{\alpha(3)} - 2h^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} - 2h\alpha \bar{\alpha}^2 V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + 2h\alpha \bar{h}^2 V_{\iota,s}^{h(3)} + 2h\alpha \bar{h} \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& + 2\alpha^2 \bar{h} \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) II_{\iota,s}^{h(3)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.504}$$

• 物体結像の3次歪曲収差係数 (8 種類)

$$\begin{aligned}
V_{\zeta}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{\iota}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha} \bar{h}^2 II_{\tau}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha} \bar{h}^2 II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{\iota}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h}^3 V_{\iota}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 IV_{\tau}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau-\iota}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{\iota}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha}^3 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.505}$$

$$\begin{aligned}
V_{\zeta+2\xi}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha} \bar{h}^2 II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha} \bar{h}^2 II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h}^3 V_{\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha}^3 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.506}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\zeta+2\xi}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha} \bar{h}^2 II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h}^3 V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha}^3 I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.507}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\zeta+4\xi}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha} \bar{h}^2 II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h}^3 V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha}^3 I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.508}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\zeta+4\xi,s}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha} \bar{h}^2 II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h}^3 V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha} \bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
& + \alpha \bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} + \alpha \bar{\alpha}^3 I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.509}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\zeta+2\xi,s}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h}^3 V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + \alpha\bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}^3 I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.510}$$

$$\begin{aligned}
V_{\zeta+2\xi,s}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h}^3 V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& + \alpha\bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.511}$$

$$\begin{aligned}
V_{\zeta,s}^{(3)} = & -h\bar{h}^3 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{\tau,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^2 \bar{h} IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} - h\bar{\alpha}^3 V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h}^3 V_{\iota,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& + \alpha\bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}^2 \bar{h} II_{\iota,s}^{h(3)} + \alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.512}$$

● 瞳結像の歪曲収差係数 (8 種類)

$$\begin{aligned}
V_{\eta}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} II_{\tau}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} IV_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^2 h \bar{h} IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{\iota}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} IV_{\tau}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha^2 h \bar{\alpha} II_{\iota}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.513}$$

$$\begin{aligned}
V_{\eta+2\xi}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha^2 h \bar{h} IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha^2 h \bar{\alpha} II_{\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.514}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\eta+2\xi}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.515}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\eta+4\xi}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.516}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\eta+4\xi,s}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.517}$$

$$\begin{aligned}
V_{3\eta+2\xi,s}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} I V_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.518}$$

$$\begin{aligned}
V_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} I V_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha^2 h \bar{h} I V_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.519}$$

$$\begin{aligned}
V_{\eta,s}^{r(3)} = & h^3 \bar{h} I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{\tau,s}^{\alpha(3)} + \alpha h^2 \bar{h} I I_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha^2 h \bar{h} I V_{\iota,s}^{\alpha(3)} + \alpha^2 h \bar{h} I V_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + \alpha^3 \bar{h} V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^3 \bar{\alpha} V_{\iota,s}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} - \alpha h^2 \bar{\alpha} I V_{\tau,s}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} - \alpha^2 h \bar{\alpha} I I_{\iota,s}^{h(3)} - \alpha^3 \bar{\alpha} I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.520}$$

• 瞳結像の3次像面収差係数(12種類)

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta}^{r(3)} = & 2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} + h \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau}^{\alpha(3)} + 2\alpha h \bar{h}^2 I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - 2h^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} - 2\alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - h \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - 2\alpha h \bar{\alpha}^2 I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota}^{h(3)} - 2\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.521}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)} = & h^2 \bar{h}^2 I_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha h \bar{h}^2 I I_{\tau}^{\alpha(3)} + h^2 \bar{\alpha} \bar{h} I I_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 I V_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\iota}^{h(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 I V_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\tau}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} I I_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha h \bar{\alpha}^2 I I_{\iota}^{h(3)} - \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.522}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta+2\xi}^{r(3)} = & 2h^2 \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + h \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + 2\alpha h \bar{h}^2 I I_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + 2\alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + 2\alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - 2h^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - 2\alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - h \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - 2\alpha h \bar{\alpha}^2 I I_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{\iota+2\xi}^{h(3)} - 2\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.523}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\eta-\zeta+2\xi}^{r(3)} = & h^2 \bar{h}^2 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha h \bar{h}^2 I I_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + h^2 \bar{\alpha} \bar{h} I I_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha^2 \bar{h}^2 I V_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - h^2 \bar{\alpha}^2 I V_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - \alpha h \bar{\alpha} \bar{h} I V_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - \alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} I I_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha h \bar{\alpha}^2 I I_{\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.524}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta+2\eta+2\xi}^{r(3)} = & 3h^2 \bar{h}^2 I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + h \bar{h} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I I_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha \bar{h} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) I V_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + 3\alpha^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - 3h^2 \bar{\alpha} \bar{h} V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} - h \bar{\alpha} (2\alpha \bar{h} + \bar{\alpha} h) I V_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - \alpha \bar{\alpha} (\alpha \bar{h} + 2\bar{\alpha} h) I I_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} - 3\alpha^2 \bar{\alpha}^2 I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.525}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta+2\eta+4\xi}^{r(3)} = & 3h^2\bar{h}^2 I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + h\bar{h} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + 3\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - 3h^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} - h\bar{\alpha} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& - \alpha\bar{\alpha} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} - 3\alpha^2\bar{\alpha}^2 I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.526}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta+2\eta+4\xi,s}^{r(3)} = & 3h^2\bar{h}^2 I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + h\bar{h} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + 3\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - 3h^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} - h\bar{\alpha} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
& - \alpha\bar{\alpha} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} - 3\alpha^2\bar{\alpha}^2 I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.527}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta+2\eta+2\xi,s}^{r(3)} = & 3h^2\bar{h}^2 I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + h\bar{h} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - 3h^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - h\bar{\alpha} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} - 3\alpha^2\bar{\alpha}^2 I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.528}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = & h^2\bar{h}^2 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha h\bar{h}^2 II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + h^2\bar{\alpha}\bar{h} II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha^2\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - h^2\bar{\alpha}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - \alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha h\bar{\alpha}^2 II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha^2\bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.529}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = & 2h^2\bar{h}^2 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + h\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha h\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - 2h^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - 2\alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - h\bar{\alpha} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - 2\alpha h\bar{\alpha}^2 II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - 2\alpha^2\bar{\alpha}^2 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.530}$$

$$\begin{aligned}
IV_{2\eta-\zeta,s}^{r(3)} = & h^2\bar{h}^2 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + \alpha h\bar{h}^2 II_{\tau,s}^{\alpha(3)} + h^2\bar{\alpha}\bar{h} II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} + \alpha^2\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + \alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\iota,s}^{h(3)} - h^2\bar{\alpha}^2 IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} - \alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& - \alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} - \alpha h\bar{\alpha}^2 II_{\iota,s}^{h(3)} - \alpha^2\bar{\alpha}^2 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.531}$$

$$\begin{aligned}
IV_{\zeta,s}^{r(3)} = & 2h^2\bar{h}^2 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + h\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\tau,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha h\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - 2h^2\bar{\alpha}\bar{h} V_{\iota,s}^{h(3)} - 2\alpha h\bar{\alpha}\bar{h} IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} - h\bar{\alpha} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& - 2\alpha h\bar{\alpha}^2 II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\iota,s}^{h(3)} - 2\alpha^2\bar{\alpha}^2 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.532}$$

● 瞳結像の3次コマ収差係数(12種類)

$$\begin{aligned}
II_{\eta}^{r(3)} = & 2h\bar{h}^3 I_{\iota}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\tau}^{\alpha(3)} + 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} - 2h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\tau}^{h(3)} \\
& - 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\iota}^{h(3)} - 2\alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.533}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta-\eta}^{r(3)} = & h\bar{h}^3 I_{\iota}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{\tau}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{h}^3 II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{\iota}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} - h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{\tau}^{h(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^3 II_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{\iota}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.534}$$

$$\begin{aligned}
II_{\eta+2\xi}^{r(3)} = & 2h\bar{h}^3 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - 2h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\iota+2\xi}^{h(3)} - 2\alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.535}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta-\eta+2\xi}^{r(3)} = & h\bar{h}^3 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{h}^3 II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^3 II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{\iota+2\xi}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.536}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta+\eta+2\xi}^{r(3)} = & 3h\bar{h}^3 I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - 3h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^2 (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} - 3\alpha\bar{\alpha}^3 I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.537}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta+\eta+4\xi}^{r(3)} = & 3h\bar{h}^3 I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - 3h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^2 (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} - 3\alpha\bar{\alpha}^3 I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.538}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{r(3)} = & 3h\bar{h}^3 I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - 3h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^2 (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} - 3\alpha\bar{\alpha}^3 I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.539}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{r(3)} = & 3h\bar{h}^3 I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - 3h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^2 (2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} - 3\alpha\bar{\alpha}^3 I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.540}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{r(3)} = & h\bar{h}^3 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{h}^3 II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^3 II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.541}$$

$$\begin{aligned}
II_{\eta+2\xi,s}^{r(3)} = & 2h\bar{h}^3 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - 2h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - 2\alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.542}$$

$$\begin{aligned}
II_{2\zeta-\eta,s}^{r(3)} = & h\bar{h}^3 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{\tau,s}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{h}^3 II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} + h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} - h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& - h\bar{\alpha}^3 II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{\iota,s}^{h(3)} - \alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.543}$$

$$\begin{aligned}
II_{\eta,s}^{r(3)} = & 2h\bar{h}^3 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\tau,s}^{\alpha(3)} + 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - 2h\bar{\alpha}\bar{h}^2 V_{\iota,s}^{h(3)} - 2h\bar{\alpha}^2\bar{h} IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}\bar{h} (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& - 2\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 (\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) II_{\iota,s}^{h(3)} - 2\alpha\bar{\alpha}^3 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.544}$$

● 瞳結像の3次球面収差係数(8種類)

$$\begin{aligned}
I_{\zeta}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{\iota}^{\alpha(3)} + \bar{h}^3 \bar{\alpha} II_{\tau}^{\alpha(3)} + \bar{h}^3 \bar{\alpha} II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{\iota}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3 \bar{h} V_{\tau}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha} \bar{h}^3 V_{\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{\tau}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3 \bar{h} II_{2\tau-\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^3 \bar{h} II_{\iota}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{\tau}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.545}$$

$$\begin{aligned}
I_{\zeta+2\xi}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{h}^2 \bar{\alpha}^2 IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3 \bar{h} V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha} \bar{h}^3 V_{\iota+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3 \bar{h} II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^3 \bar{h} II_{\iota+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.546}$$

$$\begin{aligned}
I_{3\zeta+2\xi}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3 \bar{h} V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha} \bar{h}^3 V_{3\iota+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3 \bar{h} II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.547}$$

$$\begin{aligned}
I_{3\zeta+4\xi}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3 \bar{h} V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha} \bar{h}^3 V_{3\iota+4\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3 \bar{h} II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.548}$$

$$\begin{aligned}
I_{3\zeta+4\xi,s}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3 \bar{h} V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha} \bar{h}^3 V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2 \bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3 \bar{h} II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.549}$$

$$\begin{aligned}
I_{3\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3\bar{h}V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha}\bar{h}^3 V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3\bar{h}II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.550}$$

$$\begin{aligned}
I_{\zeta+2\xi,s}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}\bar{h}^3 II_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3\bar{h}V_{\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha}\bar{h}^3 V_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3\bar{h}II_{2\tau-\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^3\bar{h}II_{\iota+2\xi,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{\tau+2\xi,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.551}$$

$$\begin{aligned}
I_{\zeta,s}^{r(3)} = & \bar{h}^4 I_{\iota,s}^{\alpha(3)} + \bar{h}^3\bar{\alpha}II_{\tau,s}^{\alpha(3)} + \bar{h}^3\bar{\alpha}II_{2\iota-\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& + \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{\iota,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{2\tau-\iota,s}^{\alpha(3)} + \bar{\alpha}^3\bar{h}V_{\tau,s}^{\alpha(3)} \\
& - \bar{\alpha}\bar{h}^3 V_{\iota,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{2\iota-\tau,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 IV_{\tau,s}^{h(3)} \\
& - \bar{\alpha}^3\bar{h}II_{2\tau-\iota,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^3\bar{h}II_{\iota,s}^{h(3)} - \bar{\alpha}^4 I_{\tau,s}^{h(3)}
\end{aligned} \tag{7.552}$$

7.5 3 次光線基本収差係数の線形変換形式

7.4 節で Off-Axial 光学系の 3 次光線通過点収差係数の計算式を示し、3 次光線通過点収差係数は、アジムスに対して同じ属性をもつ 3 次光線基本収差係数の線形和で表現されることが明らかになった。光線通過点収差係数と光線基本収差係数の関係を光学設計で実用的に活用するためには、単に光線通過点収差係数を算出するだけでは不十分であり、2 種類の収差係数の関係を捉えやすい表現にすることが望ましい。そのような表現にすれば、結像の収差を表わす光線通過点収差係数の発生要因を、光線高さと光線傾角の収差という光学系の光線変換特性を表わす光線基本収差係数と、入射側近軸追跡値が表す物体位置と瞳位置に分離して表示することが可能になり、光学系の収差補正能力を、新たな視点から解析することが可能になる。

そのために、3 次光線通過点収差係数の計算公式を 3 次光線基本収差係数の線形変換形式に整理すると以下ようになる。ここでは、 ζ, η, ι, τ の相対アジムス一般を表わす記号として Azm を用いた。

- $3A_{zm} + 2\xi$ のグループ. 2 面対称光学系から発生.

$$\begin{aligned}
& \xrightarrow{S_{3A_{zm}+2\xi}^{(3)}} = \\
& \left[\begin{array}{c} I_{3\eta+2\xi}^{(3)} \\ II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)} \\ IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)} \\ V_{3\zeta+2\xi}^{(3)} \\ V_{3\eta+2\xi}^{(3)} \\ IV_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)} \\ II_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)} \\ I_{3\zeta+2\xi}^{(3)} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -h^4 \\ -3h^3\bar{h} \\ -3h^2\bar{h}^2 \\ -h\bar{h}^3 \\ h^3\bar{h} \\ 3h^2\bar{h}^2 \\ 3h\bar{h}^3 \\ \bar{h}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -\alpha h^3 \\ -h^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -h\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -h\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ \alpha h^2\bar{h} \\ h\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \bar{h}^2(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}\bar{h}^3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -\alpha^3h \\ -3\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -3\alpha h\bar{\alpha}^2 \\ -h\bar{\alpha}^3 \\ \alpha^3\bar{h} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ \bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -\alpha^2h^2 \\ \alpha h(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ \alpha^2h\bar{h} \\ \alpha\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha h^3 \\ 3\alpha h^2\bar{h} \\ 3\alpha h\bar{h}^2 \\ \alpha\bar{h}^3 \\ -h^3\bar{\alpha} \\ -3h^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ -3h\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ -\bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha^2h^2 \\ \alpha h(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ -\alpha h^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2\bar{h}^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha^3h \\ \alpha^2(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ -\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -\alpha\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha^4 \\ 3\alpha^3\bar{\alpha} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ \alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\alpha^3\bar{\alpha} \\ -3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ -3\alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\bar{\alpha}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} I_{3\iota+2\xi}^{(3)} \\ II_{\tau+2\iota+2\xi}^{(3)} \\ IV_{\iota+2\tau+2\xi}^{(3)} \\ V_{3\tau+2\xi}^{(3)} \\ V_{3\iota+2\xi}^{(3)} \\ IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{(3)} \\ II_{\iota+2\tau+2\xi}^{(3)} \\ I_{3\tau+2\xi}^{(3)} \end{array} \right]
\end{aligned}
\tag{7.555}$$

- $3\text{Azm} + 4\xi$ のグループ. 2 面対称光学系から発生.

$$\begin{aligned}
& \xrightarrow{S_{3\text{Azm}+4\xi}^{(3)}} = \\
& \left[\begin{array}{c} I_{3\eta+4\xi}^{(3)} \\ II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)} \\ IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)} \\ V_{3\zeta+4\xi}^{(3)} \\ V_{3\zeta+4\xi}^{(3)} \\ IV_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)} \\ II_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)} \\ I_{3\zeta+4\xi}^{(3)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} -h^4 \\ -3h^3\bar{h} \\ -3h^2\bar{h}^2 \\ -h\bar{h}^3 \\ h^3\bar{h} \\ 3h^2\bar{h}^2 \\ 3h\bar{h}^3 \\ \bar{h}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -\alpha h^3 \\ -h^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -h\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -h\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ \alpha h^2\bar{h} \\ h\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \bar{h}^2(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}\bar{h}^3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -\alpha^3h \\ -3\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -3\alpha h\bar{\alpha}^2 \\ -h\bar{\alpha}^3 \\ \alpha^3\bar{h} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ \bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -\alpha^2h^2 \\ \alpha h(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ \alpha^2h\bar{h} \\ \alpha\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha h^3 \\ 3\alpha h^2\bar{h} \\ 3\alpha h\bar{h}^2 \\ \alpha\bar{h}^3 \\ -h^3\bar{\alpha} \\ -3h^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ -3h\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ -\bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha^2h^2 \\ \alpha h(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ -\alpha h^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2\bar{h}^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha^3h \\ \alpha^2(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ -\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -\alpha\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \alpha^4 \\ 3\alpha^3\bar{\alpha} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ \alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\alpha^3\bar{\alpha} \\ -3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ -3\alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\bar{\alpha}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} I_{3\iota+4\xi}^{(3)} \\ II_{\tau+2\iota+4\xi}^{(3)} \\ IV_{\iota+2\tau+4\xi}^{(3)} \\ V_{3\tau+4\xi}^{(3)} \\ V_{3\tau+4\xi}^{(3)} \\ IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{(3)} \\ II_{\iota+2\tau+4\xi}^{(3)} \\ I_{3\tau+4\xi}^{(3)} \end{array} \right]
\end{aligned}$$

(7.556)

- $3\text{Azm} + 4\xi, s$ のグループ. 対称性の無い光学系から発生.

$$\begin{aligned}
& \xrightarrow{S_{3\text{Azm}+4\xi,s}^{(3)}} = \\
& \left[\begin{array}{l} I_{3\eta+4\xi,s}^{(3)} \\ II_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{(3)} \\ IV_{2\xi+\eta+4\xi,s}^{(3)} \\ V_{3\xi+4\xi,s}^{(3)} \\ V_{3\eta+4\xi,s}^{(3)} \\ IV_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{r(3)} \\ II_{2\xi+\eta+4\xi,s}^{r(3)} \\ I_{3\xi+4\xi,s}^{r(3)} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -h^4 \\ -3h^3\bar{h} \\ -3h^2\bar{h}^2 \\ -h\bar{h}^3 \\ h^3\bar{h} \\ 3h^2\bar{h}^2 \\ 3h\bar{h}^3 \\ \bar{h}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\alpha h^3 \\ -h^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -h\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -h\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ \alpha h^2\bar{h} \\ h\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \bar{h}^2(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}\bar{h}^3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\alpha^3h \\ -3\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -3\alpha h\bar{\alpha}^2 \\ -h\bar{\alpha}^3 \\ \alpha^3\bar{h} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ \bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha h^3 \\ 3\alpha h^2\bar{h} \\ 3\alpha h\bar{h}^2 \\ \alpha\bar{h}^3 \\ -h^3\bar{\alpha} \\ -3h^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ -3h\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ -\bar{\alpha}\bar{h}^3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha^2h^2 \\ \alpha h(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ -\alpha h^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2\bar{h}^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha^3h \\ \alpha^2(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ -\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -\alpha\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha^4 \\ 3\alpha^3\bar{\alpha} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ \alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\alpha^3\bar{\alpha} \\ -3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ -3\alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\bar{\alpha}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} I_{3\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\ II_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\ IV_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\ V_{3\tau+4\xi,s}^{\alpha(3)} \\ V_{3\iota+4\xi,s}^{h(3)} \\ IV_{2\iota+\tau+4\xi,s}^{h(3)} \\ II_{2\tau+\iota+4\xi,s}^{h(3)} \\ I_{3\tau+4\xi,s}^{h(3)} \end{array} \right]
\end{aligned}
\tag{7.557}$$

$$= \widetilde{A_8^{(3)} R_{3\text{Azm}+4\xi,s}^{(3)}} \xrightarrow{\quad}$$

- $3\text{Azm} + 2\xi, s$ のグループ. 対称性の無い光学系から発生.

$$\begin{aligned}
& \xrightarrow{S_{3\text{Azm}+2\xi,s}^{(3)}} = \\
& \left[\begin{array}{l} I_{3\eta+2\xi,s}^{(3)} \\ II_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{(3)} \\ IV_{2\xi+\eta+2\xi,s}^{(3)} \\ V_{3\zeta+2\xi,s}^{(3)} \\ V_{3\eta+2\xi,s}^{r(3)} \\ IV_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \\ II_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{r(3)} \\ I_{3\zeta+2\xi,s}^{r(3)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} -h^4 \\ -3h^3\bar{h} \\ -3h^2\bar{h}^2 \\ -h\bar{h}^3 \\ h^3\bar{h} \\ 3h^2\bar{h}^2 \\ 3h\bar{h}^3 \\ \bar{h}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\alpha h^3 \\ -h^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -h\bar{\alpha}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -h\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ \alpha h^2\bar{h} \\ h\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \bar{h}^2(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}\bar{h}^3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\alpha^3h \\ -3\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -3\alpha h\bar{\alpha}^2 \\ -h\bar{\alpha}^3 \\ \alpha^3\bar{h} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ 3\alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ \bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\alpha^2h^2 \\ -\alpha h(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -h\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -h\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ \alpha^2h\bar{h} \\ \alpha\bar{h}(\alpha h + 2\bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}\bar{h}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \bar{\alpha}^2\bar{h}^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha h^3 \\ 3\alpha h^2\bar{h} \\ 3\alpha h\bar{h}^2 \\ \alpha\bar{h}^3 \\ -h^3\bar{\alpha} \\ -3h^2\bar{\alpha}\bar{h} \\ -3h\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ -\bar{\alpha}\bar{h}^3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha^2h^2 \\ \alpha h(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{h}(\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}\bar{h}^2 \\ -\alpha h^2\bar{\alpha} \\ -h\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}\bar{h}(2\alpha\bar{h} + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2\bar{h}^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha^3h \\ \alpha^2(\alpha h + 2\bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ \alpha\bar{\alpha}^2\bar{h} \\ -\alpha^2h\bar{\alpha} \\ -\alpha\bar{\alpha}(\alpha h + 2\bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^2(2\alpha\bar{h} + \bar{\alpha}h) \\ -\bar{\alpha}^3\bar{h} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \alpha^4 \\ 3\alpha^3\bar{\alpha} \\ 3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ \alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\alpha^3\bar{\alpha} \\ -3\alpha^2\bar{\alpha}^2 \\ -3\alpha\bar{\alpha}^3 \\ -\bar{\alpha}^4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} I_{3\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\ II_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\ IV_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\ V_{3\tau+2\xi,s}^{\alpha(3)} \\ V_{3\iota+2\xi,s}^{h(3)} \\ IV_{2\iota+\tau+2\xi,s}^{h(3)} \\ II_{2\tau+\iota+2\xi,s}^{h(3)} \\ I_{3\tau+2\xi,s}^{h(3)} \end{array} \right]
\end{aligned}$$

(7.558)

以上の式 (7.553) から式 (7.560) まで，本章の目的である 3 次光線基本収差係数と 3 次光線通過点収差係数を結びつける表現を示すことができた．式 (7.553),(7.554),(7.559),(7.560) は 12 行 12 列の同じ近軸特性行列 $\widehat{A}_{12}^{(3)}$ で変換できること，式 (7.555),(7.556),(7.557),(7.558) は 8 行 8 列の同じ近軸特性行列 $\widehat{A}_8^{(3)}$ で変換できることは注目に値することである．

本章で示した計算式を用いた数値解析例を第 9 章に示した．最も基本的な Off-Axial 光学系と見なすことができるオフナー光学系を例に収差解析を実施した．その結果，従来から知られているオフナー光学系の特徴を，収差係数からも示すことができた．これは本章で提示してきた計算式は正しく導出されていると考える結果である．

第 8 章

Off-Axial 光学系の色収差解析式

第 5 章から第 7 章で Off-Axial 光学系の 1 次から 3 次の光線基本収差係数の線形変換形式を示した。同様の解析手順に沿って、本章では Off-Axial 光学系における、0 次と 1 次の光線基本色収差係数の線形変換形式を示す。注目すべき結果は、Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点色収差係数は、アジムスに対して同じ属性をもつ 1 次光線基本色収差係数の線形和で表現されることである。Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点色収差係数は、1 次光線通過点収差係数と同様の収差が 16 種類存在する。Off-Axial 光学系で発生する 1 次光線通過点色収差係数は 16 種類あるが、それらは、16 種類すべての 1 次光線基本色収差係数を用いて表わされるわけではなく、4 種類の収差ごとの 4 つのグループに分類される。そしてその分類は収差のアジムス依存性、つまり、光学系の対称性と密接に関連しているこのような光線通過点色収差係数と光線基本色収差係数の関連性は、本論文により光線基本色収差係数を導入したことで明らかになった

8.1 光線通過点 4 元収差の色収差展開式と色収差係数への変換式

8.1.1 光線通過点 4 元収差の色収差展開式

Off-Axial 光学系の 0 次光線通過点色収差係数と 1 次光線通過点色収差係数への変換式を導出するために、光線通過点 4 元収差の色収差展開式を明示的に示す。光線通過点 4 元収差の色収差を含むべき級数展開式の 0 次と 1 次の色収差領域を抜き出すと以下のようにかける [40]。

$$\Delta p_i^c = K_i + L_{ij}p_j \quad (8.1)$$

Off-Axial 光学系で発生する収差は回転対称性が無い収差もある。そのため、評価のアジムス ξ の回転に依存しないように光線通過点色収差係数を定義すると、評価のアジムス ξ の位置によって収差係数の値が変化せずに合理的である。0 次の展開係数 K_i と 1 次の展開係数 L_{ij} は式 (3.163) と式 (3.164) に示したように以下のようにかける。

$$K_i = J_{im}^{-1} Q_{mj}^{-1} W_j = J_{ij}^{-1} W_j^* \quad (8.2)$$

$$L_{ij} = J_{im}^{-1} Q_{mn}^{-1} A_{no} J_{oj} = J_{im}^{-1} A_{mn}^* J_{nj} \quad (8.3)$$

入射側の近軸追跡値行列 J_{ij} は評価のアジムスの回転を含んでいる。ここで、近軸追跡値行列 J_{ij} は近軸追跡値のみからなる行列と評価のアジムスの回転を表す行列の積に分解できることに着目し、近軸追跡値のみからなる行列を S_{ij} と表し、評価のアジムスの回転を表す行列を Ξ_{ij} で表すと

K_i と L_{ij} は以下のようにかける．

$$\begin{aligned} K_i &= \Xi_{im}^{-1} S_{mn}^{-1} W_{nj}^* \\ &= \Xi_{ij}^{-1} \check{K}_j \end{aligned} \quad (8.4)$$

$$\begin{aligned} L_{ij} &= \Xi_{im}^{-1} S_{mn}^{-1} A_{no}^* S_{op} \Xi_{pj} \\ &= \Xi_{im}^{-1} \check{L}_{mn} \Xi_{nj} \end{aligned} \quad (8.5)$$

式 (8.4) と式 (8.5) を式 (8.1) に代入すると以下の表現を得る．

$$\Delta p_i^{c(0)} = \Xi_{ij}^{-1} \check{K}_j \quad (8.6)$$

$$\Delta p_i^{c(1)} = \Xi_{im}^{-1} \check{L}_{mn} \Xi_{nj} p_j \quad (8.7)$$

ここで $\Delta p_i^{c(0)}$ は光線通過点 4 元収差の 0 次色収差展開式である． $\Delta p_i^{c(1)}$ は 1 次色収差展開式である．

式 (8.6) を展開し，0 次光線通過点色収差係数を定義する．また，式 (8.7) を明示的に展開して 1 次光線通過点色収差を定義すれば，評価のアジムス ξ および p_i が含んでいる物点の相対アジムス ζ と入射瞳面の点の相対アジムス η の変化に対して不変な 1 次光線通過点色収差係数が得られる．またこの展開により，1 次光線通過点色収差係数のアジムス依存性を明確に表現できる．

式 (8.6) を明示的に記載すると以下のようにかける．

$$\begin{bmatrix} \Delta b_{\parallel}^{c(0)} \\ \Delta b_{\perp}^{c(0)} \\ \Delta r_{\parallel}^{c(0)} \\ \Delta r_{\perp}^{c(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{K}_1 \\ \check{K}_2 \\ \check{K}_3 \\ \check{K}_4 \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

式 (8.8) を展開すると，以下の光線通過点 4 元収差の 0 次色収差展開式を得る．

- 評価のアジムスに平行な物体結像の 0 次色収差 $\Delta b_{\parallel}^{c(0)}$

$$\Delta b_{\parallel}^{c(0)} = K \cos \xi - K_s \sin \xi \quad (8.9)$$

- 評価のアジムスに垂直な物体結像の 0 次色収差 $\Delta b_{\perp}^{c(0)}$

$$\Delta b_{\perp}^{c(0)} = K \sin \xi + K_s \cos \xi \quad (8.10)$$

- 評価のアジムスに平行な瞳結像の 0 次色収差 $\Delta r_{\parallel}^{c(0)}$

$$\Delta r_{\parallel}^{c(0)} = K^r \cos \xi - K_s^r \sin \xi \quad (8.11)$$

- 評価のアジムスに垂直な瞳結像の 0 次色収差 $\Delta r_{\perp}^{c(0)}$

$$\Delta r_{\perp}^{c(0)} = K^r \sin \xi + K_s^r \cos \xi \quad (8.12)$$

ここで，以下のように 0 次光線通過点色収差係数を定義した．

$$K = \check{K}_1 \quad (8.13)$$

$$K_s = \check{K}_2 \quad (8.14)$$

$$K^r = \check{K}_3 \quad (8.15)$$

$$K_s^r = \check{K}_4 \quad (8.16)$$

K と K_s は物体結像におけるプリズム効果による基準軸の色収差である． K^r と K_s^r は瞳結像におけるプリズム効果による基準軸の色収差である．

次に光線通過点 4 元収差の 1 次色収差展開式を議論する．式 (8.7) を明示的に記載すると以下のようにかける．

$$\begin{bmatrix} \Delta b_{\parallel}^{c(1)} \\ \Delta b_{\perp}^{c(1)} \\ \Delta r_{\parallel}^{c(1)} \\ \Delta r_{\perp}^{c(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{L}_{11} & \check{L}_{12} & \check{L}_{13} & \check{L}_{14} \\ \check{L}_{21} & \check{L}_{22} & \check{L}_{23} & \check{L}_{24} \\ \check{L}_{31} & \check{L}_{32} & \check{L}_{33} & \check{L}_{34} \\ \check{L}_{41} & \check{L}_{42} & \check{L}_{43} & \check{L}_{44} \end{bmatrix} \quad (8.17)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \cos \zeta \\ b \sin \zeta \\ r \cos \eta \\ r \sin \eta \end{bmatrix}$$

式 (8.17) を展開すると，以下の光線通過点 4 元収差の 1 次色収差展開式を得る．

- 評価のアジマスに平行な物体結像の 1 次色収差 $\Delta b_{\parallel}^{c(1)}$

$$\Delta b_{\parallel}^{c(1)} = \{L_{\eta} \cos(\eta) + L_{\eta+2\xi} \cos(\eta + 2\xi) + L_{\eta+2\xi,s} \sin(\eta + 2\xi) + L_{\eta,s} \sin(\eta)\}r \\ + \{T_{\zeta} \cos(\zeta) + T_{\zeta+2\xi} \cos(\zeta + 2\xi) + T_{\zeta+2\xi,s} \sin(\zeta + 2\xi) + T_{\zeta,s} \sin(\zeta)\}b \quad (8.18)$$

- 評価のアジマスに垂直な物体結像の 1 次色収差 $\Delta b_{\perp}^{c(1)}$

$$\Delta b_{\perp}^{c(1)} = \{L_{\eta} \sin(\eta) - L_{\eta+2\xi} \sin(\eta + 2\xi) + L_{\eta+2\xi,s} \cos(\eta + 2\xi) - L_{\eta,s} \cos(\eta)\}r \\ + \{T_{\zeta} \sin(\zeta) - T_{\zeta+2\xi} \sin(\zeta + 2\xi) + T_{\zeta+2\xi,s} \cos(\zeta + 2\xi) - T_{\zeta,s} \cos(\zeta)\}b \quad (8.19)$$

- 評価のアジマスに平行な瞳結像の 1 次色収差 $\Delta r_{\parallel}^{c(1)}$

$$\Delta r_{\parallel}^{c(1)} = \{L_{\zeta}^r \cos(\zeta) + L_{\zeta+2\xi}^r \cos(\zeta + 2\xi) + L_{\zeta+2\xi,s}^r \sin(\zeta + 2\xi) + L_{\zeta,s}^r \sin(\zeta)\}b \\ + \{T_{\eta}^r \cos(\eta) + T_{\eta+2\xi}^r \cos(\eta + 2\xi) + T_{\eta+2\xi,s}^r \sin(\eta + 2\xi) + T_{\eta,s}^r \sin(\eta)\}r \quad (8.20)$$

- 評価のアジマスに垂直な瞳結像の 1 次色収差 $\Delta r_{\perp}^{c(1)}$

$$\Delta r_{\perp}^{c(1)} = \{L_{\zeta}^r \sin(\zeta) - L_{\zeta+2\xi}^r \sin(\zeta + 2\xi) + L_{\zeta+2\xi,s}^r \cos(\zeta + 2\xi) - L_{\zeta,s}^r \cos(\zeta)\}b \\ + \{T_{\eta}^r \sin(\eta) - T_{\eta+2\xi}^r \sin(\eta + 2\xi) + T_{\eta+2\xi,s}^r \cos(\eta + 2\xi) - T_{\eta,s}^r \cos(\eta)\}r \quad (8.21)$$

式 (8.18) から式 (8.21) と，単色の 1 次収差展開式の式 (5.6) から式 (5.9) を比較すればわかるように，1 次色収差展開式は単色の 1 次収差展開式と同じ構造をしている．したがって，1 次光線通過点色収差係数が描く収差図形は，1 次光線通過点収差係数が描く収差図形と同じ性質を持つことがわかる．

8.1.2 1 次の色展開係数 \check{L}_{ij} から 1 次光線通過点色収差係数への変換式

1 次の色展開係数 \check{L}_{ij} から 1 次光線通過点色収差係数への変換式を以下に示す．

- 物体結像の軸上色収差係数

・軸上色収差

$$L_{\eta} = \frac{1}{2} (\check{L}_{13} + \check{L}_{24}) \quad (8.22)$$

・軸上非点色収差 (0-90°)

$$L_{\eta+2\xi} = \frac{1}{2} (\check{L}_{13} - \check{L}_{24}) \quad (8.23)$$

・軸上非点色収差 (45-135°)

$$L_{\eta+2\xi,s} = \frac{1}{2} (\check{L}_{14} + \check{L}_{23}) \quad (8.24)$$

・ねじれ光束色収差

$$L_{\eta,s} = \frac{1}{2} (\check{L}_{14} - \check{L}_{23}) \quad (8.25)$$

● 物体結像の倍率色収差係数

・倍率色収差

$$T_{\zeta} = \frac{1}{2} (\check{L}_{11} + \check{L}_{22}) \quad (8.26)$$

・アナモフィック倍率色収差 (0-90°)

$$T_{\zeta+2\xi} = \frac{1}{2} (\check{L}_{11} - \check{L}_{22}) \quad (8.27)$$

・アナモフィック倍率色収差 (45-135°)

$$T_{\zeta+2\xi,s} = \frac{1}{2} (\check{L}_{12} + \check{L}_{21}) \quad (8.28)$$

・回転倍率色収差

$$T_{\zeta,s} = \frac{1}{2} (\check{L}_{12} - \check{L}_{21}) \quad (8.29)$$

● 瞳結像の倍率色収差係数

・倍率色収差

$$T_{\eta}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{33} + \check{L}_{44}) \quad (8.30)$$

・アナモフィック倍率色収差 (0-90°)

$$T_{\eta+2\xi}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{33} - \check{L}_{44}) \quad (8.31)$$

・アナモフィック倍率色収差 (45-135°)

$$T_{\eta+2\xi,s}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{34} + \check{L}_{43}) \quad (8.32)$$

・回転倍率色収差

$$T_{\eta,s}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{34} - \check{L}_{43}) \quad (8.33)$$

● 瞳結像の軸上色収差係数

・軸上色収差

$$L_{\zeta}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{31} + \check{L}_{42}) \quad (8.34)$$

・軸上非点色収差 (0-90°)

$$L_{\zeta+2\xi}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{31} - \check{L}_{42}) \quad (8.35)$$

・軸上非点色収差 (45-135°)

$$L_{\zeta+2\xi,s}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{32} + \check{L}_{41}) \quad (8.36)$$

・ねじれ光束色収差

$$L_{\zeta,s}^r = \frac{1}{2} (\check{L}_{32} - \check{L}_{41}) \quad (8.37)$$

8.2 光線基本 4 元収差の色収差展開式と色収差係数への変換式

8.2.1 光線基本 4 元収差の色収差展開式

Off-Axial 光学系の 0 次光線基本色収差係数と 1 次光線基本色収差係数への変換式を導出するために、光線基本 4 元収差の色収差展開式を明示的に示す。光線基本 4 元収差の色収差を含むべき級数展開式の 0 次と 1 次の色収差領域を抜き出すと以下のようにかける。

$$\begin{aligned} \Delta I_i^c &= Q_{ij}^{-1} W_j + Q_{im}^{-1} A_{mj} I_j \\ &= W_i^* + A_{ij}^* I_j \end{aligned} \quad (8.38)$$

光線通過点色収差係数の場合と同様に、評価のアジムス ξ と光線高さのアジムス ι 、光線傾角のアジムス τ と光線基本色収差の関係がわかるように光線基本色収差係数を定義すると、光線通過点色収差係数と関連付けた収差特性の理解につながり合理的である。しかし、式 (8.38) は基準面を xy 断面とした $\xi = 0$ のときの収差展開式であるため、評価のアジムス ξ との関係性がわからない形式になっている。評価のアジムス ξ と 0 次および 1 次光線基本色収差の関係を明らかにするために、式 (8.38) に評価のアジムス ξ の回転変換 Ξ_{ij} を作用させる。

$$\Delta I_i^{*c(0)} = \Xi_{ij}^{-1} W_i^* \quad (8.39)$$

$$\Delta I_i^{*c(1)} = \Xi_{im}^{-1} A_{mn}^* \Xi_{nj} I_j \quad (8.40)$$

ここで $\Delta I_i^{*c(0)}$ は光線基本 4 元収差の 0 次色収差展開式である。 $\Delta I_i^{*c(1)}$ は 1 次色収差展開式である。

式 (8.39) を明示的に記載すると以下のようにかける。

$$\begin{bmatrix} \Delta h_{\parallel}^{*c(0)} \\ \Delta h_{\perp}^{*c(0)} \\ \Delta \alpha_{\parallel}^{*c(0)} \\ \Delta \alpha_{\perp}^{*c(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1^* \\ W_2^* \\ W_3^* \\ W_4^* \end{bmatrix} \quad (8.41)$$

式 (8.41) を展開すると、以下の光線基本 4 元収差の 0 次色収差展開式を得る。

- 評価のアジムスに平行な光線高さの 0 次色収差 $\Delta h_{\parallel}^{*c(0)}$

$$\Delta h_{\parallel}^{*c(0)} = W^h \cos \xi - W_s^h \sin \xi \quad (8.42)$$

- 評価のアジムスに垂直な光線高さの 0 次色収差 $\Delta h_{\perp}^{*c(0)}$

$$\Delta h_{\perp}^{*c(0)} = W^h \sin \xi + W_s^h \cos \xi \quad (8.43)$$

- 評価のアジマスに平行な光線傾角の 0 次色収差 $\Delta \alpha_{\parallel}^{*c(0)}$

$$\Delta \alpha_{\parallel}^{*c(0)} = W^{\alpha} \cos \xi - W_s^{\alpha} \sin \xi \quad (8.44)$$

- 評価のアジマスに垂直な光線傾角の 0 次色収差 $\Delta \alpha_{\perp}^{*c(0)}$

$$\Delta \alpha_{\perp}^{*c(0)} = W^{\alpha} \sin \xi + W_s^{\alpha} \cos \xi \quad (8.45)$$

ここで、以下のように 0 次光線基本色収差係数を定義した。

$$W^h = W_1^* \quad (8.46)$$

$$W_s^h = W_2^* \quad (8.47)$$

$$W^{\alpha} = W_3^* \quad (8.48)$$

$$W_s^{\alpha} = W_4^* \quad (8.49)$$

W^h と W_s^h は光線高さにおける基準軸の色ずれを表している。 W^{α} と W_s^{α} は光線傾角における基準軸の色ずれを表している。

次に光線基本 4 元収差の 1 次色収差展開式を議論する。式 (8.40) を明示的に記載すると以下のようにかける。

$$\begin{bmatrix} \Delta h_{\parallel}^{*c(1)} \\ \Delta h_{\perp}^{*c(1)} \\ \Delta \alpha_{\parallel}^{*c(1)} \\ \Delta \alpha_{\perp}^{*c(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & -\sin \xi \\ 0 & 0 & \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & A_{13}^* & A_{14}^* \\ A_{21}^* & A_{22}^* & A_{23}^* & A_{24}^* \\ A_{31}^* & A_{32}^* & A_{33}^* & A_{34}^* \\ A_{41}^* & A_{42}^* & A_{43}^* & A_{44}^* \end{bmatrix} \quad (8.50)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \cos \iota \\ H \sin \iota \\ A \cos \tau \\ A \sin \tau \end{bmatrix}$$

式 (8.50) を展開すると、以下の光線基本 4 元収差の 1 次色収差展開式を得る。

- 評価のアジマスに平行な光線高さの 1 次色収差 $\Delta h_{\parallel}^{*c(1)}$

$$\Delta h_{\parallel}^{*c(1)} = \{L_{\tau}^h \cos(\tau) + L_{\tau+2\xi}^h \cos(\tau+2\xi) + L_{s,\tau+2\xi}^h \sin(\tau+2\xi) + L_{s,\tau}^h \sin(\tau)\}A \\ + \{T_{\iota}^h \cos(\iota) + T_{\iota+2\xi}^h \cos(\iota+2\xi) + T_{s,\iota+2\xi}^h \sin(\iota+2\xi) + T_{s,\iota}^h \sin(\iota)\}H \quad (8.51)$$

- 評価のアジマスに垂直な光線高さの 1 次色収差 $\Delta h_{\perp}^{*c(1)}$

$$\Delta h_{\perp}^{*c(1)} = \{L_{\tau}^h \sin(\tau) - L_{\tau+2\xi}^h \sin(\tau+2\xi) + L_{s,\tau+2\xi}^h \cos(\tau+2\xi) - L_{s,\tau}^h \cos(\tau)\}A \\ + \{T_{\iota}^h \sin(\iota) - T_{\iota+2\xi}^h \sin(\iota+2\xi) + T_{s,\iota+2\xi}^h \cos(\iota+2\xi) - T_{s,\iota}^h \cos(\iota)\}H \quad (8.52)$$

- 評価のアジマスに平行な光線傾角の 1 次色収差 $\Delta \alpha_{\parallel}^{*c(1)}$

$$\Delta \alpha_{\parallel}^{*c(1)} = \{L_{\iota}^{\alpha} \cos(\iota) + L_{\iota+2\xi}^{\alpha} \cos(\iota+2\xi) + L_{s,\iota+2\xi}^{\alpha} \sin(\iota+2\xi) + L_{s,\iota}^{\alpha} \sin(\iota)\}H \\ + \{T_{\tau}^{\alpha} \cos(\tau) + T_{\tau+2\xi}^{\alpha} \cos(\tau+2\xi) + T_{s,\tau+2\xi}^{\alpha} \sin(\tau+2\xi) + T_{s,\tau}^{\alpha} \sin(\tau)\}A \quad (8.53)$$

- 評価のアジマスに垂直な光線傾角の 1 次色収差 $\Delta \alpha_{\perp}^{*c(1)}$

$$\Delta \alpha_{\perp}^{*c(1)} = \{L_{\iota}^{\alpha} \sin(\iota) - L_{\iota+2\xi}^{\alpha} \sin(\iota+2\xi) + L_{s,\iota+2\xi}^{\alpha} \cos(\iota+2\xi) - L_{s,\iota}^{\alpha} \cos(\iota)\}H \\ + \{T_{\tau}^{\alpha} \sin(\tau) - T_{\tau+2\xi}^{\alpha} \sin(\tau+2\xi) + T_{s,\tau+2\xi}^{\alpha} \cos(\tau+2\xi) - T_{s,\tau}^{\alpha} \cos(\tau)\}A \quad (8.54)$$

8.2.2 1 次の色展開係数 A_{ij}^* から 1 次光線基本色収差係数への変換式

1 次の色展開係数 A_{ij}^* から 1 次光線基本色収差係数への変換式を以下に示す。

- 光線傾角の軸上色収差係数

- ・ 軸上色収差

$$L_{\iota}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{31}^* + A_{42}^*) \quad (8.55)$$

- ・ 軸上非点色収差 (0-90°)

$$L_{\iota+2\xi}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{31}^* - A_{42}^*) \quad (8.56)$$

- ・ 軸上非点色収差 (45-135°)

$$L_{\iota+2\xi,s}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{32}^* + A_{41}^*) \quad (8.57)$$

- ・ ねじれ光束色収差

$$L_{\iota,s}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{32}^* - A_{41}^*) \quad (8.58)$$

- 光線傾角の倍率色収差係数

- ・ 倍率色収差

$$T_{\tau}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{33}^* + A_{44}^*) \quad (8.59)$$

- ・ アナモフィック倍率色収差 (0-90°)

$$T_{\tau+2\xi}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{33}^* - A_{44}^*) \quad (8.60)$$

- ・ アナモフィック倍率色収差 (45-135°)

$$T_{\tau+2\xi,s}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{34}^* + A_{43}^*) \quad (8.61)$$

- ・ 回転倍率色収差

$$T_{\tau,s}^{\alpha} = \frac{1}{2} (A_{34}^* - A_{43}^*) \quad (8.62)$$

- 光線高さの倍率色収差係数

- ・ 倍率色収差

$$T_{\iota}^h = \frac{1}{2} (A_{11}^* + A_{22}^*) \quad (8.63)$$

- ・ アナモフィック倍率色収差 (0-90°)

$$T_{\iota+2\xi}^h = \frac{1}{2} (A_{11}^* - A_{22}^*) \quad (8.64)$$

- ・ アナモフィック倍率色収差 (45-135°)

$$T_{\iota+2\xi,s}^h = \frac{1}{2} (A_{12}^* + A_{21}^*) \quad (8.65)$$

- ・ 回転倍率色収差

$$T_{\iota,s}^h = \frac{1}{2} (A_{12}^* - A_{21}^*) \quad (8.66)$$

- 光線高さの軸上色収差係数

- ・ 軸上色収差

$$L_{\tau}^h = \frac{1}{2} (A_{13}^* + A_{24}^*) \quad (8.67)$$

- ・ 軸上非点色収差 (0-90°)

$$L_{\tau+2\xi}^h = \frac{1}{2} (A_{13}^* - A_{24}^*) \quad (8.68)$$

- ・ 軸上非点色収差 (45-135°)

$$L_{\tau+2\xi,s}^h = \frac{1}{2} (A_{14}^* + A_{23}^*) \quad (8.69)$$

- ・ ねじれ光束色収差

$$L_{\tau,s}^h = \frac{1}{2} (A_{14}^* - A_{23}^*) \quad (8.70)$$

1 次光線通過点色収差係数の計算公式を導出する際、式 (8.55) から式 (8.70) を A_{ij}^* について解いた式が必要になる。その式を以下に示す。

- 光線傾角の軸上色収差係数に関する展開係数

$$A_{31}^* = L_{\iota}^{\alpha} + L_{\iota+2\xi}^{\alpha} \quad (8.71)$$

$$A_{42}^* = L_{\iota}^{\alpha} - L_{\iota+2\xi}^{\alpha} \quad (8.72)$$

$$A_{32}^* = L_{\iota+2\xi,s}^{\alpha} + L_{\iota,s}^{\alpha} \quad (8.73)$$

$$A_{41}^* = L_{\iota+2\xi,s}^{\alpha} - L_{\iota,s}^{\alpha} \quad (8.74)$$

- 光線傾角の倍率色収差係数に関する展開係数

$$A_{33}^* = T_{\tau}^{\alpha} + T_{\tau+2\xi}^{\alpha} \quad (8.75)$$

$$A_{44}^* = T_{\tau}^{\alpha} - T_{\tau+2\xi}^{\alpha} \quad (8.76)$$

$$A_{34}^* = T_{\tau+2\xi,s}^{\alpha} + T_{\tau,s}^{\alpha} \quad (8.77)$$

$$A_{43}^* = T_{\tau+2\xi,s}^{\alpha} - T_{\tau,s}^{\alpha} \quad (8.78)$$

- 光線高さの倍率色収差係数に関する展開係数

$$A_{11}^* = T_{\iota}^h + T_{\iota+2\xi}^h \quad (8.79)$$

$$A_{22}^* = T_{\iota}^h - T_{\iota+2\xi}^h \quad (8.80)$$

$$A_{12}^* = T_{\iota+2\xi,s}^h + T_{\iota,s}^h \quad (8.81)$$

$$A_{21}^* = T_{\iota+2\xi,s}^h - T_{\iota,s}^h \quad (8.82)$$

- 光線高さの軸上色収差係数に関する展開係数

$$A_{13}^* = L_{\tau}^h + L_{\tau+2\xi}^h \quad (8.83)$$

$$A_{24}^* = L_{\tau}^h - L_{\tau+2\xi}^h \quad (8.84)$$

$$A_{14}^* = L_{\tau+2\xi,s}^h + L_{\tau,s}^h \quad (8.85)$$

$$A_{23}^* = L_{\tau+2\xi,s}^h - L_{\tau,s}^h \quad (8.86)$$

8.3 光線通過点色収差係数の計算式

0 次光線通過点色収差係数の計算式を示す．式 (8.4) に示したように，評価のアジムス ξ を分離した 0 次収差の関係式は以下のようにかける．

$$\check{K}_i = S_{ij}^{-1} W_j^* \quad (8.87)$$

式 (8.87) を明示的に示し，式 (8.13) から式 (8.16) の関係と，式 (8.46) から式 (8.49) の関係を使って整理すると以下のようにかける．

- 物体結像のプリズム効果収差係数

$$K = -hW^\alpha + \alpha W^h \quad (8.88)$$

$$K_s = -hW_s^\alpha + \alpha W_s^h \quad (8.89)$$

- 瞳結像のプリズム効果収差係数

$$K^r = \bar{h}W^\alpha - \bar{\alpha}W^h \quad (8.90)$$

$$K_s^r = \bar{h}W_s^\alpha - \bar{\alpha}W_s^h \quad (8.91)$$

Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点色収差係数の計算公式を示す．式 (8.5) に示したように，評価のアジムス ξ を分離した 1 次色収差の関係式は以下のようにかける．

$$\check{L}_{ij} = S_{im}^{-1} A_{mn}^* S_{nj} \quad (8.92)$$

式 (8.92) を具体的に展開して，式 (8.22) から式 (8.37) に示した 1 次の色展開係数 \check{L}_{ij} から 1 次光線通過点色収差係数への変換式と，式 (8.71) から式 (8.86) に示した 1 次光線基本色収差係数と G_{ij}^* の関係式を使って整理すれば，Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点色収差係数の計算公式を導出できる．注目すべき点は単色の 1 次光線通過点収差係数の場合と同様に，Off-Axial 光学系の 1 次光線通過点色収差係数は，アジムスに対して同じ属性を持つ 1 次光線基本色収差係数の線形和で表現されることである．

- 物体結像の軸上色収差係数

- ・ 軸上色収差

$$L_\eta = -h^2 L_\ell^\alpha - \alpha h T_\tau^\alpha + \alpha h T_\ell^h + \alpha^2 L_\tau^h \quad (8.93)$$

- ・ 軸上非点色収差 (0-90°)

$$L_{\eta+2\xi} = -h^2 L_{\ell+2\xi}^\alpha - \alpha h T_{\tau+2\xi}^\alpha + \alpha h T_{\ell+2\xi}^h + \alpha^2 L_{\tau+2\xi}^h \quad (8.94)$$

- ・ 軸上非点色収差 (45-135°)

$$L_{\eta+2\xi,s} = -h^2 L_{\ell+2\xi,s}^\alpha - \alpha h T_{\tau+2\xi,s}^\alpha + \alpha h T_{\ell+2\xi,s}^h + \alpha^2 L_{\tau+2\xi,s}^h \quad (8.95)$$

- ・ ねじれ光束色収差

$$L_{\eta,s} = -h^2 L_{\ell,s}^\alpha - \alpha h T_{\tau,s}^\alpha + \alpha h T_{\ell,s}^h + \alpha^2 L_{\tau,s}^h \quad (8.96)$$

- 物体結像の倍率色収差係数

・倍率色収差

$$T_{\zeta} = -h\bar{h}L_{\iota}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\tau}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\iota}^h + \alpha\bar{\alpha}L_{\tau}^h \quad (8.97)$$

・アナモフィック倍率色収差 (0-90°)

$$T_{\zeta+2\xi} = -h\bar{h}L_{\iota+2\xi}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\tau+2\xi}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\iota+2\xi}^h + \alpha\bar{\alpha}L_{\tau+2\xi}^h \quad (8.98)$$

・アナモフィック倍率色収差 (45-135°)

$$T_{\zeta+2\xi,s} = -h\bar{h}L_{\iota+2\xi,s}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\tau+2\xi,s}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\iota+2\xi,s}^h + \alpha\bar{\alpha}L_{\tau+2\xi,s}^h \quad (8.99)$$

・回転倍率色収差

$$T_{\zeta,s} = -h\bar{h}L_{\iota,s}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\tau,s}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\iota,s}^h + \alpha\bar{\alpha}L_{\tau,s}^h \quad (8.100)$$

● 瞳結像の倍率色収差係数

・倍率色収差

$$T_{\eta}^r = h\bar{h}L_{\iota}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\tau}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\iota}^h - \alpha\bar{\alpha}L_{\tau}^h \quad (8.101)$$

・アナモフィック倍率色収差 (0-90°)

$$T_{\eta+2\xi}^r = h\bar{h}L_{\iota+2\xi}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\tau+2\xi}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\iota+2\xi}^h - \alpha\bar{\alpha}L_{\tau+2\xi}^h \quad (8.102)$$

・アナモフィック倍率色収差 (45-135°)

$$T_{\eta+2\xi,s}^r = h\bar{h}L_{\iota+2\xi,s}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\tau+2\xi,s}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\iota+2\xi,s}^h - \alpha\bar{\alpha}L_{\tau+2\xi,s}^h \quad (8.103)$$

・回転倍率色収差

$$T_{\eta,s}^r = h\bar{h}L_{\iota,s}^{\alpha} + \alpha\bar{h}T_{\tau,s}^{\alpha} - \bar{\alpha}hT_{\iota,s}^h - \alpha\bar{\alpha}L_{\tau,s}^h \quad (8.104)$$

● 瞳結像の軸上色収差係数

・軸上色収差

$$L_{\zeta}^r = \bar{h}^2L_{\iota}^{\alpha} + \bar{\alpha}\bar{h}T_{\tau}^{\alpha} - \bar{\alpha}\bar{h}T_{\iota}^h - \bar{\alpha}^2L_{\tau}^h \quad (8.105)$$

・軸上非点色収差 (0-90°)

$$L_{\zeta+2\xi}^r = \bar{h}^2L_{\iota+2\xi}^{\alpha} + \bar{\alpha}\bar{h}T_{\tau+2\xi}^{\alpha} - \bar{\alpha}\bar{h}T_{\iota+2\xi}^h - \bar{\alpha}^2L_{\tau+2\xi}^h \quad (8.106)$$

・軸上非点色収差 (45-135°)

$$L_{\zeta+2\xi,s}^r = \bar{h}^2L_{\iota+2\xi,s}^{\alpha} + \bar{\alpha}\bar{h}T_{\tau+2\xi,s}^{\alpha} - \bar{\alpha}\bar{h}T_{\iota+2\xi,s}^h - \bar{\alpha}^2L_{\tau+2\xi,s}^h \quad (8.107)$$

・ねじれ光束色収差

$$L_{\zeta,s}^r = \bar{h}^2L_{\iota,s}^{\alpha} + \bar{\alpha}\bar{h}T_{\tau,s}^{\alpha} - \bar{\alpha}\bar{h}T_{\iota,s}^h - \bar{\alpha}^2L_{\tau,s}^h \quad (8.108)$$

8.4 光線基本色収差係数の線形変換形式

8.3 節で Off-Axial 光学系の 0 次および 1 次光線通過点色収差係数の計算公式を示した。1 次光線通過点色収差係数は、アジムスに対して同じ属性を持つ 1 次光線基本色収差係数の線形和で表現されることが明らかになった。光線通過点色収差係数と光線基本色収差係数の関係を光学設計で実用的に活用するためには、単に光線通過点色収差係数を算出するだけでは不十分であり、2 種類の

色収差係数の関係を捉えやすい表現にすることが望ましい．そのような表現にすれば，結像の収差を表わす光線通過点色収差係数の発生要因を，光線高さと光線傾角の収差という光学系の光線変換特性を表わす光線基本色収差係数と，入射側近軸追跡値が表す物体位置と瞳位置に分離して表示することが可能になり，光学系の色収差補正能力を，新たな視点から解析することが可能になる．

0 次光線通過点色収差係数の計算公式は以下の線形変換形式に整理できる．

- プリズム効果

$$\begin{bmatrix} K \\ K_s \\ K^r \\ K_s^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & -h & 0 & \alpha \\ \bar{h} & 0 & -\bar{\alpha} & 0 \\ 0 & \bar{h} & 0 & -\bar{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^\alpha \\ W_s^\alpha \\ W^h \\ W_s^h \end{bmatrix} \quad (8.109)$$

1 次光線通過点色収差係数の計算公式を 1 次光線基本色収差係数の線形変換形式に整理すると以下のようになる．ここでは， ζ, η などの特定の相対アジムスではなく， ζ, η, ι, τ の相対アジムス一般を表わす記号として Azm を用いた．

- 軸上色収差と倍率色収差．共軸回転対称光学系から発生．

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm}}^{c(1)}} = \begin{bmatrix} L_\eta \\ T_\zeta \\ T_\eta^r \\ L_\zeta^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha} h & \alpha \bar{h} & \alpha \bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha \bar{h} & -\bar{\alpha} h & -\alpha \bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_\iota^\alpha \\ T_\tau^\alpha \\ T_\iota^h \\ L_\tau^h \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{\text{Azm}}^{c(1)}} \quad (8.110)$$

- 軸上非点色収差 (0-90°) とアナモフィック倍率色収差 (0-90°) ．2 面对称光学系から発生．

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm}+2\xi}^{c(1)}} = \begin{bmatrix} L_{\eta+2\xi} \\ T_{\zeta+2\xi} \\ T_{\eta+2\xi}^r \\ L_{\zeta+2\xi}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha} h & \alpha \bar{h} & \alpha \bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha \bar{h} & -\bar{\alpha} h & -\alpha \bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\iota+2\xi}^\alpha \\ T_{\tau+2\xi}^\alpha \\ T_{\iota+2\xi}^h \\ L_{\tau+2\xi}^h \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{\text{Azm}+2\xi}^{c(1)}} \quad (8.111)$$

- 軸上非点色収差 (45-135°) とアナモフィック倍率色収差 (45-135°) ．対称性の無い光学系から発生．

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm}+2\xi,s}^{c(1)}} = \begin{bmatrix} L_{\eta+2\xi,s} \\ T_{\zeta+2\xi,s} \\ T_{\eta+2\xi,s}^r \\ L_{\zeta+2\xi,s}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha} h & \alpha \bar{h} & \alpha \bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha \bar{h} & -\bar{\alpha} h & -\alpha \bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\iota+2\xi,s}^\alpha \\ T_{\tau+2\xi,s}^\alpha \\ T_{\iota+2\xi,s}^h \\ L_{\tau+2\xi,s}^h \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{\text{Azm}+2\xi,s}^{c(1)}} \quad (8.112)$$

- ねじれ光束色収差と回転倍率色収差

$$\overrightarrow{S_{\text{Azm},s}^{c(1)}} = \begin{bmatrix} L_{\eta,s} \\ T_{\zeta,s} \\ T_{\eta,s}^r \\ L_{\zeta,s}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h^2 & -\alpha h & \alpha h & \alpha^2 \\ -h\bar{h} & -\bar{\alpha} h & \alpha \bar{h} & \alpha \bar{\alpha} \\ h\bar{h} & \alpha \bar{h} & -\bar{\alpha} h & -\alpha \bar{\alpha} \\ \bar{h}^2 & \bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha} \bar{h} & -\bar{\alpha}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\iota,s}^\alpha \\ T_{\tau,s}^\alpha \\ T_{\iota,s}^h \\ L_{\tau,s}^h \end{bmatrix} = \widetilde{A^{(1)}} \overrightarrow{R_{\text{Azm},s}^{c(1)}} \quad (8.113)$$

以上の式 (8.109) および，式 (8.110) から式 (8.113) まで，本章の目的である 0 次光線基本色収差係数と 0 次光線通過点色収差係数および，1 次光線基本色収差係数と 1 次光線通過点色収差係数を結びつける表現を示すことができた．式 (8.110) から式 (8.113) まで，単色収差の 1 次光線基本収差係数の線形変換形式と同じ近軸特性行列 $\widetilde{A^{(1)}}$ で変換できることは注目に値することである．

第 9 章

数値解析例

第 3 章から第 8 章まで、収差論体系と収差解析式を示してきた。本章では、これまで導出してきた収差解析式を用いた数値解析例を示す。対称性の無い光学系を含めた、多くのバリエーションを網羅した数値解析例を示すことは今後の課題とする。ここでは、共軸回転対称光学系の 3 次収差解析および色収差解析例と、代表的な Off-Axial 光学系として、等倍 2 枚球面鏡系の 1 次から 3 次収差の解析例を示す。等倍 2 枚球面鏡系はオフナー光学系として広く知られている光学系である。また、Off-Axial 光学系の数値解析例として、等倍 2 枚球面鏡系を変形させた等倍 2 枚楕円鏡系も記載する。

共軸回転対称光学系の収差解析は、従来から知られている収差係数計算公式で求められる光線通過点収差係数（ザイデル収差係数）と、本論文の計算方法により得られる光線通過点収差係数が一致することを確認した。Off-Axial 光学系の収差解析は、広く知られている等倍 2 枚球面鏡系の結像特性を、本論文の計算方法により得られた収差係数を用いて説明できることを確認した。これらの結果は、前章までに示してきた収差解析式が正しいことを示すものである。

9.1 共軸回転対称光学系の 3 次収差および色収差解析

9.1.1 ガウス型レンズ

代表的な共軸回転対称光学系であるガウス型レンズの数値解析例を示す [43]。図 9.1 はガウス型レンズの光路図である。表 9.1 は RDNA データと近軸量である。全系の焦点距離が 1 になるように RDNA データを規格化している。RDNA データに記載の N_d は d 線 (587.56 nm) の屈折率であり、 N_g は g 線 (435.83 nm) の屈折率である。基準波長は d 線とし、色収差の計算波長は g 線とした。ガウス型レンズの F ナンバーは 1.4、半画角 ω は 22.5 度である。近軸量に記載の全長 TL は、第 1 光学面から最終光学面までの基準軸に沿った長さである。

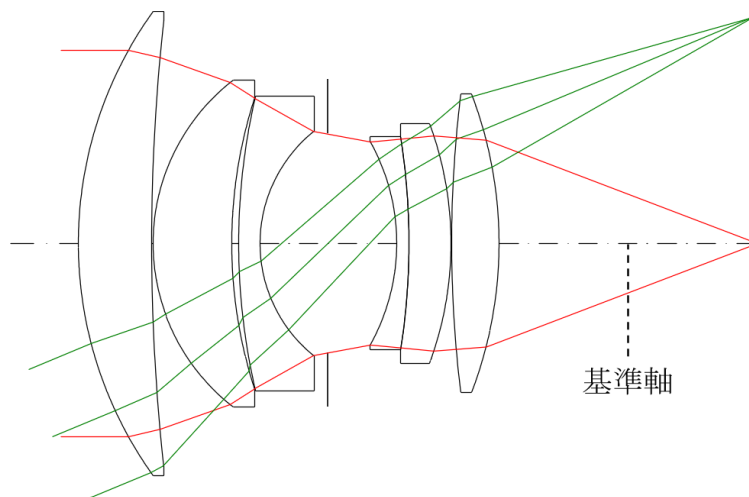


Fig. 9.1 ガウス型レンズの光路図

Table 9.1 ガウス型レンズの RDNA データと近軸量

面番号	R			D	N		A	
	a	b	ω		N_d	N_g	θ	ψ
1	0.73528	0.73528	0.00000	0.13566	1.77250	1.79212	0.00000	
2	3.89734	3.89734	0.00000	0.00194	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
3	0.38128	0.38128	0.00000	0.14535	1.65160	1.66540	0.00000	0.00000
4	0.87811	0.87811	0.00000	0.01357	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
5	1.21669	1.21669	0.00000	0.03876	1.75520	1.79130	0.00000	0.00000
6	0.26555	0.26555	0.00000	0.12597	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
STO	1.E+30	1.E+30	0.00000	0.12597	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
8	-0.39131	-0.39131	0.00000	0.02326	1.59551	1.61498	0.00000	0.00000
9	-1.24594	-1.24594	0.00000	0.07752	1.77250	1.79212	0.00000	0.00000
10	-0.63070	-0.63070	0.00000	0.00194	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
11	2.28012	2.28012	0.00000	0.08721	1.77250	1.79212	0.00000	0.00000
12	-0.77373	-0.77373	0.00000		1.00000	1.00000	0.00000	0.00000

Fno	1.4
半画角 ω [deg]	22.5
全長 TL	0.77713
焦点距離 f	1
前側主点位置 o_1	0.47345
後側主点位置 o_k	-0.52697
入射瞳位置 t_1	0.66442
射出瞳位置 t_k	-0.36662
物体距離 s_1	-1.E+30
像点距離 s_k	0.47303
近軸倍率 β	-1.E+30
瞳倍率 β_p	0.83965

全系の共役ガウス行列

A	B	C	D
0.47303	-0.75092	1.00000	0.52655

ガウス型レンズの 3 次光線基本収差係数と 1 次光線基本色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表に示す。式 (4.35) から式 (4.38) に記載した従属な 3 次光線基本収差係数を含め、全ての 3 次光線基本収差係数を掲載した。

光線傾角の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.2 に記載した。また、光線高さの 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.3 に記載した。1 次光線基本色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.4 に記載した。

Table 9.2 ガウス型レンズの光線傾角の 3 次収差係数。第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_l^{\alpha(3)}$	$II_{\tau}^{\alpha(3)}$	$II_{2l-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_l^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-l}^{\alpha(3)}$	$V_{\tau}^{\alpha(3)}$
1	0.30926	-0.45479	-0.22740	0.63077	0.16720	-0.34085
2	0.40744	-0.13348	-0.06674	1.10064	0.43009	-0.00217
3	0.43469	-0.17672	-0.08836	1.65230	0.44724	-0.42624
4	0.88057	0.76351	0.38175	2.41899	0.94291	-0.14049
5	0.15764	-0.44596	-0.22298	1.58408	0.43704	-0.41574
6	-0.04809	0.04337	0.02169	0.19197	0.14606	0.89382
7	-0.04809	0.04337	0.02169	0.19197	0.14606	0.89382
8	-0.54081	0.02932	0.01466	-0.28514	0.14596	0.88702
9	-0.54121	0.02657	0.01328	-0.31972	0.14123	0.78432
10	-0.39582	0.13344	0.06672	0.06507	0.16087	0.91852
11	-0.39675	0.10934	0.05467	-0.15152	0.00479	0.13471
12	0.11421	-0.17222	-0.08611	0.20770	0.04358	0.04642

Table 9.3 ガウス型レンズの光線高さの 3 次収差係数。第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$V_l^{h(3)}$	$IV_{2l-\tau}^{h(3)}$	$IV_{\tau}^{h(3)}$	$II_{2\tau-l}^{h(3)}$	$II_l^{h(3)}$	$I_{\tau}^{h(3)}$
1	0.40306	0.00000	-0.29637	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.44375	0.01066	-0.21912	0.01745	0.03490	0.02856
3	1.17698	-0.05369	-0.86520	0.06851	0.13702	-0.01195
4	1.45191	0.01154	-0.51009	0.13729	0.27458	0.06056
5	1.10827	-0.09910	-0.90818	0.04474	0.08948	-0.01685
6	0.13262	0.25108	0.60232	-0.37171	-0.74343	0.47843
7	0.13262	0.25108	0.60232	-0.37171	-0.74343	0.47843
8	-0.00801	-0.22783	0.12140	-0.37854	-0.75709	0.47834
9	-0.00307	-0.23594	0.13031	-0.40642	-0.81284	0.38241
10	-0.00240	0.10982	0.47631	-0.27935	-0.55869	0.42912
11	-0.01035	0.10240	0.36590	-0.37547	-0.75094	-0.81606
12	0.58611	0.21970	0.31886	-0.40779	-0.81558	-0.80716

Table 9.4 ガウス型レンズの 1 次光線基本色収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	L_ℓ^α	T_τ^α	T_ℓ^h	L_τ^h
1	0.01505	-0.01107	0.00000	0.00000
2	0.02149	-0.00054	0.00054	0.00088
3	0.03329	-0.00990	0.00154	0.00008
4	0.03983	-0.00300	0.00300	0.00161
5	0.02091	-0.01883	-0.00174	-0.00236
6	-0.00229	0.00875	-0.00875	0.00598
7	-0.00229	0.00875	-0.00875	0.00598
8	-0.01294	0.00860	-0.02080	0.00581
9	-0.01270	0.00945	-0.02051	0.00682
10	-0.00633	0.01178	-0.01178	0.01003
11	-0.00711	0.00178	-0.01285	-0.00377
12	0.00133	-0.00054	0.00054	-0.00746

近軸追跡を実行するために近軸追跡初期値を決める必要がある. 近軸追跡初期値は以下の式で与えた [28]. 現解析の場合 $N_1 = 1$ である.

$$\alpha_1 = \beta, \quad h_1 = \frac{s_1}{N_1}\beta, \quad \bar{\alpha}_1 = -\left(\frac{N_1}{s_1 - t_1}\right)\frac{1}{\beta}, \quad \bar{h}_1 = -\left(\frac{t_1}{s_1 - t_1}\right)\frac{1}{\beta} \quad (9.1)$$

物体位置を無限遠 ($s_1 \rightarrow \infty$) に設定した場合, 式 (9.1) は以下ようになる.

$$\alpha_1 = 0, \quad h_1 = f, \quad \bar{\alpha}_1 = -\frac{1}{f}, \quad \bar{h}_1 = -\frac{t_1}{N_1 f} \quad (9.2)$$

物体位置を無限遠に設定した場合の近軸追跡値を表 9.5 に記載した. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合の近軸追跡値を表 9.6 に記載した.

Table 9.5 ガウス型レンズの近軸追跡値. 物体位置を無限遠に設定した場合

作用	面番号	α	h	$\bar{\alpha}$	\bar{h}
	初期値	0.00000	1.00000	-1.00000	-0.66442
屈折	1	1.05061	1.00000	-1.69805	-0.66442
転送		1.05061	0.91959	-1.69805	-0.53446
屈折	2	0.86834	0.91959	-1.59211	-0.53446
転送		0.86834	0.91791	-1.59211	-0.53137
屈折	3	2.43700	0.91791	-2.50021	-0.53137
転送		2.43700	0.70344	-2.50021	-0.31134
屈折	4	1.91502	0.70344	-2.26918	-0.31134
転送		1.91502	0.67746	-2.26918	-0.28056
屈折	5	2.33552	0.67746	-2.44332	-0.28056
転送		2.33552	0.62588	-2.44332	-0.22660
屈折	6	0.55553	0.62588	-1.79887	-0.22660
転送		0.55553	0.55590	-1.79887	0.00000
屈折	7	0.55553	0.55590	-1.79887	0.00000
転送		0.55553	0.48592	-1.79887	0.22660
屈折	8	-0.18395	0.48592	-2.14372	0.22660
転送		-0.18395	0.48860	-2.14372	0.25785
屈折	9	-0.25336	0.48860	-2.18035	0.25785
転送		-0.25336	0.49969	-2.18035	0.35321
屈折	10	0.35867	0.49969	-1.74773	0.35321
転送		0.35867	0.49899	-1.74773	0.35659
屈折	11	0.52772	0.49899	-1.62692	0.35659
転送		0.52772	0.47303	-1.62692	0.43664
屈折	12	1.00000	0.47303	-1.19097	0.43664

Table 9.6 ガウス型レンズの近軸追跡値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合

作用	面番号	α	h	$\bar{\alpha}$	\bar{h}
	初期値	-0.03393	1.01786	-0.96116	-0.63861
屈折	1	1.03545	1.01786	-1.63210	-0.63861
転送		1.03545	0.93861	-1.63210	-0.51370
屈折	2	0.84941	0.93861	-1.53028	-0.51370
転送		0.84941	0.93697	-1.53028	-0.51073
屈折	3	2.45065	0.93697	-2.40310	-0.51073
転送		2.45065	0.72130	-2.40310	-0.29925
屈折	4	1.91541	0.72130	-2.18105	-0.29925
転送		1.91541	0.69531	-2.18105	-0.26966
屈折	5	2.34699	0.69531	-2.34843	-0.26966
転送		2.34699	0.64349	-2.34843	-0.21780
屈折	6	0.51695	0.64349	-1.72901	-0.21780
転送		0.51695	0.57837	-1.72901	0.00000
屈折	7	0.51695	0.57837	-1.72901	0.00000
転送		0.51695	0.51325	-1.72901	0.21780
屈折	8	-0.26412	0.51325	-2.06046	0.21780
転送		-0.26412	0.51710	-2.06046	0.24783
屈折	9	-0.33758	0.51710	-2.09567	0.24783
転送		-0.33758	0.53186	-2.09567	0.33949
屈折	10	0.31386	0.53186	-1.67985	0.33949
転送		0.31386	0.53125	-1.67985	0.34274
屈折	11	0.49385	0.53125	-1.56373	0.34274
転送		0.49385	0.50695	-1.56373	0.41968
屈折	12	1.00000	0.50695	-1.14472	0.41968

ガウス型レンズの 3 次光線通過点収差係数と 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表に示す. 式 (4.9) から式 (4.12) に記載した従属な 3 次光線通過点収差係数を含め, 全ての 3 次光線通過点収差係数を掲載した.

物体位置を無限遠に設定した場合の, 物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.7 に記載した. また, 瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.8 に記載した. 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.9 に記載した.

同様に, 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合の, 物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.10 に記載した. また, 瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.11 に記載した. 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.12 に記載した.

Table 9.7 ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値．物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	-0.30926	-0.04383	-0.02192	-0.29947	-0.00155	-0.02111
2	-0.40744	0.40794	0.20397	-1.28299	-0.52127	1.04600
3	-0.43469	0.40091	0.20046	-1.80126	-0.52172	0.97922
4	-0.88056	1.93362	0.96681	-4.21101	-1.83892	2.85707
5	-0.15764	-0.23649	-0.11824	-1.13065	-0.21033	0.67806
6	0.04809	-0.02053	-0.01026	-0.20714	-0.15365	1.13304
7	0.04809	-0.02053	-0.01026	-0.20714	-0.15365	1.13304
8	0.54081	-0.68933	-0.34466	0.72366	0.07330	0.65534
9	0.54121	-0.69261	-0.34630	0.76225	0.08003	0.52459
10	0.39581	-0.39253	-0.19626	0.10707	-0.07480	1.04092
11	0.39674	-0.41786	-0.20893	0.35651	0.09770	-0.00675
12	-0.11421	-0.02046	-0.01023	-0.07968	0.02043	0.13283

Table 9.8 ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値．物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	0.19758	-0.28236	-0.26836	-0.02001	-0.04002	-0.00142
2	0.17304	-0.16998	-0.09950	-0.27859	-0.55717	0.59351
3	0.88815	-0.59512	-0.43243	-0.33341	-0.66682	0.58644
4	0.86684	-0.33384	-0.13451	-0.78249	-1.56498	1.35831
5	1.00353	-0.71582	-0.72165	-0.20917	-0.41834	0.49779
6	0.16457	-0.34602	-0.79219	-0.01507	-0.03013	0.59967
7	0.16457	-0.34602	-0.79219	-0.01507	-0.03013	0.59967
8	0.35131	0.00416	-0.56875	-0.25272	-0.50544	0.76096
9	0.35652	0.00788	-0.58642	-0.26802	-0.53604	0.82376
10	0.26059	-0.23863	-0.73393	-0.01363	-0.02727	0.56125
11	0.25325	-0.23434	-0.62978	-0.07202	-0.14403	1.35631
12	0.51023	-0.61592	-1.11129	0.07637	0.15275	1.29860

Table 9.9 ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値．物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	L_η	T_ζ	T_η^r	L_ζ^r
1	-0.01505	-0.00107	-0.01000	-0.00071
2	-0.02149	0.01374	-0.01374	0.00790
3	-0.03329	0.01222	-0.02057	0.00702
4	-0.03983	0.02347	-0.02347	0.01200
5	-0.02091	-0.00494	-0.01563	0.00023
6	0.00229	0.00723	-0.00723	0.00464
7	0.00229	0.00723	-0.00723	0.00464
8	0.01294	0.00000	-0.01220	0.00801
9	0.01270	0.00101	-0.01207	0.00748
10	0.00633	0.00758	-0.00758	0.00284
11	0.00711	-0.00294	-0.00813	0.01035
12	-0.00133	0.00034	-0.00034	0.00732

Table 9.10 ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値．物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合

面番号	$I_\eta^{(3)}$	$II_\zeta^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_\eta^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_\zeta^{(3)}$
1	-0.37211	-0.04861	-0.02431	-0.29954	-0.00159	-0.01946
2	-0.46246	0.36664	0.18332	-1.19786	-0.47870	0.94844
3	-0.52181	0.35256	0.17628	-1.71690	-0.47954	0.88697
4	-0.96079	1.82940	0.91470	-3.97652	-1.72167	2.59853
5	-0.23643	-0.28278	-0.14139	-1.07384	-0.18192	0.61142
6	0.04989	-0.00978	-0.00489	-0.13354	-0.11685	1.02867
7	0.04989	-0.00978	-0.00489	-0.13354	-0.11685	1.02867
8	0.58248	-0.69275	-0.34637	0.78127	0.10210	0.58250
9	0.58263	-0.69407	-0.34704	0.81219	0.10500	0.45981
10	0.43261	-0.39807	-0.19903	0.17466	-0.04101	0.94472
11	0.43288	-0.41039	-0.20519	0.35788	0.09839	-0.04709
12	-0.15241	0.01557	0.00779	-0.07876	0.02089	0.08359

Table 9.11 ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値．物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合

面番号	$V_\eta^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_\zeta^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_\eta^{r(3)}$	$I_\zeta^{r(3)}$
1	0.19436	-0.28367	-0.27097	-0.01853	-0.03706	-0.00121
2	0.17685	-0.18752	-0.13458	-0.23949	-0.47897	0.50654
3	0.92398	-0.61624	-0.47467	-0.29035	-0.58070	0.50050
4	0.91913	-0.38343	-0.23370	-0.68197	-1.36394	1.15926
5	1.03482	-0.72893	-0.74788	-0.17824	-0.35648	0.42484
6	0.13793	-0.34636	-0.79288	0.00415	0.00829	0.51179
7	0.13793	-0.34636	-0.79288	0.00415	0.00829	0.51179
8	0.35950	-0.01152	-0.60010	-0.21055	-0.42109	0.64945
9	0.36460	-0.00872	-0.61963	-0.22279	-0.44558	0.70305
10	0.24771	-0.23892	-0.73451	0.00431	0.00863	0.47901
11	0.24343	-0.23760	-0.63629	-0.02567	-0.05134	1.15756
12	0.49164	-0.60955	-1.09857	0.10968	0.21936	1.10831

Table 9.12 ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値．物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合

面番号	L_η	T_ζ	T_η^r	L_ζ^r
1	-0.01597	-0.00104	-0.01002	-0.00065
2	-0.02230	0.01348	-0.01348	0.00730
3	-0.03488	0.01199	-0.02034	0.00648
4	-0.04147	0.02308	-0.02308	0.01108
5	-0.02225	-0.00495	-0.01562	0.00021
6	0.00298	0.00708	-0.00708	0.00428
7	0.00298	0.00708	-0.00708	0.00428
8	0.01443	-0.00026	-0.01194	0.00740
9	0.01420	0.00076	-0.01183	0.00691
10	0.00739	0.00748	-0.00748	0.00262
11	0.00786	-0.00328	-0.00779	0.00956
12	-0.00142	0.00010	-0.00010	0.00677

ガウス型レンズの 3 次光線基本収差係数と 1 次光線基本色収差係数の面固有値を表に示す．式 (4.35) から式 (4.38) に記載した従属な 3 次光線基本収差係数を含め，全ての 3 次光線基本収差係数を掲載した．

光線傾角の 3 次収差係数の面固有値を表 9.13 に記載した．また，光線高さの 3 次収差係数の面固有値を表 9.14 に記載した．1 次光線基本色収差係数の面固有値を表 9.15 に記載した．

Table 9.13 ガウス型レンズの光線傾角の3次収差係数. 面固有値

面番号	$I_l^{\alpha(3)}$	$II_{\tau}^{\alpha(3)}$	$II_{2l-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_l^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-l}^{\alpha(3)}$	$V_{\tau}^{\alpha(3)}$
1	0.30926	-0.45479	-0.22740	0.63077	0.16720	-0.34085
2	-0.02050	0.09015	0.04507	-0.25413	-0.09911	0.34085
3	2.15474	-1.64314	-0.82157	1.14387	0.31325	-0.31670
4	-1.31253	1.39568	0.69784	-0.96669	-0.37102	0.31670
5	0.06805	-0.16560	-0.08280	0.37830	0.10074	-0.33770
6	-62.12525	18.79795	9.39898	-3.65411	-1.42198	0.33770
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	-1.95201	-1.52770	-0.76385	-1.07472	-0.29891	-0.30359
9	-0.03707	-0.05790	-0.02895	-0.07033	-0.02261	-0.03727
10	4.83697	3.44223	1.72111	1.57034	0.61242	0.34085
11	0.01037	-0.04729	-0.02365	0.20341	0.05392	-0.34085
12	2.61986	2.28723	1.14361	1.28005	0.49921	0.34085

Table 9.14 ガウス型レンズの光線高さの3次収差係数. 面固有値

面番号	$V_l^{h(3)}$	$IV_{2l-\tau}^{h(3)}$	$IV_{\tau}^{h(3)}$	$II_{2\tau-l}^{h(3)}$	$II_l^{h(3)}$	$I_{\tau}^{h(3)}$
1	0.40306	0.00000	-0.29637	0.00000	0.00000	0.00000
2	-0.02543	0.00000	0.05591	0.00000	0.00000	0.00000
3	1.35690	0.00000	-0.51737	0.00000	0.00000	0.00000
4	-0.42252	0.00000	0.22464	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.14533	0.00000	-0.17682	0.00000	0.00000	0.00000
6	-5.35493	0.00000	0.81015	0.00000	0.00000	0.00000
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	1.21873	0.00000	0.47691	0.00000	0.00000	0.00000
9	0.03216	0.00000	0.02512	0.00000	0.00000	0.00000
10	-0.97101	0.00000	-0.34551	0.00000	0.00000	0.00000
11	0.04191	0.00000	-0.09557	0.00000	0.00000	0.00000
12	-0.64520	0.00000	-0.28164	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.15 ガウス型レンズの 1 次光線基本色収差係数. 面固有値

面番号	L_l^α	T_τ^α	T_l^h	L_τ^h
1	0.01505	-0.01107	0.00000	0.00000
2	-0.00503	0.01107	0.00000	0.00000
3	0.02191	-0.00835	0.00000	0.00000
4	-0.01571	0.00835	0.00000	0.00000
5	0.01691	-0.02057	0.00000	0.00000
6	-0.13596	0.02057	0.00000	0.00000
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	-0.03118	-0.01220	0.00000	0.00000
9	0.00146	0.00114	0.00000	0.00000
10	0.03110	0.01107	0.00000	0.00000
11	0.00485	-0.01107	0.00000	0.00000
12	0.02535	0.01107	0.00000	0.00000

ガウス型レンズの 3 次光線通過点収差係数と 1 次光線通過点色収差係数の面固有値を表に示す. 式 (4.9) から式 (4.12) に記載した従属な 3 次光線通過点収差係数を含め, 全ての 3 次光線通過点収差係数を記載した.

物体位置を無限遠に設定した場合の物体結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.16 に記載した. また, 瞳結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.17 に記載した. 1 次光線通過点収差係数の面固有値を表 9.18 に記載した.

同様に, 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合の物体結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.19 に記載した. また, 瞳結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.20 に記載した. 1 次光線通過点色収差係数の面固有値を表 9.21 に記載した.

Table 9.16 ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	-0.30926	-0.04383	-0.02192	-0.29947	-0.00155	-0.02111
2	-0.09818	0.45177	0.22589	-0.98352	-0.51972	1.06711
3	-0.02725	-0.00703	-0.00351	-0.51827	-0.00045	-0.06678
4	-0.44587	1.53271	0.76635	-2.40975	-1.31720	1.87785
5	0.72292	-2.17011	-1.08505	3.08036	1.62859	-2.17901
6	0.20572	0.21596	0.10798	0.92350	0.05668	0.45497
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.49272	-0.66880	-0.33440	0.93081	0.22695	-0.47769
9	0.00040	-0.00328	-0.00164	0.03858	0.00673	-0.13076
10	-0.14539	0.30008	0.15004	-0.65517	-0.15483	0.51633
11	0.00093	-0.02533	-0.01267	0.24944	0.17250	-1.04766
12	-0.51095	0.39741	0.19870	-0.43619	-0.07727	0.13958

Table 9.17 ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	0.19758	-0.28236	-0.26836	-0.02001	-0.04002	-0.00142
2	-0.02454	0.11239	0.16886	-0.25858	-0.51715	0.59493
3	0.71512	-0.42514	-0.33292	-0.05483	-0.10965	-0.00707
4	-0.02131	0.26128	0.29791	-0.44908	-0.89816	0.77187
5	0.13669	-0.38198	-0.58714	0.57332	1.14665	-0.86052
6	-0.83896	0.36981	-0.07054	0.19410	0.38820	0.10188
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.18674	0.35017	0.22344	-0.23766	-0.47531	0.16129
9	0.00521	0.00373	-0.01766	-0.01530	-0.03060	0.06281
10	-0.09593	-0.24651	-0.14751	0.25439	0.50877	-0.26251
11	-0.00733	0.00429	0.10414	-0.05838	-0.11677	0.79506
12	0.25698	-0.38158	-0.48151	0.14839	0.29678	-0.05771

Table 9.18 ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	L_η	T_ζ	T_η^r	L_ζ^r
1	-0.01505	-0.00107	-0.01000	-0.00071
2	-0.00644	0.01481	-0.00374	0.00861
3	-0.01180	-0.00152	-0.00683	-0.00088
4	-0.00655	0.01125	-0.00290	0.00498
5	0.01893	-0.02841	0.00784	-0.01176
6	0.02319	0.01217	0.00840	0.00441
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.01066	-0.00723	-0.00497	0.00337
9	-0.00025	0.00101	0.00013	-0.00053
10	-0.00636	0.00657	0.00450	-0.00464
11	0.00077	-0.01051	-0.00055	0.00751
12	-0.00843	0.00328	0.00779	-0.00303

Table 9.19 ガウス型レンズの物体結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合

面番号	$I_\eta^{(3)}$	$II_\zeta^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_\eta^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_\zeta^{(3)}$
1	-0.37211	-0.04861	-0.02431	-0.29954	-0.00159	-0.01946
2	-0.09035	0.41525	0.20763	-0.89832	-0.47712	0.96791
3	-0.05935	-0.01408	-0.00704	-0.51904	-0.00084	-0.06148
4	-0.43897	1.47684	0.73842	-2.25962	-1.24213	1.71157
5	0.72436	-2.11218	-1.05609	2.90268	1.53975	-1.98711
6	0.28632	0.27300	0.13650	0.94030	0.06507	0.41725
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.53259	-0.68296	-0.34148	0.91481	0.21895	-0.44617
9	0.00015	-0.00133	-0.00066	0.03092	0.00290	-0.12269
10	-0.15002	0.29600	0.14800	-0.63753	-0.14601	0.48491
11	0.00027	-0.01232	-0.00616	0.18322	0.13940	-0.99182
12	-0.58530	0.42596	0.21298	-0.43664	-0.07750	0.13069

Table 9.20 ガウス型レンズの瞳結像の 3 次収差係数の面固有値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合

面番号	$V_\eta^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_\zeta^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_\eta^{r(3)}$	$I_\zeta^{r(3)}$
1	0.19436	-0.28367	-0.27097	-0.01853	-0.03706	-0.00121
2	-0.01751	0.09615	0.13639	-0.22096	-0.44191	0.50775
3	0.74713	-0.42873	-0.34009	-0.05086	-0.10173	-0.00603
4	-0.00485	0.23281	0.24097	-0.39162	-0.78324	0.65876
5	0.11570	-0.34550	-0.51418	0.50373	1.00746	-0.73442
6	-0.89689	0.38257	-0.04500	0.18239	0.36477	0.08695
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.22157	0.33484	0.19278	-0.21469	-0.42939	0.13766
9	0.00510	0.00280	-0.01952	-0.01224	-0.02448	0.05360
10	-0.11688	-0.23020	-0.11489	0.22710	0.45420	-0.22405
11	-0.00428	0.00132	0.09822	-0.02998	-0.05997	0.67856
12	0.24821	-0.37196	-0.46228	0.13535	0.27070	-0.04925

Table 9.21 ガウス型レンズの 1 次光線通過点色収差係数の面固有値. 物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合

面番号	L_η	T_ζ	T_η^r	L_ζ^r
1	-0.01597	-0.00104	-0.01002	-0.00065
2	-0.00632	0.01453	-0.00346	0.00795
3	-0.01259	-0.00149	-0.00686	-0.00081
4	-0.00659	0.01109	-0.00273	0.00460
5	0.01922	-0.02802	0.00745	-0.01087
6	0.02523	0.01203	0.00854	0.00407
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.01145	-0.00734	-0.00486	0.00312
9	-0.00023	0.00102	0.00011	-0.00049
10	-0.00681	0.00672	0.00435	-0.00429
11	0.00048	-0.01076	-0.00031	0.00694
12	-0.00929	0.00338	0.00769	-0.00280

物体位置を無限遠に設定したときの, ガウス型レンズ全系の 3 次光線基本収差係数の線形変換形

式を以下に示す．線形変換形式は式 (4.92) を用いた．

$$\begin{bmatrix} -0.114 \\ -0.010 \\ 0.020 \\ -0.121 \\ 0.133 \\ 1.299 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.664 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.441 & -1.329 & -1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.293 & 1.324 & 1.993 & -0.664 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.195 & 1.173 & 2.649 & -0.883 & 2.658 & -1.000 & 0.225 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.114 \\ -0.086 \\ 0.044 \\ -0.121 \\ 0.046 \\ -0.807 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

同様に，物体位置を $s_1 = -30$ に設定した場合のガウス型レンズ全系の 3 次光線基本収差係数の線形変換形式を以下に示す．

$$\begin{bmatrix} -0.152 \\ 0.008 \\ 0.021 \\ -0.121 \\ 0.084 \\ 1.108 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.073 & 0.143 & -0.007 & 0.002 & 0.000 & 0.000 & -0.017 & 0.000 \\ 0.673 & 0.946 & -0.099 & 0.033 & 0.003 & 0.000 & 0.021 & 0.000 \\ -0.423 & -1.244 & -0.873 & -0.042 & 0.062 & 0.001 & -0.007 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.265 & 1.188 & 1.762 & -0.587 & 0.844 & 0.030 & -0.007 & 0.000 \\ 0.166 & 1.001 & 2.261 & -0.754 & 2.268 & -0.853 & 0.192 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.114 \\ -0.086 \\ 0.044 \\ -0.121 \\ 0.046 \\ -0.807 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

式 (9.3) と式 (9.4) の 3 次光線基本収差係数ベクトルを比較すると，その数値は変わらないことが確認できる．物体位置を変更しても，光学系の構成データに変更がないため 3 次光線基本収差係数は変更されないことを反映している．一方で，近軸特性行列は物体位置の違いによる近軸追跡値の変化を反映しているため，数値が変化している．

したがって，物体位置を変更したことによる 3 次光線通過点収差係数ベクトルの変化は，近軸特性行列の変化のみを反映している．またこの結果は，光線基本収差係数自体が小さく補正されていれば，広範囲にわたって物体距離を変化させても，光線通過点収差係数を小さくできることを意味している．このように光線基本収差係数の線形変換形式によれば，光線基本収差係数と近軸特性行列に分離することで，光線通過点収差係数の発生要因を分析可能となる．従来の光線通過点収差係数（ザイデル収差係数）による解析で得られる結果は式 (9.3) と式 (9.4) の左辺の数値のみであり，このような考察はできない．

なお，光線通過点収差係数の数値は，従来から知られているザイデル収差係数の計算式 [26, 28] で計算した値の -1/2 倍と一致することを確認した．-1/2 倍が必要な理由は，従来から知られている計算式は昔からの慣習として -1/2 がくくりだされているためである．

同様に，光線通過点色収差係数の数値は，従来から知られている色収差係数の計算式 [26, 28] で計算した値の -1 倍と一致することを確認した．-1 倍が必要な理由は，従来から知られている色収差係数計算式は昔からの慣習として -1 がくくりだされているためである．

以上の結果は，本論文で導出した共軸回転対称系の 3 次収差解析式と 1 次色収差解析式が正しく導出されていることを示すものである．

9.1.2 トリプレットレンズ

トリプレットレンズの数値解析例を示す [44]．図 9.2 はトリプレットレンズの光路図である．表 9.22 は RDNA データと近軸量である．全系の焦点距離が 1 になるように RDNA データを規格化している．トリプレットレンズの F ナンバーは 4.5，半画角 ω は 22.6 度である．近軸量に記載の全長 TL は，第 1 光学面から最終光学面までの基準軸に沿った長さである．

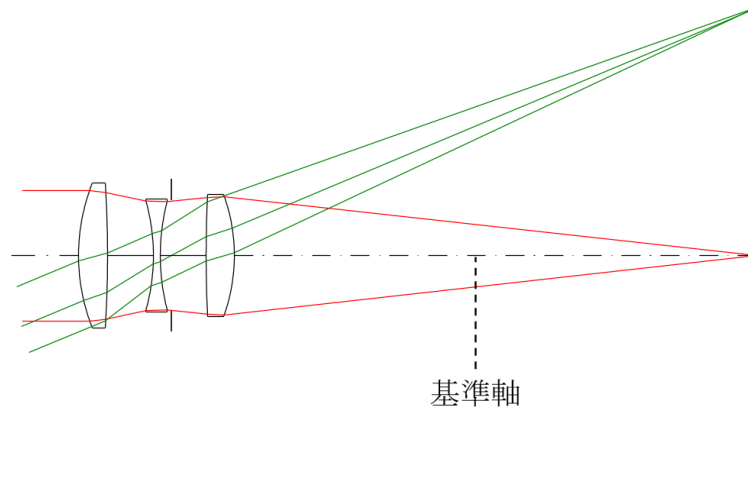


Fig. 9.2 トリプレットレンズの光路図

Table 9.22 トリプレットレンズの RDNA データと近軸量

面番号	R			D	N		A	
	a	b	ω		N_d	N_g	θ	ψ
1	0.33714	0.33714	0.00000	0.04845	1.51633	1.52622	0.00000	
2	-1.70257	-1.70257	0.00000	0.07752	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
3	-0.35898	-0.35898	0.00000	0.01163	1.57501	1.59271	0.00000	0.00000
4	0.35932	0.35932	0.00000	0.01938	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
STO	1.E+30	1.E+30	0.00000	0.05814	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
6	2.22657	2.22657	0.00000	0.04845	1.51633	1.52622	0.00000	0.00000
7	-0.29124	-0.29124	0.00000		1.00000	1.00000	0.00000	0.00000
<hr/>								
Fno			4.5					
半画角 ω [deg]			22.6					
全長 TL			0.26357					
焦点距離 f			1					
前側主点位置 o_1			0.16683	全系の共役ガウス行列				
後側主点位置 o_k			-0.11627					
入射瞳位置 t_1			0.17481					
射出瞳位置 t_k			-0.10834					
物体距離 s_1			-1.E+30					
像点距離 s_k			0.88375					
近軸倍率 β			-1.E+30					
瞳倍率 β_p			0.99208					

トリプレットレンズの 3 次光線基本収差係数と 1 次光線基本色収差係数の第 1 光学面から最終

光学面までの累積値を表に示す．式 (4.35) から式 (4.38) に記載した従属な 3 次光線基本収差係数を含め，全ての 3 次光線基本収差係数を掲載した．

光線傾角の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.23 に記載した．また，光線高さの 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.24 に記載した．1 次光線基本色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.25 に記載した．

Table 9.23 トリプレットレンズの光線傾角の 3 次収差係数．第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_l^{\alpha(3)}$	$II_\tau^{\alpha(3)}$	$II_{2l-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_l^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-l}^{\alpha(3)}$	$V_\tau^{\alpha(3)}$
1	2.93013	-1.97572	-0.98786	1.17109	0.33304	-0.28254
2	6.03432	0.56017	0.28009	2.30691	0.85095	-0.03015
3	-4.79535	-3.09259	-1.54630	1.18238	0.54294	-0.16785
4	-8.36972	0.89299	0.44649	-1.54768	-0.56808	0.73480
5	-8.36972	0.89299	0.44649	-1.54768	-0.56808	0.73480
6	-8.06823	0.13581	0.06790	-0.52042	-0.09268	0.04182
7	0.89665	-0.18537	-0.09269	0.06994	-0.08981	0.03129

Table 9.24 トリプレットレンズの光線高さの 3 次収差係数．第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$V_l^{h(3)}$	$IV_{2l-\tau}^{h(3)}$	$IV_\tau^{h(3)}$	$II_{2\tau-l}^{h(3)}$	$II_l^{h(3)}$	$I_\tau^{h(3)}$
1	1.49792	0.00000	-0.50501	0.00000	0.00000	0.00000
2	1.37599	0.05020	-0.50461	0.02050	0.04101	0.00838
3	1.60132	-0.42030	-0.93711	-0.05884	-0.11769	-0.00501
4	-0.15195	0.04916	0.50984	-0.32058	-0.64116	0.14092
5	-0.15195	0.04916	0.50984	-0.32058	-0.64116	0.14092
6	0.00195	-0.06763	0.19979	-0.17392	-0.34784	-0.04325
7	0.59267	0.50639	0.76323	-0.18420	-0.36841	-0.04306

Table 9.25 トリプレットレンズの 1 次光線基本色収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	L_l^α	T_τ^α	T_l^h	L_τ^h
1	0.01934	-0.00652	0.00000	0.00000
2	0.03409	-0.00050	0.00050	0.00020
3	-0.00302	-0.00675	-0.00449	-0.00064
4	-0.03030	0.00846	-0.00846	0.00158
5	-0.03030	0.00846	-0.00846	0.00158
6	-0.02378	0.00026	-0.00678	-0.00053
7	-0.00053	-0.00016	0.00016	-0.00065

物体位置を無限遠に設定した場合の近軸追跡値を表 9.26 に記載した.

Table 9.26 トリプレットレンズの近軸追跡値. 物体位置を無限遠に設定した場合

作用	面番号	α	h	$\bar{\alpha}$	\bar{h}
	初期値	0.00000	1.00001	-0.99999	-0.17481
屈折	1	1.53153	1.00001	-1.26771	-0.17481
転送		1.53153	0.95108	-1.26771	-0.13431
屈折	2	1.81996	0.95108	-1.30844	-0.13431
転送		1.81996	0.81000	-1.30844	-0.03288
屈折	3	0.52251	0.81000	-1.25578	-0.03288
転送		0.52251	0.80614	-1.25578	-0.02360
屈折	4	-0.76753	0.80614	-1.21801	-0.02360
転送		-0.76753	0.82101	-1.21801	0.00000
屈折	5	-0.76753	0.82101	-1.21801	0.00000
転送		-0.76753	0.86564	-1.21801	0.07081
屈折	6	-0.56679	0.86564	-1.20158	0.07081
転送		-0.56679	0.88375	-1.20158	0.10921
屈折	7	1.00000	0.88375	-1.00797	0.10921

トリプレットレンズの 3 次光線通過点収差係数と 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表に示す. 式 (4.9) から式 (4.12) に記載した従属な 3 次光線通過点収差係数を含め, 全ての 3 次光線通過点収差係数を掲載した.

物体位置を無限遠に設定した場合の, 物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面からの累積値を表 9.27 に記載した. また, 瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面からの累積値を表 9.28 に記載した. 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.29 に記載した.

Table 9.27 トリプレットレンズの物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値。物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	-2.93030	-0.95129	-0.47564	-0.65942	-0.07721	-0.09450
2	-6.03467	2.67001	1.33501	-2.87158	-1.13329	0.57979
3	4.79562	-4.76931	-2.38466	0.19196	0.14423	-0.03362
4	8.37020	-2.03336	-1.01668	1.74702	0.66775	0.36115
5	8.37020	-2.03336	-1.01668	1.74702	0.66775	0.36115
6	8.06869	-2.68514	-1.34257	0.96606	0.31551	-0.10223
7	-0.89670	0.12812	0.06406	-0.05993	0.09481	0.02411

Table 9.28 トリプレットレンズの瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値。物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	0.98572	-0.34500	-0.18500	-0.05600	-0.11200	-0.00909
2	0.32112	-0.05737	0.49027	-0.22377	-0.44753	0.08876
3	2.43969	-0.27649	-0.45647	-0.14851	-0.29702	0.06291
4	1.31123	-0.20032	-0.81217	-0.11936	-0.23872	0.07407
5	1.31123	-0.20032	-0.81217	-0.11936	-0.23872	0.07407
6	1.41243	-0.16740	-0.66986	-0.08378	-0.16756	0.11253
7	0.43594	-0.59880	-0.94804	-0.01610	-0.03219	0.10191

Table 9.29 トリプレットレンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値。物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	L_{η}	T_{ζ}	T_{η}^r	L_{ζ}^r
1	-0.01934	-0.00314	-0.00338	-0.00055
2	-0.03409	0.00546	-0.00546	0.00067
3	0.00302	-0.00728	-0.00396	0.00015
4	0.03030	0.00316	-0.00316	0.00045
5	0.03030	0.00316	-0.00316	0.00045
6	0.02378	-0.00390	-0.00263	0.00103
7	0.00053	-0.00025	0.00025	0.00058

トリプレットレンズの 3 次光線基本収差係数と 1 次光線基本色収差係数の面固有値を表に示す。式 (4.35) から式 (4.38) に記載した従属な 3 次光線基本収差係数を含め、全ての 3 次光線基本収差

係数を掲載した。

光線傾角の 3 次収差係数の面固有値を表 9.30 に記載した。また、光線高さの 3 次収差係数の面固有値を表 9.31 に記載した。1 次光線基本色収差係数の面固有値を表 9.32 に記載した。

Table 9.30 トリプレットレンズの光線傾角の 3 次収差係数。面固有値

面番号	$I_l^{\alpha(3)}$	$II_\tau^{\alpha(3)}$	$II_{2l-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_l^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-l}^{\alpha(3)}$	$V_\tau^{\alpha(3)}$
1	2.93013	-1.97572	-0.98786	1.17109	0.33304	-0.28254
2	0.12027	0.27009	0.13505	0.40326	0.15163	0.28254
3	-2.50537	-1.79875	-0.89937	-1.15422	-0.32286	-0.29844
4	-15.37331	7.01448	3.50724	-2.10829	-0.80014	0.29844
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.01017	-0.04530	-0.02265	0.17732	0.05043	-0.28254
7	24.02990	9.23066	4.61533	2.35750	0.88645	0.28254

Table 9.31 トリプレットレンズの光線高さの 3 次収差係数。面固有値

面番号	$V_l^{h(3)}$	$IV_{2l-\tau}^{h(3)}$	$IV_\tau^{h(3)}$	$II_{2\tau-l}^{h(3)}$	$II_l^{h(3)}$	$I_\tau^{h(3)}$
1	1.49792	0.00000	-0.50501	0.00000	0.00000	0.00000
2	-0.08906	0.00000	-0.10000	0.00000	0.00000	0.00000
3	1.41652	0.00000	0.50850	0.00000	0.00000	0.00000
4	-2.22681	0.00000	0.50802	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.03434	0.00000	-0.07647	0.00000	0.00000	0.00000
7	-3.04375	0.00000	-0.58460	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.32 トリプレットレンズの 1 次光線基本色収差係数。面固有値

面番号	L_l^α	T_τ^α	T_l^h	L_τ^h
1	0.01934	-0.00652	0.00000	0.00000
2	0.00581	0.00652	0.00000	0.00000
3	-0.03131	-0.01124	0.00000	0.00000
4	-0.04927	0.01124	0.00000	0.00000
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.00293	-0.00652	0.00000	0.00000
7	0.03395	0.00652	0.00000	0.00000

トリプレットレンズの 3 次光線通過点収差係数と 1 次光線通過点色収差係数の面固有値を表に

示す．式 (4.9) から式 (4.12) に記載した従属な 3 次光線通過点収差係数を含め，全ての 3 次光線通過点収差係数を記載した．

物体位置を無限遠に設定した場合の物体結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.33 に記載した．また，瞳結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.34 に記載した．1 次光線通過点色収差係数の面固有値を表 9.35 に記載した．

Table 9.33 トリプレットレンズの物体結像の 3 次収差係数の面固有値．物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	-2.93030	-0.95129	-0.47564	-0.65942	-0.07721	-0.09450
2	-3.10437	3.62130	1.81065	-2.21216	-1.05608	0.67429
3	10.83029	-7.43933	-3.71966	3.06354	1.27752	-0.61341
4	3.57458	2.73596	1.36798	1.55506	0.52352	0.39477
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	-0.30151	-0.65179	-0.32589	-0.78096	-0.35225	-0.46338
7	-8.96539	2.81326	1.40663	-1.02599	-0.22069	0.12635

Table 9.34 トリプレットレンズの瞳結像の 3 次収差係数の面固有値．物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	0.98572	-0.34500	-0.18500	-0.05600	-0.11200	-0.00909
2	-0.66460	0.28763	0.67527	-0.16777	-0.33553	0.09785
3	2.11857	-0.21912	-0.94674	0.07526	0.15051	-0.02585
4	-1.12846	0.07616	-0.35569	0.02915	0.05829	0.01115
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.10120	0.03292	0.14231	0.03558	0.07117	0.03846
7	-0.97649	-0.43139	-0.27819	0.06768	0.13537	-0.01062

Table 9.35 トリプレットレンズの1次光線通過点色収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	L_η	T_ζ	T_η^r	L_ζ^r
1	-0.01934	-0.00314	-0.00338	-0.00055
2	-0.01475	0.00860	-0.00208	0.00122
3	0.03711	-0.01275	0.00151	-0.00052
4	0.02728	0.01044	0.00080	0.00031
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	-0.00653	-0.00705	0.00053	0.00058
7	-0.02325	0.00365	0.00287	-0.00045

物体位置を無限遠に設定したときの、トリプレットレンズ全系の3次光線基本収差係数の線形変換形式を以下に示す. 線形変換形式は式(4.92)を用いた.

$$\begin{bmatrix} -0.897 \\ 0.064 \\ 0.095 \\ -0.250 \\ 0.024 \\ 0.102 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.175 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.031 & -0.350 & -1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.005 & 0.092 & 0.524 & -0.175 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.001 & 0.021 & 0.183 & -0.061 & 0.699 & -1.000 & 0.039 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.897 \\ -0.093 \\ -0.090 \\ -0.250 \\ 0.031 \\ -0.043 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

また, 第4面の線形変換形式を以下に示す.

$$\begin{bmatrix} 3.574 \\ 1.368 \\ 0.524 \\ 0.508 \\ 0.395 \\ 0.011 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.422 & -1.095 & -1.064 & 0.355 & -0.460 & 0.075 & 0.028 & 0.000 \\ 0.012 & 0.682 & 1.295 & -0.432 & 0.833 & -0.179 & 0.173 & 0.000 \\ 0.000 & -0.039 & -1.075 & 0.025 & -1.345 & 0.431 & 0.183 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.000 & 0.002 & 0.091 & -0.030 & 1.655 & -1.035 & -0.017 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.005 & -0.002 & 0.187 & -2.487 & -0.040 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -15.373 \\ 3.507 \\ -0.800 \\ 0.508 \\ 0.298 \\ 0.000 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

式(9.5)と式(9.3)の物体結像で発生する球面収差とコマの収差係数を比較すると, これらの収差係数はトリプレットレンズのほうが大きく発生していることがわかる. これはトリプレットレンズのFナンバーが4.5とガウス型レンズよりも大きく, 入射瞳径の寄与の大きい収差が補正できていないことを反映している. また, 光線傾角の球面収差とコマの収差係数を比較すると, 光線傾角の収差係数もトリプレットレンズのほうが大きく発生していることがわかる.

次に, 第4面の収差解析結果である式(9.6)に着目する. この近軸特性行列は, 瞳近軸追跡値の高さ \bar{h} の次数が多い要素が0に近い値になっていることがわかる. これは, 第4面が開口絞りの近くに配置されているため, 瞳近軸追跡値の高さが低くなっていることを反映している.

このように, 近軸特性行列の数値を確認することで, 近軸光線の通り方を把握できる. 第4面が持つ近軸特性行列から, 第4面は非点収差と歪曲よりも, 球面収差とコマを発生させやすい面であることが定量的に把握できる. このような近軸光線追跡値と光線通過点収差係数に関する定量的な洞察は, 光線通過点収差係数の発生要因を光線基本収差係数ベクトルと近軸特性行列に分離して初めて可能になる.

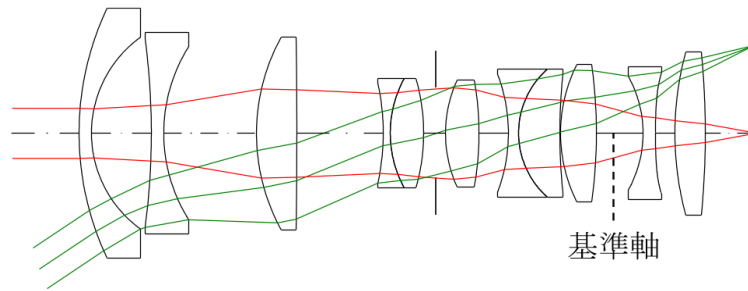


Fig. 9.3 高解像度広角レンズの光路図

9.1.3 高解像度広角レンズ

非球面を1面使用している高解像度広角レンズの数値解析例を示す [45,46]. 図 9.3 は広角レンズの光路図である. 表 9.36 は RDNA データと近軸量である. 全系の焦点距離が1になるように RDNA データは規格化している. RDNA データに記載の C_4 は3次収差係数に結びつく4次の非球面係数である. 高解像度広角レンズの F ナンバーは 2.8, 半画角 ω は 32 度である. 近軸量に記載の全長 TL は, 第1光学面から最終光学面までの基準軸に沿った長さである.

高解像度広角レンズの3次光線基本収差係数と1次光線基本色収差係数の第1光学面から最終光学面までの累積値を表に示す. 式 (4.35) から式 (4.38) に記載した従属な3次光線基本収差係数を含め, 全ての3次光線基本収差係数を掲載した.

光線傾角の3次収差係数の第1光学面から最終光学面までの累積値を表 9.37 に記載した. また, 光線高さの3次収差係数の第1光学面から最終光学面までの累積値を表 9.38 に記載した. 1次光線基本色収差係数の第1光学面から最終光学面までの累積値を表 9.39 に記載した.

Table 9.36 高解像度広角レンズの RDNA データと近軸量

面番号	R			D	N		A		C_4
	a	b	ω		N_d	N_g	θ	ψ	
1	1.E+30	1.E+30	0.00000	0.07143	1.51633	1.52621	0.00000		0.00000
2	1.E+30	1.E+30	0.00000	0.07143	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	2.08548	2.08548	0.00000	0.08929	1.43875	1.44407	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.84789	0.84789	0.00000	0.42889	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	-5.32315	-5.32315	0.00000	0.08929	1.49700	1.50431	0.00000	0.00000	0.00000
6	1.16430	1.16430	0.00000	0.66540	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
7	1.40978	1.40978	0.00000	0.29000	1.85478	1.90048	0.00000	0.00000	0.00000
8	-28.88832	-28.88832	0.00000	0.61692	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
9	-1.86849	-1.86849	0.00000	0.05357	1.85478	1.90048	0.00000	0.00000	0.00000
10	0.83800	0.83800	0.00000	0.23679	1.59522	1.60596	0.00000	0.00000	0.00000
11	-1.53820	-1.53820	0.00000	0.08977	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
STO	1.E+30	1.E+30	0.00000	0.07160	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.92831	0.92831	0.00000	0.24000	1.59522	1.60596	0.00000	0.00000	0.00000
14	-2.07861	-2.07861	0.00000	0.21030	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
15	-1.18046	-1.18046	0.00000	0.07143	1.65412	1.67524	0.00000	0.00000	0.00000
16	0.61720	0.61720	0.00000	0.29464	1.59522	1.60596	0.00000	0.00000	0.00000
17	3.91282	3.91282	0.00000	0.00536	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
18	1.08483	1.08483	0.00000	0.25857	1.80808	1.85541	0.00000	0.00000	0.00000
19	-3.65208	-3.65208	0.00000	0.33239	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
20	-0.86605	-0.86605	0.00000	0.08929	1.65412	1.67524	0.00000	0.00000	0.00000
21	4.75076	4.75076	0.00000	0.14336	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.66822
22	2.29365	2.29365	0.00000	0.21893	1.59522	1.60596	0.00000	0.00000	0.00000
23	-5.14291	-5.14291	0.00000	0.25929	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
24	1.E+30	1.E+30	0.00000	0.08107	1.51633	1.52621	0.00000	0.00000	0.00000
25	1.E+30	1.E+30	0.00000		1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Fno 2.8

半画角 ω [deg] 32

全長 TL 4.49577

焦点距離 f 1前側主点位置 o_1 1.77864 近軸倍率 β -1.E+30後側主点位置 o_k -0.94657 瞳倍率 β_p 1.81225入射瞳位置 t_1 1.33043射出瞳位置 t_k -1.75884物体距離 s_1 -1.E+30像点距離 s_k 0.05344

全系の共役ガウス行列

A	B	C	D
0.0534	-1.0416	1.0000	-0.7786

Table 9.37 高解像度広角レンズの光線傾角の3次収差係数, 第1光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_l^{\alpha(3)}$	$II_{\tau}^{\alpha(3)}$	$II_{2l-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_l^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-l}^{\alpha(3)}$	$V_{\tau}^{\alpha(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.28254
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.01168	-0.05150	-0.02575	0.18663	0.05676	-0.28624
4	-0.41364	0.69142	0.34571	-0.64203	-0.26766	0.15415
5	-0.41309	0.67992	0.33996	-0.55305	-0.20757	-0.14785
6	-1.82941	3.75871	1.87936	-4.04198	-1.88075	1.82570
7	1.82162	-5.19993	-2.59997	7.11252	3.61478	-5.11711
8	1.83175	-5.17628	-2.58814	7.14812	3.62859	-5.09167
9	1.51668	-4.77572	-2.38786	6.77018	3.50128	-4.93236
10	-1.68136	4.20016	2.10008	-5.87835	-2.79682	3.97946
11	-1.64559	4.15829	2.07915	-5.73257	-2.78457	3.90131
12	-1.64559	4.15829	2.07915	-5.73257	-2.78457	3.90131
13	1.36575	-5.47046	-2.73523	9.86235	4.91240	-8.72551
14	4.97985	-13.55717	-6.77859	18.99929	9.43599	-13.88679
15	0.19772	-2.03021	-1.01510	4.93934	2.48977	-5.31325
16	-0.05888	-1.13472	-0.56736	3.35875	1.70851	-3.91850
17	-0.05838	-1.14190	-0.57095	3.36226	1.73411	-3.76103
18	0.04872	-1.65245	-0.82623	4.78521	2.34259	-5.70242
19	1.84536	-5.99500	-2.99750	10.09445	4.96662	-8.94756
20	0.12590	-0.94052	-0.47026	2.43714	1.25212	-3.15246
21	-0.05204	0.21970	0.10985	-0.24875	-0.07002	-0.12737
22	-0.09411	0.17511	0.08756	-0.19104	-0.08184	-0.09052
23	0.03692	-0.07650	-0.03825	0.08682	0.03896	-0.24133
24	0.00671	-0.02946	-0.01473	0.05020	0.02065	-0.22707
25	0.02181	-0.05298	-0.02649	0.06851	0.02980	-0.23420

Table 9.38 高解像度広角レンズの光線高さの 3 次収差係数, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$V_l^{h(3)}$	$IV_{2l-\tau}^{h(3)}$	$IV_{\tau}^{h(3)}$	$II_{2\tau-l}^{h(3)}$	$II_l^{h(3)}$	$I_{\tau}^{h(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.01331
3	0.03644	-0.00721	-0.08753	0.01589	0.03177	-0.02171
4	-0.30061	0.10733	0.32137	-0.08414	-0.16829	0.06566
5	-0.30345	0.10585	0.34960	-0.06867	-0.13735	-0.09600
6	-1.48235	1.24463	2.76973	-1.30642	-2.61284	1.24931
7	2.60367	-3.60492	-7.09282	4.64333	9.28666	-6.05023
8	2.61021	-3.58931	-7.06957	4.66156	9.32312	-6.02895
9	2.42595	-3.59551	-6.95864	4.66550	9.33099	-6.03146
10	-1.90150	2.42502	5.13475	-3.78333	-7.56667	5.82511
11	-2.02432	2.61818	5.39979	-3.89638	-7.79276	5.89127
12	-2.02432	2.61818	5.39979	-3.89638	-7.79276	5.89127
13	2.86742	-5.00150	-10.04054	8.28556	16.57112	-13.58459
14	7.62241	-10.23149	-20.59027	14.13672	28.27344	-20.13070
15	1.06525	-2.49621	-4.95222	4.81407	9.62815	-8.89492
16	0.59763	-1.69835	-3.33843	3.42191	6.84382	-6.46578
17	0.58979	-1.69016	-3.27437	3.36352	6.72704	-6.04943
18	1.03369	-2.54226	-5.18454	5.39458	10.78916	-10.89070
19	4.00019	-6.06614	-12.29350	9.65327	19.30654	-16.03742
20	0.62270	-1.33026	-2.59343	2.69252	5.38504	-5.80659
21	0.23333	-0.04345	0.02180	-0.33511	-0.67023	1.12075
22	0.09262	-0.03668	-0.04599	-0.33152	-0.66305	1.12266
23	0.53823	-0.42825	-0.86542	0.04445	0.08889	0.76167
24	0.23219	-0.18996	-0.38883	-0.14109	-0.28219	0.90614
25	0.52647	-0.41910	-0.84710	0.03732	0.07463	0.76722

Table 9.39 高解像度広角レンズの 1 次光線基本色収差係数, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	L_l^α	T_τ^α	T_l^h	L_τ^h
1	0.00000	-0.00652	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00031
3	0.00189	-0.00417	0.00022	-0.00019
4	-0.00381	0.00081	-0.00081	0.00072
5	-0.00330	-0.00450	-0.00052	-0.00231
6	-0.01399	0.00712	-0.00712	0.00487
7	0.07647	-0.10385	0.07923	-0.10108
8	0.08779	-0.09064	0.09064	-0.08777
9	0.04680	-0.06458	0.03996	-0.05555
10	-0.06761	0.09597	-0.10280	0.14480
11	-0.05806	0.09038	-0.09038	0.13753
12	-0.05806	0.09038	-0.09038	0.13753
13	-0.03026	0.04593	-0.05276	0.07738
14	-0.00621	0.01902	-0.01902	0.03963
15	-0.05044	0.07234	-0.08506	0.11922
16	-0.07611	0.11712	-0.12395	0.18709
17	-0.07735	0.12596	-0.12596	0.20139
18	-0.04265	0.04325	-0.06970	0.06729
19	0.00926	-0.01949	0.01949	-0.04050
20	-0.00924	0.00771	-0.02044	0.01819
21	-0.00376	0.00789	-0.00789	0.01860
22	-0.00584	0.00679	-0.01363	0.01556
23	-0.00316	0.00422	-0.00422	0.00653
24	-0.00386	0.00476	-0.01128	0.01203
25	-0.00351	0.00449	-0.00449	0.00674

物体位置を無限遠に設定した場合の近軸追跡値を表 9.40 と表 9.41 に記載した.

Table 9.40 高解像度広角レンズの近軸追跡値. 物体位置を無限遠に設定した場合

作用	面番号	α	h	$\bar{\alpha}$	\bar{h}
	初期値	0.00000	1.00002	-0.99998	-1.33041
屈折	1	0.00000	1.00002	-0.99998	-1.33041
転送		0.00000	1.00002	-0.99998	-1.28330
屈折	2	0.00000	1.00002	-0.99998	-1.28330
転送		0.00000	1.00002	-0.99998	-1.21187
屈折	3	0.21039	1.00002	-1.25494	-1.21187
転送		0.21039	0.98696	-1.25494	-1.13400
屈折	4	-0.30033	0.98696	-0.66814	-1.13400
転送		-0.30033	1.11577	-0.66814	-0.84744
屈折	5	-0.40450	1.11577	-0.58902	-0.84744
転送		-0.40450	1.13990	-0.58902	-0.81231
屈折	6	-0.89109	1.13990	-0.24227	-0.81231
転送		-0.89109	1.73283	-0.24227	-0.65110
屈折	7	0.15956	1.73283	-0.63705	-0.65110
転送		0.15956	1.70788	-0.63705	-0.55150
屈折	8	0.21010	1.70788	-0.65336	-0.55150
転送		0.21010	1.57827	-0.65336	-0.14842
屈折	9	-0.51191	1.57827	-0.58546	-0.14842
転送		-0.51191	1.59305	-0.58546	-0.13151
屈折	10	-1.00534	1.59305	-0.54473	-0.13151
転送		-1.00534	1.74228	-0.54473	-0.05066
屈折	11	-0.33115	1.74228	-0.56433	-0.05066
転送		-0.33115	1.77201	-0.56433	0.00000
屈折	12	-0.33115	1.77201	-0.56433	0.00000
転送		-0.33115	1.79572	-0.56433	0.04041
屈折	13	0.82024	1.79572	-0.53842	0.04041
転送		0.82024	1.67231	-0.53842	0.12141
屈折	14	1.29912	1.67231	-0.50366	0.12141
転送		1.29912	1.39911	-0.50366	0.22733
屈折	15	0.52384	1.39911	-0.62962	0.22733
転送		0.52384	1.37649	-0.62962	0.25452
屈折	16	0.39249	1.37649	-0.65391	0.25452
転送		0.39249	1.30400	-0.65391	0.37530
屈折	17	0.19413	1.30400	-0.71100	0.37530
転送		0.19413	1.30296	-0.71100	0.37911
屈折	18	1.16469	1.30296	-0.42861	0.37911
転送		1.16469	1.13640	-0.42861	0.44040

Table 9.41 高解像度広角レンズの近軸追跡値の続き．物体位置を無限遠に設定した場合

作用	面番号	α	h	$\bar{\alpha}$	\bar{h}
屈折	19	1.41614	1.13640	-0.33116	0.44040
転送		1.41614	0.66569	-0.33116	0.55047
屈折	20	0.91335	0.66569	-0.74692	0.55047
転送		0.91335	0.61639	-0.74692	0.59079
屈折	21	0.82848	0.61639	-0.82827	0.59079
転送		0.82848	0.49762	-0.82827	0.70954
屈折	22	0.95762	0.49762	-0.64414	0.70954
転送		0.95762	0.36620	-0.64414	0.79794
屈折	23	1.00000	0.36620	-0.55179	0.79794
転送		1.00000	0.10691	-0.55179	0.94101
屈折	24	1.00000	0.10691	-0.55179	0.94101
転送		1.00000	0.05344	-0.55179	0.97051
屈折	25	1.00000	0.05344	-0.55179	0.97051

高解像度広角レンズの 3 次光線通過点収差係数と 1 次光線基本色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表に示す．式 (4.9) から式 (4.12) に記載した従属な 3 次光線通過点収差係数を含め，全ての 3 次光線通過点収差係数を掲載した．

物体位置を無限遠に設定した場合の，物体結像の 3 次収差係数の第 1 光学面からの累積値を表 9.42 に記載した．また，瞳結像の 3 次収差係数の第 1 光学面からの累積値を表 9.43 に記載した．1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.44 に記載した．

Table 9.42 高解像度広角レンズの物体結像の3次収差係数の第1光学面から最終光学面までの累積値．物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.28253
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	-0.01169	-0.02041	-0.01021	-0.09095	-0.00892	-0.07166
4	0.41367	-0.40924	-0.20462	0.26660	0.07994	-0.19447
5	0.41312	-0.41928	-0.20964	0.20627	0.03418	-0.32737
6	1.82954	-1.10913	-0.55457	0.51684	0.11818	-0.38255
7	-1.82176	-0.35285	-0.17643	0.27507	0.07902	-0.36156
8	-1.83189	-0.30224	-0.15112	0.14065	0.01580	-0.18373
9	-1.51680	-0.74006	-0.37003	0.56815	0.16789	-0.37507
10	1.68149	-0.27373	-0.13686	0.65449	0.18489	-0.37002
11	1.64571	-0.22042	-0.11021	0.49348	0.16503	-0.26484
12	1.64571	-0.22042	-0.11021	0.49348	0.16503	-0.26484
13	-1.36585	-1.83646	-0.91823	-0.14109	-0.05177	-0.37693
14	-4.98022	-0.30647	-0.15323	-0.55467	-0.21368	-0.32366
15	-0.19774	-1.50414	-0.75207	-0.23720	-0.13870	-0.35402
16	0.05889	-1.29144	-0.64572	-0.13097	-0.09463	-0.32826
17	0.05838	-1.29728	-0.64864	-0.11716	-0.11156	-0.14995
18	-0.04872	-1.52287	-0.76144	-0.56073	-0.23035	-0.49200
19	-1.84549	-1.08480	-0.54240	-0.67532	-0.25705	-0.48128
20	-0.12591	-0.60554	-0.30277	-0.38024	-0.22366	-0.44481
21	0.05205	0.08122	0.04061	-0.15160	-0.13016	-0.09070
22	0.09412	-0.07531	-0.03765	0.05825	0.01544	-0.21025
23	-0.03692	0.02173	0.01086	-0.01395	-0.00252	-0.19016
24	-0.00671	-0.01161	-0.00580	0.00444	0.00667	-0.19524
25	-0.02181	0.00506	0.00253	-0.00475	0.00208	-0.19270

Table 9.43 高解像度広角レンズの瞳結像の3次収差係数の第1光学面から最終光学面までの累積値。物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.37587
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.01331
3	0.02090	-0.05486	-0.03660	-0.04792	-0.09584	-0.05517
4	0.24972	0.02039	-0.06594	-0.08231	-0.16462	-0.03945
5	0.24615	0.01897	-0.09995	-0.09520	-0.19040	-0.15700
6	0.95158	-0.01024	-0.30095	-0.08809	-0.17618	-0.15873
7	0.18013	-0.09379	-0.30461	-0.07943	-0.15887	-0.15963
8	0.17319	-0.08444	-0.27792	-0.10281	-0.20561	-0.10125
9	0.40812	-0.12433	-0.48103	-0.07509	-0.15018	-0.12050
10	0.33545	-0.07728	-0.43928	-0.07166	-0.14332	-0.12025
11	0.16504	-0.07158	-0.30660	-0.07591	-0.15182	-0.11709
12	0.16504	-0.07158	-0.30660	-0.07591	-0.15182	-0.11709
13	1.05042	-0.03500	-0.03246	-0.06609	-0.13219	-0.11446
14	0.99708	-0.11347	-0.09964	-0.04949	-0.09897	-0.11797
15	0.80222	0.07843	0.11666	-0.07351	-0.14703	-0.11496
16	0.67599	0.04420	0.03011	-0.08770	-0.17540	-0.12084
17	0.66748	0.04255	-0.02086	-0.09727	-0.19453	-0.17632
18	0.96891	0.15400	0.40803	0.02011	0.04022	-0.05270
19	1.54512	0.02257	0.20636	0.03613	0.07227	-0.05465
20	0.45522	0.09899	0.13090	0.04678	0.09357	-0.05317
21	0.30258	-0.21295	-0.53460	-0.06626	-0.13252	-0.41502
22	0.21784	-0.13664	-0.30065	-0.20821	-0.41642	-0.15096
23	0.48914	-0.27337	-0.53784	-0.15758	-0.31517	-0.16970
24	0.22326	-0.12667	-0.24443	-0.23853	-0.47707	-0.12504
25	0.49747	-0.27797	-0.54704	-0.15505	-0.31009	-0.17110

Table 9.44 高解像度広角レンズの 1 次光線通過点色収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	L_η	T_ζ	T_η^r	L_ζ^r
1	0.00000	-0.00652	0.00000	-0.00867
2	0.00000	0.00000	0.00000	-0.00031
3	-0.00189	-0.00165	-0.00229	-0.00231
4	0.00381	-0.00426	0.00426	-0.00530
5	0.00330	-0.00889	0.00387	-0.00882
6	0.01399	-0.01149	0.01149	-0.01067
7	-0.07647	-0.00212	-0.02250	-0.00715
8	-0.08779	0.02616	-0.02616	0.00198
9	-0.04680	-0.00232	-0.02230	-0.00070
10	0.06761	0.00602	-0.01286	-0.00001
11	0.05807	0.01313	-0.01313	0.00020
12	0.05807	0.01313	-0.01313	0.00020
13	0.03026	0.00567	-0.01251	0.00036
14	0.00621	0.01076	-0.01076	-0.00001
15	0.05045	0.00522	-0.01795	0.00089
16	0.07611	0.01586	-0.02270	-0.00107
17	0.07735	0.02305	-0.02305	-0.00314
18	0.04265	-0.01349	-0.01296	0.00749
19	-0.00926	-0.00716	0.00716	0.00504
20	0.00924	-0.00458	-0.00814	0.00290
21	0.00376	0.00289	-0.00289	-0.00426
22	0.00584	-0.00098	-0.00585	0.00126
23	0.00316	0.00001	-0.00001	-0.00090
24	0.00386	-0.00037	-0.00614	0.00248
25	0.00351	-0.00018	0.00018	-0.00101

高解像度広角レンズの 3 次光線基本収差係数と 1 次光線基本色収差係数の面固有値を表に示す. 式 (4.35) から式 (4.38) に記載した従属な 3 次光線基本収差係数を含め, 全ての 3 次光線基本収差係数を掲載した.

光線傾角の 3 次収差係数の面固有値を表 9.45 に記載した. また, 光線高さの 3 次収差係数の面固有値を表 9.46 に記載した. 1 次光線基本色収差係数の面固有値を表 9.47 に記載した.

Table 9.45 高解像度広角レンズの光線傾角の3次収差係数. 面固有値

面番号	$I_l^{\alpha(3)}$	$II_\tau^{\alpha(3)}$	$III_{2l-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_l^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-l}^{\alpha(3)}$	$V_\tau^{\alpha(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.28254
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.28254
3	0.01168	-0.04873	-0.02437	0.17475	0.05082	-0.25845
4	-0.74498	0.87807	0.43903	-0.69729	-0.25873	0.25845
5	-0.00074	-0.00783	-0.00391	-0.07285	-0.02083	-0.27689
6	-0.35284	0.54884	0.27442	-0.56944	-0.21343	0.27689
7	0.04434	-0.12502	-0.06251	0.33969	0.08812	-0.35466
8	0.00006	0.00190	0.00095	0.03757	0.01479	0.35466
9	-0.01904	-0.07117	-0.03558	-0.25630	-0.06649	-0.35466
10	-0.29814	0.26941	0.13470	-0.17406	-0.06086	0.05114
11	0.20809	0.40130	0.20065	0.50825	0.19348	0.30352
12	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.14619	-0.27143	-0.13571	0.45294	0.12598	-0.30352
14	0.08433	0.21976	0.10988	0.37611	0.14318	0.30352
15	-0.07267	-0.17156	-0.08578	-0.37002	-0.10126	-0.31726
16	-0.13467	0.10050	0.05025	-0.05558	-0.01875	0.01374
17	-0.01264	0.06202	0.03101	-0.19980	-0.07606	0.30352
18	0.09681	-0.21004	-0.10502	0.43384	0.11393	-0.34706
19	0.02712	0.10955	0.05477	0.28245	0.11063	0.34706
20	-0.18402	-0.31874	-0.15937	-0.50435	-0.13802	-0.31726
21	-1.75673	0.04794	0.02397	-0.17931	-0.06884	0.31726
22	0.00969	-0.04446	-0.02223	0.18332	0.05099	-0.30352
23	0.00557	0.03590	0.01795	0.15201	0.05787	0.30352
24	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.28254
25	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.28254

Table 9.46 高解像度広角レンズの光線高さの3次収差係数. 面固有値

面番号	$V_l^{h(3)}$	$IV_{2l-\tau}^{h(3)}$	$IV_{\tau}^{h(3)}$	$II_{2\tau-l}^{h(3)}$	$II_l^{h(3)}$	$I_{\tau}^{h(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.03506	0.00000	-0.07311	0.00000	0.00000	0.00000
4	-0.30515	0.00000	0.17983	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.00586	0.00000	0.03118	0.00000	0.00000	0.00000
6	-0.18331	0.00000	0.14257	0.00000	0.00000	0.00000
7	0.11594	0.00000	-0.16345	0.00000	0.00000	0.00000
8	-0.00051	0.00000	-0.00798	0.00000	0.00000	0.00000
9	0.06600	0.00000	0.12332	0.00000	0.00000	0.00000
10	-0.11585	0.00000	0.05234	0.00000	0.00000	0.00000
11	-0.12578	0.00000	-0.12129	0.00000	0.00000	0.00000
12	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.21649	0.00000	-0.20097	0.00000	0.00000	0.00000
14	-0.06888	0.00000	-0.08975	0.00000	0.00000	0.00000
15	0.14189	0.00000	0.16750	0.00000	0.00000	0.00000
16	-0.04846	0.00000	0.01808	0.00000	0.00000	0.00000
17	-0.01944	0.00000	0.04768	0.00000	0.00000	0.00000
18	0.18988	0.00000	-0.20599	0.00000	0.00000	0.00000
19	-0.03029	0.00000	-0.06119	0.00000	0.00000	0.00000
20	0.26361	0.00000	0.22830	0.00000	0.00000	0.00000
21	-0.01449	0.00000	0.04162	0.00000	0.00000	0.00000
22	0.03546	0.00000	-0.08134	0.00000	0.00000	0.00000
23	-0.01125	0.00000	-0.03628	0.00000	0.00000	0.00000
24	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
25	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.47 高解像度広角レンズの 1 次光線基本色収差係数，面固有値

面番号	L_l^α	T_τ^α	T_l^h	L_τ^h
1	0.00000	-0.00652	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00652	0.00000	0.00000
3	0.00189	-0.00394	0.00000	0.00000
4	-0.00669	0.00394	0.00000	0.00000
5	-0.00094	-0.00502	0.00000	0.00000
6	-0.00645	0.00502	0.00000	0.00000
7	0.01746	-0.02462	0.00000	0.00000
8	0.00158	0.02462	0.00000	0.00000
9	-0.01318	-0.02462	0.00000	0.00000
10	-0.03937	0.01779	0.00000	0.00000
11	0.00709	0.00684	0.00000	0.00000
12	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.00736	-0.00684	0.00000	0.00000
14	0.00525	0.00684	0.00000	0.00000
15	-0.01078	-0.01273	0.00000	0.00000
16	-0.01579	0.00589	0.00000	0.00000
17	-0.00279	0.00684	0.00000	0.00000
18	0.02438	-0.02645	0.00000	0.00000
19	0.01309	0.02645	0.00000	0.00000
20	-0.01469	-0.01273	0.00000	0.00000
21	-0.00443	0.01273	0.00000	0.00000
22	0.00298	-0.00684	0.00000	0.00000
23	0.00212	0.00684	0.00000	0.00000
24	0.00000	-0.00652	0.00000	0.00000
25	0.00000	0.00652	0.00000	0.00000

高解像度広角レンズの 3 次光線通過点収差係数と 1 次光線通過点色収差係数の面固有値を表に示す．式 (4.9) から式 (4.12) に記載した従属な 3 次光線通過点収差係数を含め，全ての 3 次光線通過点収差係数を記載した．

物体位置を無限遠に設定した場合の物体結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.48 に記載した．また，瞳結像の 3 次収差係数の面固有値を表 9.49 に記載した．1 次光線通過点色収差係数の面固有値を表 9.50 に記載した．

Table 9.48 高解像度広角レンズの物体結像の3次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$III_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.28253
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.28253
3	-0.01169	-0.02041	-0.01021	-0.09095	-0.00892	-0.07166
4	0.42536	-0.38883	-0.19441	0.35755	0.08886	-0.12281
5	-0.00055	-0.01004	-0.00502	-0.06033	-0.04576	-0.13291
6	1.41642	-0.68985	-0.34493	0.31057	0.08400	-0.05517
7	-3.65130	0.75628	0.37814	-0.24177	-0.03916	0.02098
8	-0.01013	0.05062	0.02531	-0.13441	-0.06322	0.17783
9	0.31509	-0.43782	-0.21891	0.42750	0.15209	-0.19134
10	3.19828	0.46633	0.23317	0.08634	0.01700	0.00506
11	-0.03577	0.05331	0.02666	-0.16101	-0.01986	0.10518
12	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	-3.01156	-1.61604	-0.80802	-0.63457	-0.21680	-0.11209
14	-3.61437	1.52999	0.76499	-0.41358	-0.16191	0.05327
15	4.78248	-1.19768	-0.59884	0.31746	0.07498	-0.03036
16	0.25662	0.21270	0.10635	0.10623	0.04408	0.02576
17	-0.00050	-0.00584	-0.00292	0.01381	-0.01693	0.17831
18	-0.10710	-0.22559	-0.11280	-0.44357	-0.11879	-0.34204
19	-1.79677	0.43808	0.21904	-0.11459	-0.02670	0.01071
20	1.71958	0.47925	0.23963	0.29509	0.03339	0.03647
21	0.17795	0.68677	0.34338	0.22863	0.09351	0.35411
22	0.04207	-0.15653	-0.07827	0.20986	0.14560	-0.11954
23	-0.13104	0.09704	0.04852	-0.07221	-0.01797	0.02008
24	0.03021	-0.03333	-0.01667	0.01839	0.00920	-0.00507
25	-0.01510	0.01666	0.00833	-0.00920	-0.00460	0.00254

Table 9.49 高解像度広角レンズの瞳結像の3次収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.37587
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.36256
3	0.02090	-0.05486	-0.03660	-0.04792	-0.09584	-0.04186
4	0.22882	0.07525	-0.02934	-0.03439	-0.06878	0.01572
5	-0.00357	-0.00141	-0.03401	-0.01289	-0.02578	-0.11755
6	0.70544	-0.02921	-0.20100	0.00711	0.01423	-0.00173
7	-0.77145	-0.08355	-0.00366	0.00865	0.01731	-0.00090
8	-0.00694	0.00936	0.02669	-0.02337	-0.04674	0.05838
9	0.23493	-0.03989	-0.20311	0.02772	0.05543	-0.01926
10	-0.07266	0.04705	0.04175	0.00343	0.00686	0.00025
11	-0.17041	0.00570	0.13269	-0.00425	-0.00849	0.00316
12	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.88538	0.03658	0.27413	0.00982	0.01963	0.00263
14	-0.05334	-0.07846	-0.06718	0.01661	0.03321	-0.00351
15	-0.19487	0.19190	0.21630	-0.02403	-0.04806	0.00301
16	-0.12623	-0.03423	-0.08654	-0.01419	-0.02837	-0.00588
17	-0.00851	-0.00165	-0.05098	-0.00957	-0.01913	-0.05547
18	0.30142	0.11145	0.42890	0.11738	0.23476	0.12362
19	0.57622	-0.13143	-0.20168	0.01602	0.03205	-0.00195
20	-1.08991	0.07642	-0.07546	0.01065	0.02130	0.00148
21	-0.15264	-0.31194	-0.66550	-0.11305	-0.22609	-0.36185
22	-0.08474	0.07630	0.23395	-0.14195	-0.28390	0.26407
23	0.27130	-0.13673	-0.23718	0.05063	0.10125	-0.01875
24	-0.26587	0.14670	0.29341	-0.08095	-0.16190	0.04467
25	0.27421	-0.15130	-0.30261	0.08349	0.16698	-0.04607

Table 9.50 高解像度広角レンズの1次光線通過点色収差係数の面固有値. 物体位置を無限遠に設定した場合

面番号	L_η	T_ζ	T_η^r	L_ζ^r
1	0.00000	-0.00652	0.00000	-0.00867
2	0.00000	0.00652	0.00000	0.00836
3	-0.00189	-0.00165	-0.00229	-0.00200
4	0.00570	-0.00260	0.00655	-0.00299
5	-0.00051	-0.00463	-0.00039	-0.00352
6	0.01069	-0.00260	0.00762	-0.00186
7	-0.09046	0.00937	-0.03399	0.00352
8	-0.01132	0.02828	-0.00366	0.00913
9	0.04099	-0.02848	0.00385	-0.00268
10	0.11441	0.00834	0.00945	0.00069
11	-0.00955	0.00711	-0.00028	0.00021
12	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	-0.02781	-0.00746	0.00063	0.00017
14	-0.02405	0.00509	0.00175	-0.00037
15	0.04424	-0.00554	-0.00719	0.00090
16	0.02567	0.01064	-0.00475	-0.00197
17	0.00124	0.00719	-0.00036	-0.00207
18	-0.03470	-0.03654	0.01010	0.01063
19	-0.05192	0.00633	0.02012	-0.00245
20	0.01851	0.00258	-0.01530	-0.00213
21	-0.00548	0.00747	0.00525	-0.00716
22	0.00208	-0.00387	-0.00297	0.00552
23	-0.00268	0.00099	0.00584	-0.00216
24	0.00070	-0.00038	-0.00613	0.00338
25	-0.00035	0.00019	0.00633	-0.00349

物体位置を無限遠に設定したときの，高解像度広角レンズ全系の3次光線基本収差係数の線形変換形式を以下に示す．線形変換形式は式(4.92)を用いた．

$$\begin{bmatrix} -0.022 \\ 0.003 \\ 0.002 \\ -0.009 \\ -0.193 \\ -0.171 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 1.330 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -1.770 & -2.661 & -1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.355 & 5.310 & 3.991 & -1.330 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 3.133 & 9.419 & 10.620 & -3.540 & 5.321 & -1.000 & 1.676 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.022 \\ -0.026 \\ 0.030 \\ -0.009 \\ -0.234 \\ 0.767 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9.7)$$

式(9.7)と式(9.3)に示した，高解像度広角レンズとガウスレンズの光線基本収差係数ベクトルを比較する．高解像度広角レンズは，光線傾角の球面収差，コマ収差，非点収差，光線高さの球面収差の各収差係数がガウス型レンズより小さく，良好に収差補正されていることがわかる．ペッツ

バール係数も良好に補正されている．一方で，光線傾角の歪曲の収差係数はガウス型レンズより補正されていない．

この傾向は物体結像で発生する収差係数にも反映されている．高解像度広角レンズは，物体結像の球面収差，コマ収差，非点収差，瞳結像の球面収差の各収差係数がガウス型レンズより小さく，良好に収差補正されている．しかし，物体結像の歪曲の収差係数はガウス型レンズより補正されていない．

このような結果になった理由は，高解像度広角レンズが，近年のセンサーの多画素化に対応するために，高い空間周波数まで解像するように設計された光学系だからである．一方で歪曲は画像処理で補正することを考慮して，光学系で補正しすぎない方針で設計されている．このように，光線基本収差係数を用いた収差解析により，設計思想も読み取れる．光線基本収差係数も含めた収差解析は，従来の光線通過点収差係数のみでは実現できない収差解析方法である．

9.2 Off-Axial 光学系の 1 次，2 次，3 次収差解析

9.2.1 等倍 2 枚球面鏡系

等倍 2 枚球面鏡系はフラットパネルディスプレイを製造するための露光光学系の基本構成として知られている．その歴史は，A.Offner が 2 枚の球面鏡を用いただけで，中心軸外の特定像点に対して，ほとんど無収差の結像を行うことができることを見出したことが始まりである [47]．

等倍 2 枚球面鏡系の収差解析について，A.P.Grammatin と A.Suzuki による研究が知られている [48–50]．A.P.Grammatin は等倍 2 枚球面鏡系の持つ対称性に着目し，テレセントリックな条件で物体結像の非点収差が補正される性質が存在することを指摘した．A.Suzuki は等倍 2 枚球面鏡系の光線トレースを解析的に実施することで，メリジオナル結像の定量的な解析を行った．これらの研究により，等倍 2 枚球面鏡系の持つ収差特性は知られることになった．

ここでは，これまでに導出した光学系の光線変換特性に基づく収差論を使って，等倍 2 枚球面鏡系の収差特性を解析する．等倍 2 枚球面鏡系は基準軸の取り方によって最も基本的な Off-Axial 光学系と捉えることができ，数値解析例として適している．

図 9.4 に等倍 2 枚球面鏡系の x-y 断面光路図を示す．表 9.51 に RDNA データと近軸量を示す．数値の見やすさのために RDNA データに $\frac{1}{100}$ を掛けている．

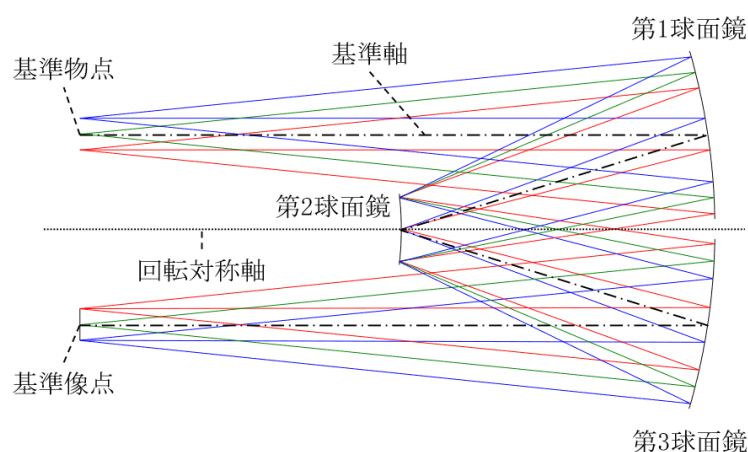


Fig. 9.4 等倍 2 枚球面鏡系の x-y 断面光路図

Table 9.51 等倍 2 枚球面鏡系の RDNA データと近軸量

面番号	R			D	N		A	
	a	b	ω		N_d	N_g	θ	ψ
1	-2.00000	-2.00000	0.00000	-1.01144	-1.00000	-1.00000	-8.62693	
STO	-1.01144	-1.01144	0.00000	1.01144	1.00000	1.00000	17.25385	0.00000
3	-2.00000	-2.00000	0.00000		-1.00000	-1.00000	-8.62693	0.00000

Fno 5.0

焦点距離 f 無限遠入射瞳位置 t_1 無限遠射出瞳位置 t_k 無限遠物体距離 s_1 -1.97737像点距離 s_k -1.97737近軸倍率 β -1.0瞳倍率 β_p 0.92072

全系の共役ガウス行列

A	B	C	D
-----	-----	-----	-----

-100000	-3.95474	0.00000	-1.00000
---------	----------	---------	----------

等倍 2 枚球面鏡系の光線基本収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表に示す.

- 式 (5.83) に示した, デフォーカスと拡縮の 1 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.52 に記載した.
- 式 (5.84) に示した, 軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.53 に記載した.
- 式 (6.239) に示した, ξ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.54 に記載した.
- 式 (6.240) に示した, $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.55 に記載した.
- 式 (6.241) に示した, $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.56 に記載した.
- 式 (7.553) に示した, 共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.57 に記載した.
- 式 (7.554) に示した, $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.58 に記載した.
- 式 (7.555) に示した, $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.59 に記載した.
- 式 (7.556) に示した, $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.60 に記載した.

Table 9.52 等倍 2 枚球面鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_l^{\alpha(1)}$	$V_\tau^{\alpha(1)}$	$V_l^{h(1)}$	$I_\tau^{h(1)}$
1	0.01138	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.01138	0.00000	0.00212	0.09317
3	0.02383	0.04712	-0.04712	-0.09317

Table 9.53 等倍 2 枚球面鏡系の軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{l+2\xi}^{\alpha(1)}$	$V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)}$	$V_{l+2\xi}^{h(1)}$	$I_{\tau+2\xi}^{h(1)}$
1	0.01138	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.01138	0.00000	0.00212	0.09317
3	0.02383	0.04712	-0.04712	-0.09317

Table 9.54 等倍 2 枚球面鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_\xi^{\alpha(2)}$	$IV_{l-\tau+\xi}^{\alpha(2)}$	$IV_{\tau-l+\xi}^{\alpha(2)}$	$V_\xi^{\alpha(2)}$	$V_\xi^{h(2)}$	$IV_{\tau-l+\xi}^{h(2)}$	$IV_{l-\tau+\xi}^{h(2)}$	$II_\xi^{h(2)}$
1	0.07629	0.15086	0.00086	0.00000	-0.00086	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.07621	0.14379	0.00054	-0.01431	0.02126	0.63759	-0.05710	1.28683
3	0.16735	0.33092	0.33092	0.65078	-0.33075	-0.65044	0.65044	-1.27203

Table 9.55 等倍 2 枚球面鏡系の $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2l+\xi}^{\alpha(2)}$	$IV_{l+\tau+\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2l+\xi}^{h(2)}$	$IV_{l+\tau+\xi}^{h(2)}$	$II_{2\tau+\xi}^{h(2)}$
1	0.03729	0.00086	0.00000	-0.07543	0.00000	0.00000
2	0.03725	-0.00621	-0.30376	-0.06453	0.04312	0.61578
3	0.08368	0.33092	0.32539	-0.16538	-0.65044	-0.63601

Table 9.56 等倍 2 枚球面鏡系の $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)}$	$IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2\iota+3\xi}^{h(2)}$	$IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)}$	$II_{2\tau+3\xi}^{h(2)}$
1	0.00107	0.00086	0.00000	-0.00043	0.00000	0.00000
2	0.00103	0.00054	-0.00715	0.00372	0.03040	0.05692
3	0.00424	0.01678	0.01481	-0.00831	-0.02928	-0.02188

Table 9.57 等倍 2 枚球面鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\iota}^{\alpha(3)}$	$II_{\tau}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_{\iota}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)}$	$V_{\tau}^{\alpha(3)}$
1	0.13226	0.51743	0.25584	0.51154	0.50010	0.00000
2	0.13166	0.47939	0.26507	1.44400	0.42826	1.81081
3	0.32391	1.28157	0.64078	2.52207	1.25508	2.45678

面番号	$V_{\iota}^{h(3)}$	$IV_{2\iota-\tau}^{h(3)}$	$IV_{\tau}^{h(3)}$	$II_{2\tau-\iota}^{h(3)}$	$II_{\iota}^{h(3)}$	$I_{\tau}^{h(3)}$
1	0.24433	-0.00007	0.48852	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.33712	1.17803	1.93800	2.49941	4.88573	5.00030
3	-0.63842	-1.23849	-2.48889	-2.40044	-4.80088	-4.60238

Table 9.58 等倍 2 枚球面鏡系の $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$
1	0.01082	0.01455	0.02140	0.01720	0.00007	0.00000
2	0.01036	0.02227	0.01953	0.05101	-0.02734	-0.01331
3	0.04499	0.17850	0.08925	0.35281	0.15853	0.31207

面番号	$V_{\iota+2\xi}^{h(3)}$	$IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)}$	$IV_{\tau+2\xi}^{h(3)}$	$II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)}$	$II_{\iota+2\xi}^{h(3)}$	$I_{\tau+2\xi}^{h(3)}$
1	0.00132	-0.00291	-0.00013	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.05890	0.13608	0.37193	0.59721	0.78932	1.14108
3	-0.08717	-0.16038	-0.30884	-0.23327	-0.56078	-0.41026

Table 9.59 等倍 2 枚球面鏡系の $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$
1	0.00078	0.01002	0.00575	0.00000
2	0.00063	-0.00256	0.00228	0.04169
3	0.01500	0.08925	0.17045	0.10402

面番号	$V_{3\iota+2\xi}^{h(3)}$	$IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)}$	$II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)}$	$I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}$
1	0.00423	-0.00291	0.00000	0.00000
2	0.01858	0.15186	0.35445	0.20762
3	-0.02906	-0.16038	-0.28039	-0.15228

Table 9.60 等倍 2 枚球面鏡系の $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)}$	$V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)}$
1	0.00009	0.00021	0.00007	0.00000
2	0.00007	-0.00021	-0.00242	-0.00338
3	0.00085	0.00533	0.01046	0.00642

面番号	$V_{3\iota+4\xi}^{h(3)}$	$IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)}$	$II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)}$	$I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}$
1	-0.00002	-0.00007	0.00000	0.00000
2	0.00161	0.01345	0.03659	0.03200
3	-0.00137	-0.00803	-0.01449	-0.00808

入射瞳位置が無限遠にある場合 ($t_1 \rightarrow \infty$), 式 (9.1) の近軸追跡初期値は以下のように与えればよい.

$$\alpha_1 = \beta, \quad h_1 = \frac{S_1}{N_1}\beta, \quad \bar{\alpha}_1 = 0, \quad \bar{h}_1 = \frac{1}{\beta} \quad (9.8)$$

物体位置を $s_1 = -1.97737$ に設定した場合の近軸追跡値を表 9.61 に記載した.

Table 9.61 等倍 2 枚球面鏡系の近軸追跡値

作用	面番号	α	h	$\bar{\alpha}$	\bar{h}
	初期値	-1.00000	1.97737	0.00000	-1.00000
屈折	1	0.95500	1.97737	-0.98869	-1.00000
転送		0.95500	1.01144	-0.98869	0.00000
屈折	2	-0.95500	1.01144	-0.98869	0.00000
転送		-0.95500	1.97737	-0.98869	1.00000
屈折	3	1.00000	1.97737	0.00000	1.00000

等倍 2 枚球面鏡系の光線通過点収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表に示す。

- 式 (5.83) に示した、デフォーカスと拡縮の 1 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.62 に記載した。
- 式 (5.84) に示した、軸上非点 ($0-90^\circ$) とアナモフィック倍率 ($0-90^\circ$) の 1 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.63 に記載した。
- 式 (6.239) に示した、 ξ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.64 に記載した。
- 式 (6.240) に示した、 $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.65 に記載した。
- 式 (6.241) に示した、 $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.66 に記載した。
- 式 (7.553) に示した、共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.67 に記載した。
- 式 (7.554) に示した、 $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.68 に記載した。
- 式 (7.555) に示した、 $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.69 に記載した。
- 式 (7.556) に示した、 $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数の、第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.70 に記載した。

Table 9.62 等倍 2 枚球面鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線通過点収差係数。第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_\eta^{(1)}$	$V_\zeta^{(1)}$	$V_\eta^{r(1)}$	$I_\zeta^{r(1)}$
1	-0.04449	0.02250	-0.02250	0.01138
2	0.04449	0.02462	-0.02250	0.01138
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.02383

Table 9.63 等倍 2 枚球面鏡系の軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\eta+2\xi}^{(1)}$	$V_{\zeta+2\xi}^{(1)}$	$V_{\eta+2\xi}^{r(1)}$	$I_{\zeta+2\xi}^{r(1)}$
1	-0.04449	0.02250	-0.02250	0.01138
2	0.04449	0.02462	-0.02250	0.01138
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.02383

Table 9.64 等倍 2 枚球面鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{\xi}^{(2)}$	$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)}$	$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)}$	$V_{\xi}^{(2)}$	$V_{\xi}^{r(2)}$	$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{r(2)}$	$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{r(2)}$	$II_{\xi}^{r(2)}$
1	0.00675	0.00171	0.29490	-0.15000	0.00171	0.15000	0.00000	-0.07629
2	0.00707	0.00139	-0.29863	-0.17196	0.00171	0.15016	0.00691	-0.07621
3	0.00000	0.00357	-0.00357	-0.00017	0.00357	0.00000	0.00000	-0.16735

Table 9.65 等倍 2 枚球面鏡系の $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2\eta+\xi}^{(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)}$	$V_{2\zeta+\xi}^{(2)}$	$V_{2\eta+\xi}^{r(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{r(2)}$	$II_{2\zeta+\xi}^{r(2)}$
1	0.00997	-0.00838	0.00169	-0.14411	0.14662	-0.03729
2	0.01013	0.00528	-0.00913	0.14582	0.15353	-0.03725
3	0.00000	-0.00357	-0.00009	0.00179	0.00000	-0.08368

Table 9.66 等倍 2 枚球面鏡系の $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2\eta+3\xi}^{(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)}$	$V_{2\zeta+3\xi}^{(2)}$	$V_{2\eta+3\xi}^{r(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{r(2)}$	$II_{2\zeta+3\xi}^{r(2)}$
1	-0.00322	0.00497	-0.00169	-0.00248	0.00337	-0.00107
2	-0.00306	-0.00869	-0.00576	0.00419	0.00353	-0.00103
3	0.00000	-0.00357	-0.00009	0.00179	0.00000	-0.00424

Table 9.67 等倍 2 枚球面鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	0.02185	-0.02224	-0.02237	-0.48885	-0.49444	0.50585
2	-0.02259	-0.02502	-0.02424	0.52314	0.52078	0.59746
3	-0.00080	-0.00003	-0.00001	0.03702	0.02447	0.00208

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	0.00050	-0.00591	-0.48910	-0.00569	-0.00563	0.13226
2	0.00155	-0.00488	0.47736	0.00473	-0.04128	0.13166
3	0.00000	-0.01255	-0.01319	0.00028	0.00057	0.32391

Table 9.68 等倍 2 枚球面鏡系の Azm + 2ξ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\eta+2\xi}^{(3)}$	$II_{\zeta+2\xi}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta+2\xi}^{(3)}$	$IV_{\eta+2\xi}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta+2\xi}^{(3)}$	$V_{\zeta+2\xi}^{(3)}$
1	0.02285	-0.00075	0.03236	-0.06124	-0.00553	0.02273
2	-0.02364	-0.00252	0.03099	0.10205	0.01774	0.07938
3	-0.00080	-0.00003	-0.00001	0.03702	0.01255	0.00179

面番号	$V_{\eta+2\xi}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta+2\xi}^{r(3)}$	$IV_{\zeta+2\xi}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta+2\xi}^{r(3)}$	$II_{\eta+2\xi}^{r(3)}$	$I_{\zeta+2\xi}^{r(3)}$
1	0.02275	0.01362	-0.01157	0.00000	-0.02826	0.01082
2	0.02329	-0.03089	0.01069	-0.00094	-0.01868	0.01036
3	0.00000	-0.01851	-0.00127	0.00028	0.00057	0.04499

Table 9.69 等倍 2 枚球面鏡系の $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数．第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\eta+2\xi}^{(3)}$	$II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)}$	$IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)}$	$V_{3\zeta+2\xi}^{(3)}$
1	-0.00112	0.01237	-0.01741	0.00579
2	0.00089	0.01105	0.02916	0.01983
3	-0.00027	-0.00001	0.01255	0.00060

面番号	$V_{3\eta+2\xi}^{r(3)}$	$IV_{2\eta+\zeta+2\xi}^{r(3)}$	$II_{2\zeta+\eta+2\xi}^{r(3)}$	$I_{3\zeta+2\xi}^{r(3)}$
1	0.02175	-0.02468	0.00537	0.00078
2	0.02226	0.01984	-0.00631	0.00063
3	0.00000	-0.00659	0.00028	0.01500

Table 9.70 等倍 2 枚球面鏡系の $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数．第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\eta+4\xi}^{(3)}$	$II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)}$	$IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)}$	$V_{3\zeta+4\xi}^{(3)}$
1	-0.00012	0.00062	-0.00060	0.00016
2	-0.00016	0.00081	0.00264	0.00175
3	-0.00027	-0.00001	0.00064	0.00031

面番号	$V_{3\eta+4\xi}^{r(3)}$	$IV_{2\eta+\zeta+4\xi}^{r(3)}$	$II_{2\zeta+\eta+4\xi}^{r(3)}$	$I_{3\zeta+4\xi}^{r(3)}$
1	0.00001	0.00028	-0.00032	0.00009
2	0.00002	-0.00074	-0.00064	0.00007
3	0.00000	-0.00064	0.00028	0.00085

表 9.53 の面番号 3 を参照すればわかるように，軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線基本収差が発生していることがわかる．一方で，表 9.63 の収差係数 $I_{\eta+2\xi}^{(1)}$ の面番号 3 を参照すればわかるように，物体結像の軸上非点収差 (0-90°) は 0 になっている．

これは等倍 2 枚球面鏡系は物体結像の軸上非点収差を発生させないという，良く知られた収差特性を収差係数で示した結果である．故に，本論文で導出した 1 次収差係数の計算式は正しい数値を算出している．

図 9.5 に回転対称軸における像高を原点としたときの非点収差図を示す．この非点収差図は光線追跡計算により出力している．図 9.5 からメリジオナル像面とサジタル像面が基準像点である像高 30.0mm で交差していることがわかる．これは物体結像の軸上非点収差が発生していないことを示している．また図 9.5 から，良像幅を非点収差が $\pm 0.025\text{mm}$ の範囲内の幅としたとき，等倍 2 枚球面鏡系の良像幅は 3.8mm であることがわかる．基準像点からみてメリジオナル像面は大きく傾

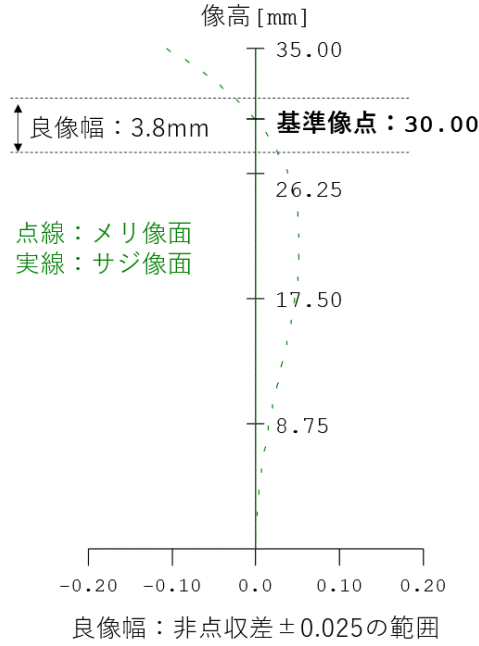


Fig. 9.5 等倍 2 枚球面鏡系の中心軸を原点としたときの非点収差図

いていることにより，良像幅を制限していることがわかる．

式 (5.84) に示した，軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の光学系全系の 1 次光線基本収差係数の線形変換形式を以下に示す．

$$\begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.024 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.910 & 1.977 & -1.977 & 1.000 \\ 1.977 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -1.977 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.024 \\ 0.047 \\ -0.047 \\ -0.093 \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

式 (9.9) の右辺から，軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線基本収差が発生していることがわかる．右辺の 1 次光線基本収差係数ベクトルを，物体位置と入射瞳位置を表わす近軸特性行列で変換すると，物体結像の軸上非点収差係数とアナモフィック倍率収差係数が 0 になることが線形変換形式からわかる．この収差補正構造は，1 次の光線傾角と光線高さの収差は発生しているが，等倍結像となる物体位置を設定することで，物体結像の軸上非点収差係数とアナモフィック倍率収差係数を 0 にしていると解釈できる．光線基本収差係数の線形変換形式は，このような収差補正構造を定量的に把握可能にする．1 次光線基本収差が残存していることから，物体結像の評価面を近軸像面からデフォーカスさせると，その点像は非点収差を有することも理解できる．軸上非点収差を補正できる像点位置は，等倍結像となる物体位置を設定したときのみであるとも言える．

表 9.64 と表 9.65，表 9.66 の 2 次の像面収差係数の面番号 3 を参照すれば以下のことがわかる．

$$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)} + IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)} = -0.00714 \quad (9.10)$$

$$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)} + IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)} = 0.00714 \quad (9.11)$$

式 (9.10) は像高の 1 次に比例してデフォーカスが増大する収差を表し，式 (9.11) は像高の 1 次に比例して 0-90° 方向の非点収差が増大する収差を表わす [16]．式 (9.10) により像面の 1 次の傾き

が発生するが、式 (9.11) の非点収差により、メリジオナル像面の 1 次の傾きが残存し、サジタル像面は像面の傾きを相殺する非点収差によって像面の傾きが発生しないことを示している。これは等倍 2 枚球面鏡系はメリジオナル像面に傾きを持つが、サジタル像面は傾きが発生しないという収差特性を収差係数で示した結果である。故に、本論文で導出した 2 次収差係数の計算式は正しい数値を算出している。図 9.5 の基準像点から見て、メリジオナル像面は 1 次の傾きがあり、サジタル像面は傾きが無いことは非点収差図からも確認できる。

表 9.67 の物体結像の球面収差係数 $I_{\eta}^{(3)}$ の面番号 3 を参照すれば、3 次の球面収差が発生していることがわかる。これは等倍 2 枚球面鏡系はわずかながら球面収差を発生させる特性を表わしている。等倍 2 枚球面鏡系のこの球面収差は光線追跡結果から実際に確かめることができる。故に、本論文で導出した 3 次収差係数の計算式は正しい数値を算出している。

等倍 2 枚球面鏡系の基準軸を図 9.4 のように設定すれば、3 次球面収差は 0 にはならない。一般的に、等倍 2 枚球面鏡系は球面収差が 0 であると言っているのは、基準軸を回転対称軸に設定しているためである。しかしながら、この基準軸設定では第 2 球面鏡に光線が遮られてしまうため、実際の結像には使えない光線であることに注意が必要である。

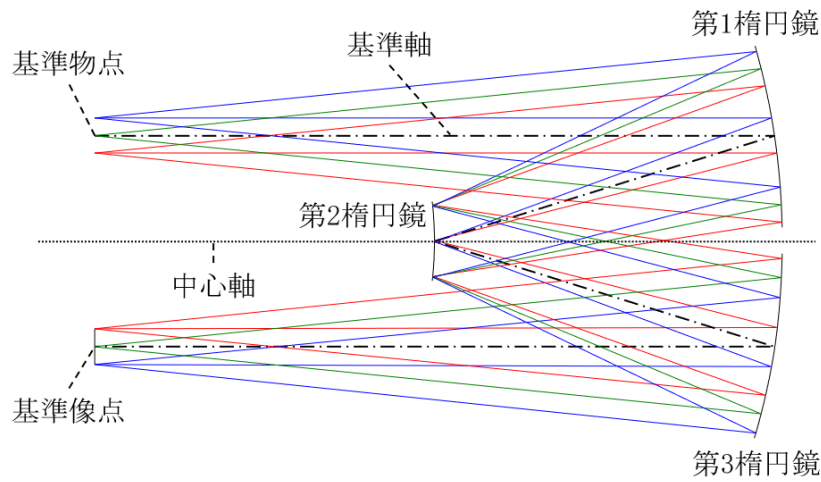
9.2.2 等倍 2 枚楕円鏡系

前項で等倍 2 枚球面鏡系の収差解析例を示した。図 9.4 に示したように、等倍 2 枚球面鏡系の特徴は回転対称軸を持つことである。そのため等倍 2 枚球面鏡系の良像範囲は図 9.5 に示した良像幅を円環状に広げた範囲に形成される。また、式 (9.9) から、物体結像の軸上非点収差は 0 になるものの、光線傾角の軸上非点収差は 0 にならないことが明らかになった。

等倍 2 枚球面鏡系のこのような性質は、フラットパネルディスプレイを製造するための露光光学系のように、物体距離固定の走査露光の目的には適している。一方、2 次元画像を取得するための結像光学系の用途に適しているとは言い難い。このような目的には、共軸回転対称光学系のように、基準軸に対して回転対称な結像特性を持つこと、物体位置に依存せずに物体結像の 1 次収差を無収差にできることが重要である。つまり、1 次光線基本収差係数が 0 になることが重要である。

等倍 2 枚球面鏡系を、基準軸に対して回転対称的な結像特性を有するように変更することを考える。そのために球面鏡を楕円鏡に変更する。楕円鏡は 2 つの焦点を持ち、一方の焦点に物点を置けば、他方の焦点に無収差結像することが知られている。この性質を利用して、等倍 2 枚球面鏡系を楕円鏡に変更しその焦点を適切に設定すれば、基準軸に対して回転対称的な結像が得られると予想される。等倍 2 枚球面鏡系の球面鏡を、楕円鏡に変更した光学系を等倍 2 枚楕円鏡系とする。

図 9.6 に等倍 2 枚楕円鏡系の x-y 断面光路図を示す。表 9.71 に RDNA データと近軸量を示す。数値の見やすさのために RDNA データに $\frac{1}{100}$ を掛けている。



第1, 2, 3楕円鏡の焦点は、基準物点と基準像点に一致するように設計
 \Rightarrow 基準像点で無収差結像かつ基準像点周りで回転対称的な結像特性

Fig. 9.6 等倍2枚楕円鏡系のx-y断面光路図

Table 9.71 等倍2枚楕円鏡系のRDNAデータと近軸量

面番号	R			D	N		A	
	a	b	ω		N_d	N_g	θ	ψ
1	-2.02289	-1.93186	8.62693	-1.01144	-1.00000	-1.00000	8.62693	
STO	-1.01144	-1.01144	-17.25385	1.01144	1.00000	1.00000	-17.25385	0.00000
3	-1.93186	-2.02289	8.62693		-1.00000	-1.00000	8.62693	0.00000

Fno 5.0

焦点距離 f -20.49915

入射瞳位置 t_1 -42.93016

射出瞳位置 t_k -42.93016

物体距離 s_1 -1.93186

像点距離 s_k -1.93186

近軸倍率 β -1.0

瞳倍率 β_p 1.0

全系の共役ガウス行列

A	B	C	D
-1.09424	-4.04577	-0.04878	-1.09424

等倍2枚楕円鏡系の光線基本収差係数の第1光学面から最終光学面までの累積値を表に示す。

- 式 (5.83) に示した、デフォーカスと拡縮の1次光線基本収差係数の、第1光学面から最終光学面までの累積値を表 9.72 に記載した。
- 式 (5.84) に示した、軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の1次光線基本収差係数の、第1光学面から最終光学面までの累積値を表 9.73 に記載した。
- 式 (6.239) に示した、 ξ の属性を持つグループの2次光線基本収差係数の、第1光学面から最終光学面までの累積値を表 9.74 に記載した。

- 式 (6.240) に示した, $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.75 に記載した.
- 式 (6.241) に示した, $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.76 に記載した.
- 式 (7.553) に示した, 共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.77 に記載した.
- 式 (7.554) に示した, $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.78 に記載した.
- 式 (7.555) に示した, $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.79 に記載した.
- 式 (7.556) に示した, $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.80 に記載した.

Table 9.72 等倍 2 枚楕円鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_l^{\alpha(1)}$	$V_\tau^{\alpha(1)}$	$V_l^{h(1)}$	$I_\tau^{h(1)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.73 等倍 2 枚楕円鏡系の軸上非点 ($0-90^\circ$) とアナモフィック倍率 ($0-90^\circ$) の 1 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{l+2\xi}^{\alpha(1)}$	$V_{\tau+2\xi}^{\alpha(1)}$	$V_{l+2\xi}^{h(1)}$	$I_{\tau+2\xi}^{h(1)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.74 等倍 2 枚楕円鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_\xi^{\alpha(2)}$	$IV_{l-\tau+\xi}^{\alpha(2)}$	$IV_{\tau-l+\xi}^{\alpha(2)}$	$V_\xi^{\alpha(2)}$	$V_\xi^{h(2)}$	$IV_{\tau-l+\xi}^{h(2)}$	$IV_{l-\tau+\xi}^{h(2)}$	$II_\xi^{h(2)}$
1	-0.07947	-0.15353	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	-0.07912	-0.15285	0.01515	0.02927	-0.01515	-0.65043	0.02927	-1.25654
3	-0.17428	-0.33669	-0.33669	-0.65043	0.33669	0.65043	-0.65043	1.25654

Table 9.75 等倍 2 枚楕円鏡系の $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2\iota+\xi}^{\alpha(2)}$	$IV_{\iota+\tau+\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2\tau+\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2\iota+\xi}^{h(2)}$	$IV_{\iota+\tau+\xi}^{h(2)}$	$II_{2\tau+\xi}^{h(2)}$
1	-0.03974	0.00000	0.00000	0.07677	0.00000	0.00000
2	-0.03956	0.01515	0.32522	0.07643	-0.02927	-0.62827
3	-0.08714	-0.33669	-0.32522	0.16834	0.65043	0.62827

Table 9.76 等倍 2 枚楕円鏡系の $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2\iota+3\xi}^{\alpha(2)}$	$IV_{\iota+\tau+3\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2\tau+3\xi}^{\alpha(2)}$	$V_{2\iota+3\xi}^{h(2)}$	$IV_{\iota+\tau+3\xi}^{h(2)}$	$II_{2\tau+3\xi}^{h(2)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.77 等倍 2 枚楕円鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\iota}^{\alpha(3)}$	$II_{\tau}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota-\tau}^{\alpha(3)}$	$IV_{\iota}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-\iota}^{\alpha(3)}$	$V_{\tau}^{\alpha(3)}$
1	0.13572	0.52411	0.26205	0.51764	0.50599	0.00000
2	0.13261	0.46040	0.25605	1.38325	0.39452	1.69466
3	0.35299	1.36265	0.68132	2.63014	1.31507	2.53831

面番号	$V_{\iota}^{h(3)}$	$IV_{2\iota-\tau}^{h(3)}$	$IV_{\tau}^{h(3)}$	$II_{2\tau-\iota}^{h(3)}$	$II_{\iota}^{h(3)}$	$I_{\tau}^{h(3)}$
1	0.25000	0.00000	0.49434	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.35593	1.19333	1.99218	2.49827	4.80361	4.82629
3	-0.68013	-1.28838	-2.57676	-2.43963	-4.87925	-4.61769

Table 9.78 等倍 2 枚楕円鏡系の $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota-\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau-\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$V_{\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$
1	0.00773	0.00603	0.01494	0.01165	0.00000	0.00000
2	0.00702	-0.00139	0.01355	-0.00268	-0.05934	-0.11464
3	0.03126	0.11958	0.06039	0.23101	0.10216	0.19736

面番号	$V_{\iota+2\xi}^{h(3)}$	$IV_{2\iota-\tau+2\xi}^{h(3)}$	$IV_{\tau+2\xi}^{h(3)}$	$II_{2\tau-\iota+2\xi}^{h(3)}$	$II_{\iota+2\xi}^{h(3)}$	$I_{\tau+2\xi}^{h(3)}$
1	-0.00301	-0.00582	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.02654	0.05127	0.21855	0.40403	0.42221	0.78052
3	-0.05979	-0.11551	-0.20432	-0.14802	-0.39473	-0.28596

Table 9.79 等倍 2 枚楕円鏡系の $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota+\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau+\iota+2\xi}^{\alpha(3)}$	$V_{3\tau+2\xi}^{\alpha(3)}$
1	-0.00149	0.00301	0.00000	0.00000
2	-0.00209	-0.02400	-0.04993	0.00000
3	0.01042	0.05979	0.10216	0.04934

面番号	$V_{3\iota+2\xi}^{h(3)}$	$IV_{2\iota+\tau+2\xi}^{h(3)}$	$II_{2\tau+\iota+2\xi}^{h(3)}$	$I_{3\tau+2\xi}^{h(3)}$
1	0.00288	-0.00582	0.00000	0.00000
2	0.00404	0.04636	0.09646	0.00000
3	-0.02013	-0.11551	-0.19736	-0.09532

Table 9.80 等倍 2 枚楕円鏡系の $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線基本収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\iota+4\xi}^{\alpha(3)}$	$II_{2\iota+\tau+4\xi}^{\alpha(3)}$	$IV_{2\tau+\iota+4\xi}^{\alpha(3)}$	$V_{3\tau+4\xi}^{\alpha(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

面番号	$V_{3\iota+4\xi}^{h(3)}$	$IV_{2\iota+\tau+4\xi}^{h(3)}$	$II_{2\tau+\iota+4\xi}^{h(3)}$	$I_{3\tau+4\xi}^{h(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

物体位置を $s_1 = -1.93186$ に設定した場合の近軸追跡値を表 9.81 に記載した.

Table 9.81 等倍 2 枚楕円鏡系の近軸追跡値

作用	面番号	α	h	$\bar{\alpha}$	\bar{h}
	初期値	-1.00000	1.93186	0.02439	-1.04712
屈折	1	0.95500	1.93186	-1.03527	-1.04712
転送		0.95500	0.96593	-1.03527	0.00000
屈折	2	-0.95500	0.96593	-1.03527	0.00000
転送		-0.95500	1.93186	-1.03527	1.04712
屈折	3	1.00000	1.93186	0.02439	1.04712

等倍 2 枚楕円鏡系の光線通過点収差係数の第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表に示す.

- 式 (5.83) に示した, デフォーカスと拡縮の 1 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.82 に記載した.
- 式 (5.84) に示した, 軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.83 に記載した.
- 式 (6.239) に示した, ξ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.84 に記載した.
- 式 (6.240) に示した, $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.85 に記載した.
- 式 (6.241) に示した, $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.86 に記載した.
- 式 (7.553) に示した, 共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.87 に記載した.

- 式 (7.554) に示した, $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.88 に記載した.
- 式 (7.555) に示した, $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.89 に記載した.
- 式 (7.556) に示した, $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数の, 第 1 光学面から最終光学面までの累積値を表 9.90 に記載した.

Table 9.82 等倍 2 枚楕円鏡系のデフォーカスと拡縮の 1 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\eta}^{(1)}$	$V_{\zeta}^{(1)}$	$V_{\eta}^{r(1)}$	$I_{\zeta}^{r(1)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.83 等倍 2 枚楕円鏡系の軸上非点 (0-90°) とアナモフィック倍率 (0-90°) の 1 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\eta+2\xi}^{(1)}$	$V_{\zeta+2\xi}^{(1)}$	$V_{\eta+2\xi}^{r(1)}$	$I_{\zeta+2\xi}^{r(1)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.84 等倍 2 枚楕円鏡系の ξ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{\xi}^{(2)}$	$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)}$	$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)}$	$V_{\xi}^{(2)}$	$V_{\xi}^{r(2)}$	$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{r(2)}$	$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{r(2)}$	$II_{\xi}^{r(2)}$
1	0.00000	0.00000	-0.29661	0.16077	0.00000	-0.16077	0.00000	0.08714
2	0.00000	0.00000	0.29661	0.16077	0.00000	-0.16077	0.00000	0.08714
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.17428

Table 9.85 等倍 2 枚楕円鏡系の $2Azm + \xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数.
第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2\eta+\xi}^{(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)}$	$V_{2\zeta+\xi}^{(2)}$	$V_{2\eta+\xi}^{r(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{r(2)}$	$II_{2\zeta+\xi}^{r(2)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.14830	-0.16077	0.04357
2	0.00000	0.00000	0.00000	-0.14830	-0.16077	0.04357
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.08714

Table 9.86 等倍 2 枚楕円鏡系の $2Azm + 3\xi$ の属性を持つグループの 2 次光線通過点収差係数.
第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$II_{2\eta+3\xi}^{(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)}$	$V_{2\zeta+3\xi}^{(2)}$	$V_{2\eta+3\xi}^{r(2)}$	$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{r(2)}$	$II_{2\zeta+3\xi}^{r(2)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Table 9.87 等倍 2 枚楕円鏡系の共軸回転対称光学系から発生するグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\eta}^{(3)}$	$II_{\zeta}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$	$IV_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$V_{\zeta}^{(3)}$
1	0.00000	-0.04399	-0.02199	-0.46995	-0.48215	0.53545
2	0.00000	-0.04399	-0.02199	0.51873	0.50654	0.58714
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.04878	0.02439	0.00000

面番号	$V_{\eta}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta}^{r(3)}$	$IV_{\zeta}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta}^{r(3)}$	$II_{\eta}^{r(3)}$	$I_{\zeta}^{r(3)}$
1	-0.02199	0.00000	-0.49434	0.00015	0.00030	0.14850
2	-0.02199	0.00000	0.49434	0.00015	-0.05140	0.14850
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.35303

Table 9.88 等倍 2 枚楕円鏡系の $Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{\eta+2\xi}^{(3)}$	$II_{\zeta+2\xi}^{(3)}$	$II_{2\eta-\zeta+2\xi}^{(3)}$	$IV_{\eta+2\xi}^{(3)}$	$IV_{2\zeta-\eta+2\xi}^{(3)}$	$V_{\zeta+2\xi}^{(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.02199	-0.03549	0.00000	0.01277
2	0.00000	0.00000	0.02199	0.05988	0.00000	0.03862
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.02439	0.00000	0.00000

面番号	$V_{\eta+2\xi}^{r(3)}$	$IV_{2\eta-\zeta+2\xi}^{r(3)}$	$IV_{\zeta+2\xi}^{r(3)}$	$II_{2\zeta-\eta+2\xi}^{r(3)}$	$II_{\eta+2\xi}^{r(3)}$	$I_{\zeta+2\xi}^{r(3)}$
1	0.00000	0.01774	0.00000	0.00000	-0.02555	0.00864
2	0.00000	-0.02994	0.00000	0.00000	-0.02555	0.00864
3	0.00000	-0.01220	0.00000	0.00000	0.00000	0.03128

Table 9.89 等倍 2 枚楕円鏡系の $3Azm + 2\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\eta+2\xi}^{(3)}$	$II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)}$	$IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)}$	$V_{3\zeta+2\xi}^{(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

面番号	$V_{3\eta+2\xi}^{r(3)}$	$IV_{2\eta+\zeta+2\xi}^{r(3)}$	$II_{2\zeta+\eta+2\xi}^{r(3)}$	$I_{3\zeta+2\xi}^{r(3)}$
1	0.02199	-0.02994	0.01307	-0.00179
2	0.02199	0.01774	-0.01277	-0.00179
3	0.00000	-0.01220	0.00000	0.01043

Table 9.90 等倍 2 枚楕円鏡系の $3Azm + 4\xi$ のグループの 3 次光線通過点収差係数. 第 1 光学面から最終光学面までの累積値

面番号	$I_{3\eta+4\xi}^{(3)}$	$II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)}$	$IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)}$	$V_{3\zeta+4\xi}^{(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

面番号	$V_{3\eta+4\xi}^{r(3)}$	$IV_{2\eta+\zeta+4\xi}^{r(3)}$	$II_{2\zeta+\eta+4\xi}^{r(3)}$	$I_{3\zeta+4\xi}^{r(3)}$
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

1 次の光線基本収差係数が 0 であることが表 9.72 と表 9.73 からわかる. この結果に伴い, 1 次の光線通過点収差係数も 0 であることが表 9.82 と表 9.83 からわかる.

1 次光線通過点収差係数が 0 であることは, 等倍 2 枚楕円鏡系が 1 次収差領域において, 共軸回転対称光学系と同じ結像特性であることを示している. 故に, 等倍 2 枚楕円鏡系は物体位置に依存せずに 1 次収差を無収差にできる. この性質は 2 次元画像を取得するための結像光学系に適したものである. 球面鏡を楕円鏡に変更した等倍 2 枚楕円鏡系は, 基準軸に対して回転対称的な結像特性を実現できることを示す結果である.

光学系全系における, 物体結像の 2 次光線通過点収差係数が 0 であることが, 表 9.84 と表 9.85, 表 9.86 の面番号 3 からわかる.

この結果は, 等倍 2 枚楕円鏡系の全系は共軸回転対称光学系と同様に, 物体結像の 2 次光線通過点収差を発生させないことを示している. 等倍 2 枚楕円鏡系は, 等倍 2 枚球面鏡系で発生する基準像点近傍のメリジオナル像面の 1 次の傾きが発生しないことを意味している. 図 9.7 に中心軸における像高を原点としたときの非点収差図を示す. この非点収差図は光線追跡で計算している. 図 9.7 からメリジオナル像面は基準像点で傾かず, サジタル像面と接していることがわかる. これは物体結像の 2 次光線通過点収差係数が発生しておらず, 像面が傾いていないことを示している. また図 9.7 から, 等倍 2 枚球面鏡系と比較して良像幅が 2.7 倍に拡大していることがわかる. これも等倍 2 枚楕円鏡系はメリジオナル像面の傾きが無いことに起因している.

一方で, 球面鏡を楕円鏡に変更した影響で, 中心軸において非点収差が発生していることが確認できる. 等倍 2 枚楕円鏡系の中心軸は, 等倍 2 枚球面鏡系のような回転対称軸では無いことを意味している. 中心軸は第 2 反射鏡により光線が遮られる領域であり, 実際の結像には使えない光線のため問題は無いが, 等倍 2 枚球面鏡系のように良像範囲が円環状に形成される性質を失っていることに注意が必要である.

表 9.87 から表 9.90 の物体結像の球面収差係数を参照すれば, 球面収差係数 $I_{\eta}^{(3)}, I_{\eta+2\xi}^{(3)}, I_{3\eta+2\xi}^{(3)}, I_{3\eta+4\xi}^{(3)}$ が 0 であることが確認できる. これは楕円鏡を図 9.6 に示した配置にしたため, 球面収差が発生しないことを収差係数で示した結果である. 実際に光線追跡計算により球面収差が 0 であることを確認できる.

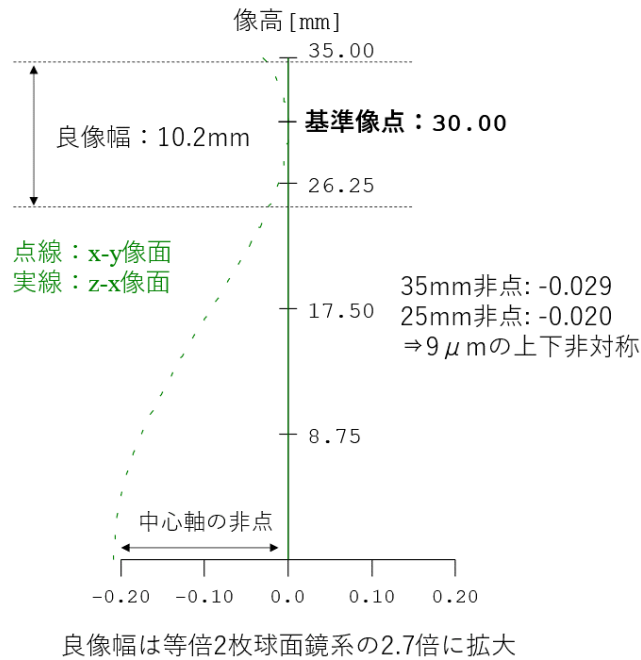


Fig. 9.7 等倍2枚楕円鏡系の中心軸を原点としたときの非点収差図

また、表 9.87 の物体結像の平均像面湾曲収差係数 $IV_{\eta}^{(3)}$ と非点収差係数 $IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$ を参照すれば、共軸回転対称光学系から発生する像面収差が発生していることがわかる。表 9.88 の物体結像の像面収差係数 $IV_{\eta+2\xi}^{(3)}$ を参照すれば、2 面对称光学系から発生する像面収差が発生していることがわかる。これは等倍2枚楕円鏡系の基準像点近傍の像面湾曲は共軸回転対称光学系と似た結像特性を持つが、上下の非対称性があることを意味している。図 9.7 の非点収差図は像高 30mm の基準像点に対して共軸回転対称系と同様の像面特性のように見える。しかし、数値で確認すると像高 35mm の非点収差は-0.029mm であり、像高 25mm の非点収差は-0.020 であり、上下に 9 μ m の非対称な像面になっていることがわかる。等倍2枚楕円鏡系は2次収差領域までは共軸回転対称光学系と同じ結像特性を持つが、3次収差領域ではわずかながら共軸回転対称光学系と同じ結像特性にはならない。

等倍2枚球面鏡系と等倍2枚楕円鏡系の像高ごとのスポットダイアグラムを図 9.8 と図 9.9 に示す。図 9.8 から、等倍2枚球面鏡系の良像範囲は円環状に形成されること、図 9.9 から、等倍2枚楕円鏡系の良像範囲は基準像点に対して回転対称的に形成されることがわかる。

以上の結果から、等倍2枚球面鏡系を等倍2枚楕円鏡系とすることで、2次元画像取得に有効な結像特性に変更できることを明らかにした。等倍2枚楕円鏡系に変更を加えていけば、反射面を使った Off-Axial 光学系の結像光学系を設計できることが期待される。等倍2枚楕円鏡系はそのような結像光学系設計のための有望な初期設計値になるだろう。

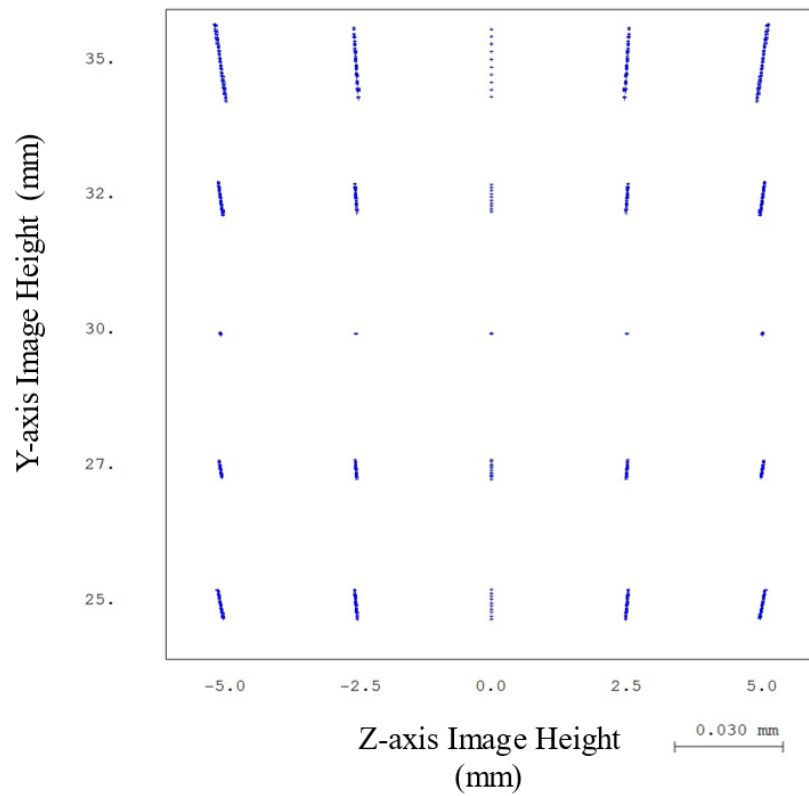


Fig. 9.8 等倍 2 枚球面鏡系の像高ごとのスポットダイアグラム

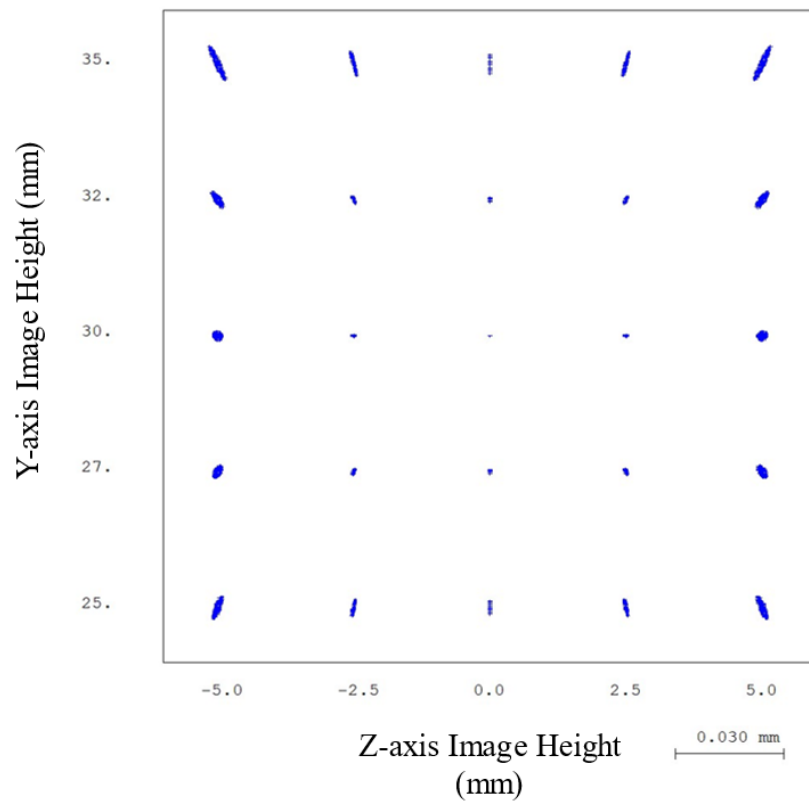


Fig. 9.9 等倍 2 枚楕円鏡系の像高ごとのスポットダイアグラム

第 10 章

結論

基準軸の周りの回転対称性をなくして一般拡張した Off-Axial 光学系の収差解析に対して、収差論を構築する理論的な枠組みと、Off-Axial 光学系が発生させる 1 次・2 次・3 次収差の分類および収差曲線は報告されているものの、具体的な収差係数計算式は示されていなかった。また、光学系の収差構造を把握して光学設計に活用するためには、収差の発生要因を、光学系の光線変換特性を表わす光学系固有量としての収差と近軸追跡の入射条件に分離することが有効だと考えられるが、この観点による収差論は未着手の問題として取り残されていた。

本論文ではこれらの問題を解決するために、これまで主に議論されてきた結像特性と直結した量である光線通過点 4 元ベクトルの展開係数ではなく、光学系の光線変換特性を表わす光学系固有量と直結した光線基本 4 元ベクトルの展開係数に着目して研究を行った。そしてこの観点から、光学系の光線変換特性に基づく収差論を構築した。

各章の結果を簡単に箇条書きにすると以下ようになる。

- 第 1 章は上述の課題解決のためには光学系の光線変換特性に着目する必要があることを示した。
- 第 2 章は結像光学系の設計で用いられる幾何光学の基礎的理論を示した。
- 第 3 章は光学系の光線変換特性に基づく収差論の観点から Off-Axial 光学系の収差論の体系を示した。3.3 節で新たに光線基本収差を導入した。共役関係の意味を改めて考察し、共役ガウス行列 \tilde{Q} の意義を再認識することで、式 (3.70) で定義される光線基本収差の持つ意味を明らかにした。光学系の光線変換特性の収差を表わす光線基本収差は、共役関係を決定する理想的な「光線高さ」と「光線傾角」からの収差として導入すると、物体および瞳結像の収差との対応関係を明確にした定式化が可能であることがわかった。そして式 (3.71) で表わされる、光線通過点 4 元収差と光線基本 4 元収差の関係式を明らかにし、これら 2 種類の 4 元収差の次数ごとの展開係数の関係式を導出した。
- 第 4 章は光学系の光線変換特性に基づく収差論の観点から共軸回転対称光学系の 3 次収差解析式を示した。光線通過点 4 元収差と光線基本 4 元収差の関係式を使って、従来から知られているザイデル収差係数（共軸回転対称光学系から発生する 3 次光線通過点収差係数）を、3 次光線基本収差係数と入射側の近軸追跡値から計算する方法を明らかにした。式 (4.88) 及び式 (4.92) に示したように、3 次光線基本収差係数の線形変換形式として 3 次光線通過点収差係数を算出できることを示した。この結果は 3 次光線通過点収差係数の発生要因を、3 次光線基本収差係数と入射側の近軸追跡値に分離した収差解析が可能であることを意味して

いる。

- 第5章は Off-Axial 光学系の1次収差解析式を示した。Off-Axial 光学系の1次収差解析式について、式(5.83)から式(5.86)まで、1次光線基本収差係数と1次光線通過点収差係数を結びつける線形変換形式を明らかにした。また、これらの1次収差係数を計算するための計算式を導出した。1次光線基本収差係数の線形変換形式を導出したことで、16種類の1次収差係数がアジムス依存性に応じて4種類のグループに分類されることを明らかにした。アジムス依存性に応じて4種類のグループに分類されるものの、共通の近軸特性行列 $\widetilde{A}^{(1)}$ で変換できることを示した。これらの結果は Off-Axial 光学系の複雑化する1次収差解析を見通しの良いものにし、収差論に基づく光学設計を可能にするものである。
- 第6章は Off-Axial 光学系の2次収差解析式を示した。Off-Axial 光学系の2次収差解析式について、式(6.239)から式(6.244)まで、2次光線基本収差係数と2次光線通過点収差係数を結びつける線形変換形式を示した。また、これらの2次収差係数を計算するための計算式を示した。2次光線基本収差係数の線形変換形式を導出したことで、40種類の2次収差係数がアジムス依存性に応じて6種類のグループに分類されることを明らかにした。アジムス依存性に応じて6種類のグループに分類されるものの、近軸特性行列は8行8列の $\widetilde{A}_8^{(2)}$ と6行6列の $\widetilde{A}_6^{(2)}$ の2種類に集約されることを示した。これらの結果は Off-Axial 光学系の複雑化する2次収差解析を見通しの良いものにし、収差論に基づく光学設計を可能にするものである。
- 第7章は Off-Axial 光学系の3次収差解析式を示した。Off-Axial 光学系の3次収差解析式について、式(7.553)から式(7.560)まで、3次光線基本収差係数と3次光線通過点収差係数を結びつける線形変換形式を示した。また、これらの3次収差係数を計算するための計算式を示した。3次光線基本収差係数の線形変換形式を導出したことで、80種類の3次収差係数がアジムス依存性に応じて8種類のグループに分類されることを明らかにした。アジムス依存性に応じて8種類のグループに分類されるものの、近軸特性行列は12行12列の $\widetilde{A}_{12}^{(3)}$ と8行8列の $\widetilde{A}_8^{(3)}$ の2種類に集約されることを示した。これらの結果は Off-Axial 光学系の複雑化する3次収差解析を見通しの良いものにし、収差論に基づく光学設計を可能にするものである。
- 第8章は Off-Axial 光学系の色収差解析式を示した。Off-Axial 光学系の色収差解析式について、式(8.109)および、式(8.110)から式(8.113)まで、光線基本色収差係数と光線通過点色収差係数を結びつける線形変換形式を示した。また、これらの色収差係数を計算するための計算式を示した。1次光線基本色収差係数の線形変換形式を導出したことで、16種類の1次色収差係数がアジムス依存性に応じて4種類のグループに分類されることを明らかにした。アジムス依存性に応じて4種類のグループに分類されるものの、共通の近軸特性行列 $\widetilde{A}^{(1)}$ で変換できることを示した。なお、 $\widetilde{A}^{(1)}$ は単色の1次収差解析の近軸特性行列と共通である。これらの結果は Off-Axial 光学系の複雑化する色収差解析を見通しの良いものにし、収差論に基づく光学設計を可能にするものである。
- 第9章はこれまで得られた収差係数計算式を使って、共軸回転対称光学系と代表的な Off-Axial 光学系である等倍2枚球面鏡系の収差係数を計算した。共軸回転対称光学系では、従来の計算式から得られる光線通過点収差係数と、本手法で計算した光線通過点収差係数が一致することを確認した。これは本論文の計算式が正しく導出されていることを示す結果で

ある．等倍 2 枚球面鏡系の収差解析では，本論文の計算式で算出した収差係数は，従来から知られている等倍 2 枚球面鏡系の収差の特徴を表わしていることを確認した．これは本論文の計算式が正しく導出されていることを示す結果である．

光学系の光線変換特性に基づく収差論を用いて光線通過点収差係数と光線基本収差係数を計算すれば，光線通過点収差係数の発生要因を，光線基本収差係数と入射側の近軸追跡値に分離でき，従来の収差解析より光学系の収差構造を深く理解できる．本研究結果は Off-Axial 光学系について，収差論を適用した光学設計を実現可能にするものである．一方で，本研究は収差係数計算式の導出に重点を置いたため，光学系の数値解析例は十分に網羅できていない．今後は Off-Axial 光学系の数値解析例を増やし，本収差論の改善を進めていきたい．また，本研究の Off-Axial 光学系の収差解析式はアイコナルから要請される従属関係を反映できていない．この点も今後の課題としたい．

付録 A

反射・屈折による光線基本 4 元ベクトルの変換の解析式

反射・屈折による光線基本 4 元ベクトルの変換の解析式を導出する [14, 16]. この解析式は, ベクトル表示のスネルの法則を用いて, 基準軸周りの一般光線の射出側光線基本 4 元ベクトルを入射側光線基本 4 元ベクトルで表現した式である. この解析式に対して 4 変数のベキ級数展開を実行することで, 一面の反射・屈折による光線基本 4 元ベクトルの展開係数を得ている.

A.1 解析式の導出

スネルの法則のベクトル表示を用いて, 基準波長に対する反射・屈折による光線基本 4 元ベクトルの変換の解析式を導出する. スネルの法則のベクトル表示はスカラー量 Γ を用いて, 外積を使わずに以下のように表わせる.

$$N' \vec{s}' - N \vec{s} - \Gamma \vec{K} = 0 \quad (\text{A.1})$$

ここで, \vec{K} は以下の面法線ベクトルである.

$$\vec{K} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{\partial f}{\partial Y} \\ -\frac{\partial f}{\partial Z} \end{bmatrix} \propto \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{\partial f}{\partial Y} \\ -\frac{\partial f}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

また, 反射・屈折面の面形状は, 平面ベースの面形状表現で与えられているとする.

$$\begin{aligned} f(Y, Z) = & C_{20}Y^2 + 2C_{11}YZ + C_{02}Z^2 \\ & + D_{30}Y^3 + 3D_{21}Y^2Z + 3D_{12}YZ^2 + D_{03}Z^3 \\ & + E_{40}Y^4 + 4E_{31}Y^3Z + 6E_{22}Y^2Z^2 + 4E_{13}YZ^3 + E_{04}Z^4 + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

図 3.29 に示したように基準軸は添え字 0 を付けて表わす. 基準軸に対するベクトル表示のスネルの法則は以下のように表わせる.

$$N' \vec{s}'_0 - N \vec{s}_0 - \Gamma_0 \vec{K}_0 = 0 \quad (\text{A.4})$$

ベクトルを成分表示すると以下のようにかける.

$$N' \begin{bmatrix} \cos \theta' \\ \sin \theta' \\ 0 \end{bmatrix} - N \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} - \Gamma_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

x 成分を比較するとスカラー量 Γ_0 について以下の式を得る.

$$\Gamma_0 = N' \cos \theta' - N \cos \theta \quad (\text{A.6})$$

y 成分を比較するとスネルの法則を得る.

$$N \sin \theta = N' \sin \theta' \quad (\text{A.7})$$

基準軸は式 (A.7) を使って射出角を計算すれば \vec{s}'_0 を求められる.

一般光線は基準軸光線に微小量を加えたものとして以下のように表す.

$$N'(\vec{s}'_0 + \delta \vec{s}') - N(\vec{s}_0 + \delta \vec{s}) - (\Gamma_0 + \delta \Gamma)(\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) = 0 \quad (\text{A.8})$$

即ち, 一般光線は以下の関係を持つ.

$$\begin{aligned} \vec{s}' &= \vec{s}'_0 + \delta \vec{s}' \\ \vec{s} &= \vec{s}_0 + \delta \vec{s} \\ \Gamma &= \Gamma_0 + \delta \Gamma \\ \vec{K} &= \vec{K}_0 + \delta \vec{K} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

入射光線 $\vec{s} = \vec{s}_0 + \delta \vec{s}$ が与えられて, 入射光線と反射・屈折面の交点を求めれば $\vec{K} = \vec{K}_0 + \delta \vec{K}$ は計算できる. ここでは, $\delta \vec{s}$ と $\delta \vec{K}$ は既知として $\delta \Gamma$ と $\delta \vec{s}'$ を求めることを考える. 式 (A.8) から式 (A.4) を引く, つまり一般光線から基準軸を引くと以下の式を得る.

$$N' \delta \vec{s}' = N \delta \vec{s} + \Gamma_0 \delta \vec{K} + \delta \Gamma (\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \quad (\text{A.10})$$

故に,

$$\delta \vec{s}' = \frac{1}{N'} \left\{ N \delta \vec{s} + \Gamma_0 \delta \vec{K} + \delta \Gamma (\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \right\} \quad (\text{A.11})$$

また, 一般光線の射出方向余弦 \vec{s}' と基準軸の射出方向余弦 \vec{s}'_0 はどちらも単位ベクトルなので $\vec{s}' \cdot \vec{s}' = 1$ から以下の式が成り立つ.

$$\delta \vec{s}' \cdot (2\vec{s}'_0 + \delta \vec{s}') = 0 \quad (\text{A.12})$$

式 (A.12) に式 (A.11) を代入すると, 以下の $\delta \Gamma$ の 2 次方程式を得る.

$$(\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \delta \Gamma^2 + 2(\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \cdot (N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) \delta \Gamma + (2N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) \cdot \delta \vec{b} = 0 \quad (\text{A.13})$$

ここで \vec{b} は以下の式を示す.

$$\delta \vec{b} \equiv N \delta \vec{s} + \Gamma_0 \delta \vec{K} \quad (\text{A.14})$$

式 (A.13) を $\delta \Gamma$ について解けば以下の式を得る.

$$\delta \Gamma = \frac{-(2N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) \cdot \delta \vec{b}}{(\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \cdot (N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) + \sqrt{\left\{ (\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \cdot (N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) \right\}^2 - (\vec{K}_0 + \delta \vec{K})^2 \left\{ (2N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) \cdot \delta \vec{b} \right\}}} \quad (\text{A.15})$$

この式 (A.15) を式 (A.11) に代入すると以下の式を得る.

$$\delta \vec{s}' = \frac{1}{N'} \left[\delta \vec{b} - \frac{\left\{ 2N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b} \cdot \delta \vec{b} \right\} (\vec{K}_0 + \delta \vec{K})}{(\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \cdot (N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) + \sqrt{\left\{ (\vec{K}_0 + \delta \vec{K}) \cdot (N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) \right\}^2 - (\vec{K}_0 + \delta \vec{K})^2 \left\{ (2N' \vec{s}'_0 + \delta \vec{b}) \cdot \delta \vec{b} \right\}}} \right] \quad (\text{A.16})$$

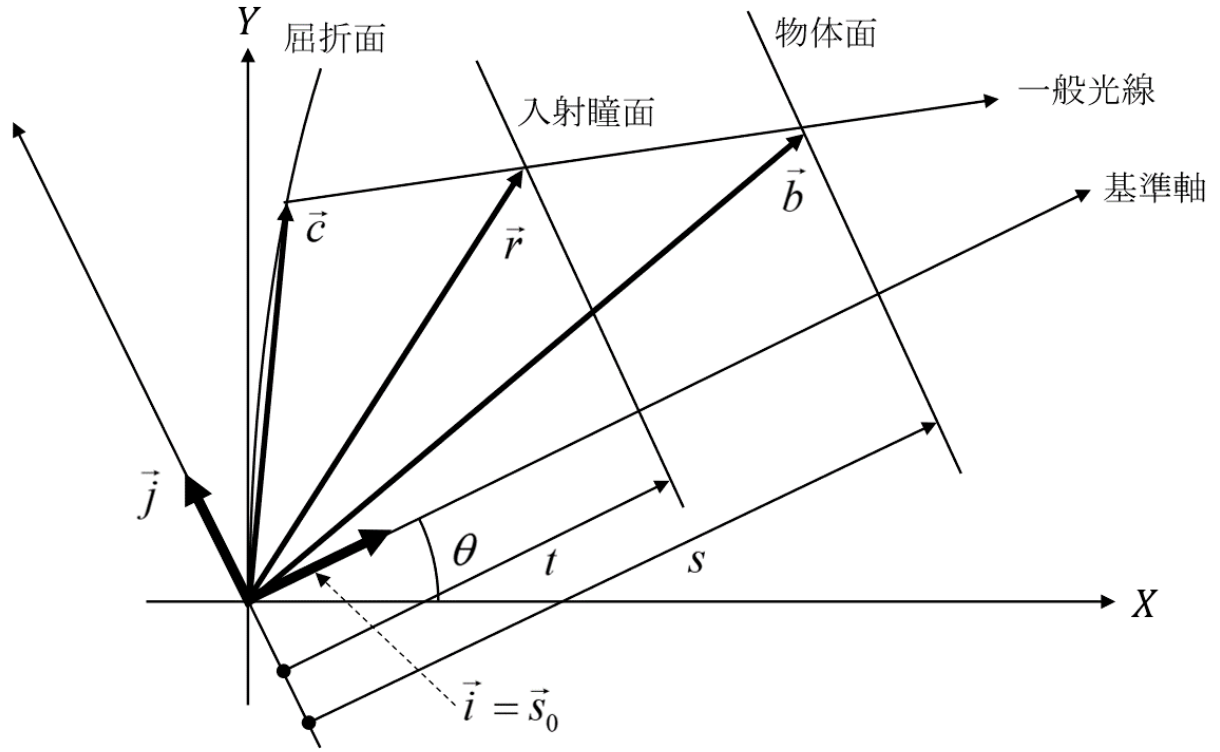


Fig. A.1 一般光線の物体面と入射瞳面の光線通過点の関係

式 (A.15) と式 (A.16) が求めたかった $\delta\Gamma$ と $\delta s'$ の表現である。

次に、 $\delta\vec{s}$ と $\delta\vec{K}$ を求めることを考える。図 A.1 に一般光線の物体面と入射瞳面の光線通過点の関係を示す。図 A.1 から、入射空間における基準軸の座標系の単位ベクトルは以下のようにかける。

$$\vec{i} = \vec{s}_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{j} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

式 (A.17) を使って、物点の位置ベクトル \vec{b} は以下のように表わせる。

$$\vec{b} = s\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \quad (\text{A.18})$$

同様に、入射瞳面上の点の位置ベクトル \vec{r} は以下のように表わせる。

$$\vec{r} = t\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k} \quad (\text{A.19})$$

従って、規格化していない入射光線の方ベクトル \vec{s}^* は以下のように表わせる。

$$\vec{s}^* \equiv \vec{b} - \vec{r} = (s - t)\vec{i} + (Y - R_y)\vec{j} + (Z - R_z)\vec{k} \quad (\text{A.20})$$

入射側の光線基本 4 元ベクトルの成分 ($h_y, h_z, \alpha_y, \alpha_z$) を使って光線を表現するために、式 (A.20) を $(s - t)$ で除算する。

$$\vec{s}^{**} = \vec{i} - \frac{\alpha_y}{N}\vec{j} - \frac{\alpha_z}{N}\vec{k} \quad (\text{A.21})$$

式 (A.21) を単位ベクトルに規格化すれば \vec{s} の表現式を得る。

$$\vec{s} = \frac{\vec{s}^{**}}{|\vec{s}^{**}|} = \frac{\vec{i} - \frac{\alpha_y}{N}\vec{j} - \frac{\alpha_z}{N}\vec{k}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_y}{N}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_z}{N}\right)^2}} \quad (\text{A.22})$$

従って、 $\delta\vec{s}$ は以下のように表わせる。

$$\delta\vec{s} = \vec{s} - \vec{s}_0 = \frac{\left(1 - \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_y}{N}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_z}{N}\right)^2}\right) \vec{i} - \frac{\alpha_y}{N} \vec{j} - \frac{\alpha_z}{N} \vec{k}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_y}{N}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_z}{N}\right)^2}} \quad (\text{A.23})$$

式 (A.23) から $\delta\vec{s}$ が求められた。続いて $\delta\vec{K}$ を求める。図 A.1 から、一般光線の入射光線 \vec{s} と屈折面の交点 \vec{c} はスカラー量 Λ を用いて以下のように表わせる。ここで、物体面上の座標値 Y, Z と区別するために、屈折面上の交点の座標値を x, y, z と小文字で表す。

$$\vec{c} = \vec{b} - \Lambda \vec{s}^{**} = \begin{bmatrix} x(y, z) \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \cos \theta - Y \sin \theta \\ s \sin \theta + Y \cos \theta \\ Z \end{bmatrix} - \Lambda \begin{bmatrix} \cos \theta + \frac{\alpha_y}{N} \sin \theta \\ \sin \theta - \frac{\alpha_y}{N} \cos \theta \\ -\frac{\alpha_z}{N} \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

スカラー量 Λ は x 成分を比較することで以下のように求められる。

$$\Lambda = \frac{s \cos \theta - Y \sin \theta - x(y, z)}{\cos \theta + \frac{\alpha_y}{N} \sin \theta} \quad (\text{A.25})$$

屈折面上の交点の y, z 座標は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} y &= \frac{h_y + (\sin \theta - \frac{\alpha_y}{N} \cos \theta) x(y, z)}{\cos \theta + \frac{\alpha_y}{N} \sin \theta} \\ z &= \frac{h_z \cos \theta - (h_y \frac{\alpha_z}{N} - h_z \frac{\alpha_y}{N}) \sin \theta - \frac{\alpha_z}{N} x(y, z)}{\cos \theta + \frac{\alpha_y}{N} \sin \theta} \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

式 (A.26) は $x(y, z)$ を含んでいるので解析的には解けない。屈折面の交点 \vec{c} は、初期値を $x(y, z) = 0$ として $y^{(1)}, z^{(1)}$ を求め、その結果を $x^{(2)} = x(y^{(1)}, z^{(1)})$ に代入していく反復計算により求められる。これにより屈折面の交点 \vec{c} を計算すれば、面法線ベクトルの微小量 $\delta\vec{K}$ は以下のように求められる。

$$\delta\vec{K} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial x(y, z)}{\partial y} \\ -\frac{\partial x(y, z)}{\partial z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 \\ 2(C_{20}y + C_{11}z) + 3(D_{30}y^2 + 2D_{21}yz + D_{12}z^2) + \dots \\ 2(C_{11}y + C_{02}z) + 3(D_{21}y^2 + 2D_{12}yz + D_{03}z^2) + \dots \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

式 (A.27) から面法線ベクトルの微小量 $\delta\vec{K}$ が求められ、式 (A.23) から一般入射光線の微小量 $\delta\vec{s}$ が求められた。これらを式 (A.15) に代入すれば $\delta\Gamma$ が求められる。更にその $\delta\Gamma$ を式 (A.11) に代入すれば、求めたかった一般射出光線の微小量 $\delta\vec{s}'$ が得られる。

最後に、 $\delta\vec{s}'$ を用いて、射出側の光線基本 4 元ベクトルの成分 $(h'_y, h'_z, \alpha'_y, \alpha'_z)$ を表わすことを考える。式 (3.36) から射出側の光線基本 4 元ベクトルは

$$\vec{I}' \equiv \begin{bmatrix} h'_y \\ h'_z \\ \alpha'_y \\ \alpha'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s' R'_y - t' Y'}{s' R'_z - t' Z'} \\ \frac{s' - t'}{N' (R'_y - Y')} \\ \frac{s' - t'}{N' (R'_z - Z')} \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})$$

であるから、 $\delta\vec{s}'$ を使って、像面上の光線通過点 (Y', Z') と射出瞳面上の光線通過点 (R'_y, R'_z) を表わせれば良い。

図 A.2 に一般光線の像面と射出瞳面の光線通過点の関係を示す。図 A.2 から、射出空間における

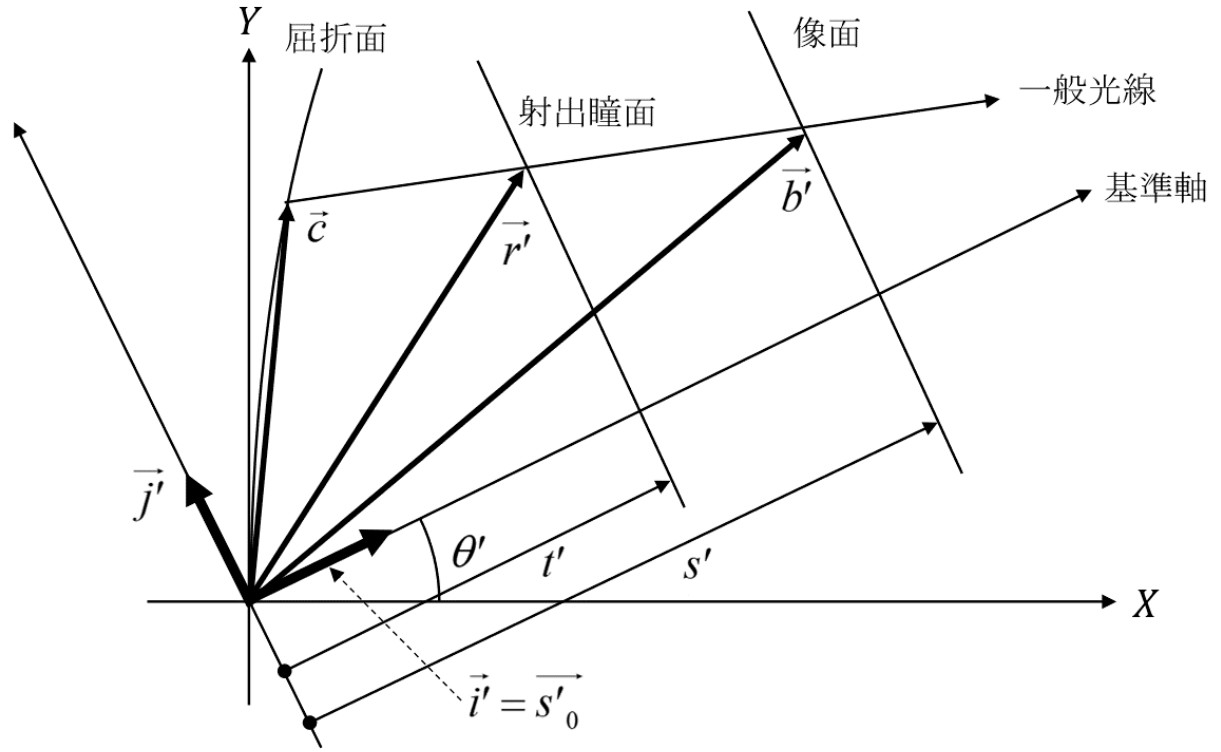


Fig. A.2 一般光線の像面と射出瞳面の光線通過点の関係

基準軸の座標系の単位ベクトルは以下のようにかける。

$$\vec{i} = \vec{s}_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta' \\ \sin \theta' \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{j} = \begin{bmatrix} -\sin \theta' \\ \cos \theta' \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

式 (A.29) を使って、像点の位置ベクトル \vec{b} は以下のように表わせる。

$$\vec{b} = s' \vec{i} + Y' \vec{j} + Z' \vec{k} \quad (\text{A.30})$$

また、像点の位置ベクトル \vec{b} は、一般光線の射出光線 $\vec{s} = \vec{s}_0 + \delta \vec{s} = \vec{i} + \delta \vec{s}$ と屈折面の交点 \vec{c} 、未定のスカラー量 Υ を使って以下のようにも表わせる。

$$\vec{b} = \vec{c} + \Upsilon \vec{s} \quad (\text{A.31})$$

故に、

$$s' \vec{i} + Y' \vec{j} + Z' \vec{k} = \vec{c} + \Upsilon \vec{s} \quad (\text{A.32})$$

未定のスカラー量 Υ は式 (A.32) の両辺に \vec{i} の内積をとることによって決定できる。

$$\Upsilon = \frac{s' - \vec{c} \cdot \vec{i}}{\vec{s} \cdot \vec{i}} \quad (\text{A.33})$$

従って、像面上の光線通過点 (Y', Z') は、式 (A.32) に \vec{j} の内積をとること、式 (A.32) に \vec{k} の内積をとることによって以下のように求められる。

$$\begin{aligned} Y' &= (\vec{c} + \Upsilon \vec{s}) \cdot \vec{j} = \left(\vec{c} + \frac{s' - \vec{c} \cdot \vec{i}}{\vec{s} \cdot \vec{i}} \vec{s} \right) \cdot \vec{j} \\ Z' &= (\vec{c} + \Upsilon \vec{s}) \cdot \vec{k} = \left(\vec{c} + \frac{s' - \vec{c} \cdot \vec{i}}{\vec{s} \cdot \vec{i}} \vec{s} \right) \cdot \vec{k} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

射出瞳面上の光線通過点 (R'_y, R'_z) も同様に求められる．つまり，射出瞳面上の位置ベクトル \vec{r}' は以下のように表わせる．

$$\vec{r}' = t' \vec{i}' + R'_y \vec{j}' + R'_z \vec{k}' = \vec{c} + \Upsilon_r \vec{s}' \quad (\text{A.35})$$

未定のスカラー量 Υ_r は式 (A.35) の両辺に \vec{i}' の内積をとることで決定できる．

$$\Upsilon_r = \frac{t' - \vec{c} \cdot \vec{i}'}{\vec{s}' \cdot \vec{i}'} \quad (\text{A.36})$$

従って，射出瞳面上の光線通過点 (R'_y, R'_z) は，式 (A.35) に \vec{j}' の内積をとること，式 (A.35) に \vec{k}' の内積をとることで以下のように求められる．

$$\begin{aligned} R'_y &= (\vec{c} + \Upsilon_r \vec{s}') \cdot \vec{j}' = \left(\vec{c} + \frac{t' - \vec{c} \cdot \vec{i}'}{\vec{s}' \cdot \vec{i}'} \vec{s}' \right) \cdot \vec{j}' \\ R'_z &= (\vec{c} + \Upsilon_r \vec{s}') \cdot \vec{k}' = \left(\vec{c} + \frac{t' - \vec{c} \cdot \vec{i}'}{\vec{s}' \cdot \vec{i}'} \vec{s}' \right) \cdot \vec{k}' \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

式 (A.34) と式 (A.37) を射出側の光線基本 4 元ベクトルの式 (A.28) に代入すると， \vec{s}' で表現した以下の式を得る．

$$\begin{aligned} h'_y &= \left(\vec{c} - \frac{\vec{c} \cdot \vec{i}'}{\vec{s}' \cdot \vec{i}'} \vec{s}' \right) \cdot \vec{j}' \\ h'_z &= \left(\vec{c} - \frac{\vec{c} \cdot \vec{i}'}{\vec{s}' \cdot \vec{i}'} \vec{s}' \right) \cdot \vec{k}' \\ \alpha'_y &= -\frac{N'(\vec{s}' \cdot \vec{j}')}{\vec{s}' \cdot \vec{i}'} \\ \alpha'_z &= -\frac{N'(\vec{s}' \cdot \vec{k}')}{\vec{s}' \cdot \vec{i}'} \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

式 (A.38) を $\delta \vec{s}'$ の表現に書き換える．一般光線の射出光線は

$$\vec{s}' = \vec{s}'_0 + \delta \vec{s}' = \vec{i}' + \delta \vec{s}' \quad (\text{A.39})$$

とかける．また，式 (A.12) から以下の関係が成り立つ．

$$\vec{s}' \cdot \vec{i}' = (\vec{i}' + \delta \vec{s}') \cdot \vec{i}' = 1 + \delta \vec{s}' \cdot \vec{i}' = 1 - \frac{1}{2} |\delta \vec{s}'|^2 \quad (\text{A.40})$$

同様に，

$$\begin{aligned} \vec{s}' \cdot \vec{j}' &= (\vec{i}' + \delta \vec{s}') \cdot \vec{j}' = \delta \vec{s}' \cdot \vec{j}' \\ \vec{s}' \cdot \vec{k}' &= (\vec{i}' + \delta \vec{s}') \cdot \vec{k}' = \delta \vec{s}' \cdot \vec{k}' \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

式 (A.40) と式 (A.41) を式 (A.38) に代入すると，射出側の光線基本 4 元ベクトルの要素を $\delta \vec{s}'$ で表

現した式を得る.

$$\begin{aligned}
h'_y &= \left(\vec{c} - \frac{\vec{c} \cdot \vec{i}}{1 - \frac{1}{2}|\delta \vec{s}'|^2} \delta \vec{s}' \right) \cdot \vec{j} \\
h'_z &= \left(\vec{c} - \frac{\vec{c} \cdot \vec{i}}{1 - \frac{1}{2}|\delta \vec{s}'|^2} \delta \vec{s}' \right) \cdot \vec{k} \\
\alpha'_y &= -\frac{N'(\delta \vec{s}' \cdot \vec{j})}{1 - \frac{1}{2}|\delta \vec{s}'|^2} \\
\alpha'_z &= -\frac{N'(\delta \vec{s}' \cdot \vec{k})}{1 - \frac{1}{2}|\delta \vec{s}'|^2}
\end{aligned} \tag{A.42}$$

式 (A.42) が射出側の光線基本 4 元ベクトルを入射側の光線基本 4 元ベクトルで表わした解析式である. この式を入射側の光線基本 4 元ベクトルの成分 $(h_y, h_z, \alpha_y, \alpha_z)$ でベキ級数展開すれば, 一面の反射・屈折による光線基本 4 元ベクトルの展開係数が得られる. ベキ級数展開には数式計算ソフトの Maple を使用した.

屈折率変動がある場合の解析式も同様の手順で導出すればよい. その場合のスネルの法則のベクトル表示は以下のように表わせる.

$$(N' + \delta N')(\vec{s}' + \delta \vec{s}'_c) - (N + \delta N)\vec{s} - (\Gamma + \delta \Gamma_c)\vec{K} = 0 \tag{A.43}$$

ここで $\delta N'$ と δN は屈折率の微小変動量, $\delta \vec{s}'_c$ と $\delta \Gamma_c$ は屈折率の微小変動によって変化した量である. 式 (A.43) と基準波長に対するスネルの法則のベクトル表示 $N'\vec{s}' - N\vec{s} - \Gamma\vec{K} = 0$ との差分をとると以下の式を得る.

$$N'\delta \vec{s}'_c + \delta N'\vec{s}' - \delta N\vec{s} - \delta \Gamma_c\vec{K} = 0 \tag{A.44}$$

ここで, 屈折率変動の 2 次の項は無視できるとした. 屈折率変動による係数 Γ の変化 $\delta \Gamma_c$ は, 式 (A.44) と \vec{s}' との内積をとることにより以下のように求められる.

$$\delta \Gamma_c = \frac{\delta N' - (\vec{s}' \cdot \vec{s}')\delta N}{\vec{K} \cdot \vec{s}'} \tag{A.45}$$

式 (A.45) を式 (A.44) に代入して整理すれば, 屈折率変動による射出側の光線方向単位ベクトルの変動量 $\delta \vec{s}'_c$ は以下のように求められる.

$$\delta \vec{s}'_c = \frac{1}{N'} \left[\left\{ \frac{\vec{K}}{\vec{K} \cdot \vec{s}'} - \vec{s}' \right\} \delta N' - \left\{ \frac{\vec{s}' \cdot \vec{s}'}{\vec{K} \cdot \vec{s}'} \vec{K} - \vec{s}' \right\} \delta N \right] \tag{A.46}$$

この式を変形していくと, 最終的に $\delta \vec{s}'_c$ は以下のように整理できる.

$$\delta \vec{s}'_c = \frac{1}{2N'} \left[N' \left\{ \frac{\vec{K}}{\vec{K} \cdot \vec{s}'} - \vec{s}' \right\} + N \left\{ \frac{\vec{s}' \cdot \vec{s}'}{\vec{K} \cdot \vec{s}'} \vec{K} - \vec{s}' \right\} \right] \Delta N \tag{A.47}$$

ここで ΔN は次のように定義される量である.

$$\Delta N \equiv \frac{\delta N'}{N'} - \frac{\delta N}{N} \tag{A.48}$$

式 (A.47) の屈折率変動による射出側の光線方向単位ベクトルの変動量 $\delta \vec{s}'_c$ は, 式 (A.16) の基準波長の一般光線の変化分に更に付け加える量である. 従って, 射出側の光線基本 4 元ベクトルの解析式 (A.42) の $\delta \vec{s}'$ を $\delta \vec{s}' + \delta \vec{s}'_c$ と代入すれば, 屈折率変動があった時の光線基本ベクトルの 4 成分が求まる. この結果と単色時の差分をベキ級数展開すれば, 0 次の展開係数 W_i の 4 成分と, 1 次の展開係数 A_{ij} の 16 成分が得られる. ベキ級数展開には数式計算ソフトの Maple を使用した.

付録 B

収差曲線および収差係数の対応表

物体結像の 1 次収差係数の収差曲線を示す．物体結像の 2 次収差係数と 3 次収差係数の収差曲線は論文 [16] に記載されている．本論文で用いた収差係数の記法と論文 [16] に記載されている収差係数との対応表を示す．

B.1 物体結像の 1 次収差曲線

物体結像の 1 次収差係数の収差曲線を示す．収差曲線は式 (5.6) と式 (5.7) の収差展開式を用いて描画する．式 (5.8) と式 (5.9) に記載した瞳結像の 1 次収差展開式は，物体結像の 1 次収差展開式と同じ構造をしている．また，式 (5.29) と式 (5.30) に記載した光線高さの 1 次収差展開式と，式 (5.31) と式 (5.32) に記載した光線傾角の 1 次収差展開式についても，物体結像の 1 次収差展開式と同じ構造をしている．したがって，収差曲線の特徴は物体結像の 1 次収差係数について明らかになっていけばよい．

はじめに，球面収差係数の収差曲線を示す．以下の 4 種類の収差曲線を示し，その特徴を明らかにする．

- (a) 射出瞳面からガウス像面に向かう光束図形
- (b) ガウス像面における収差曲線
- (c) マイナス側にデフォーカスした評価面における収差曲線
- (d) プラス側にデフォーカスした評価面における収差曲線

これら 4 種類の収差図形をプロットするには，射出瞳面から像面に向かう光束を表現する必要がある．この表現方法を次に示す．

射出瞳位置 t' と瞳結像の収差 $\Delta R'_{\parallel(1)}$ と $\Delta R'_{\perp(1)}$ を用いると，射出瞳面上の光線通過点座標は次のように表せる．

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t' \\ \beta_r R \cos \eta + \Delta R'_{\parallel(1)} \\ \beta_r R \sin \eta + \Delta R'_{\perp(1)} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

像面位置 s' と物体結像の収差 $\Delta B'_{\parallel(1)}$ と $\Delta B'_{\perp(1)}$ を用いると，像面上の光線通過点座標は次のように表せる．

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s' \\ \beta B \cos \zeta + \Delta B'_{\parallel(1)} \\ \beta B \sin \zeta + \Delta B'_{\perp(1)} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

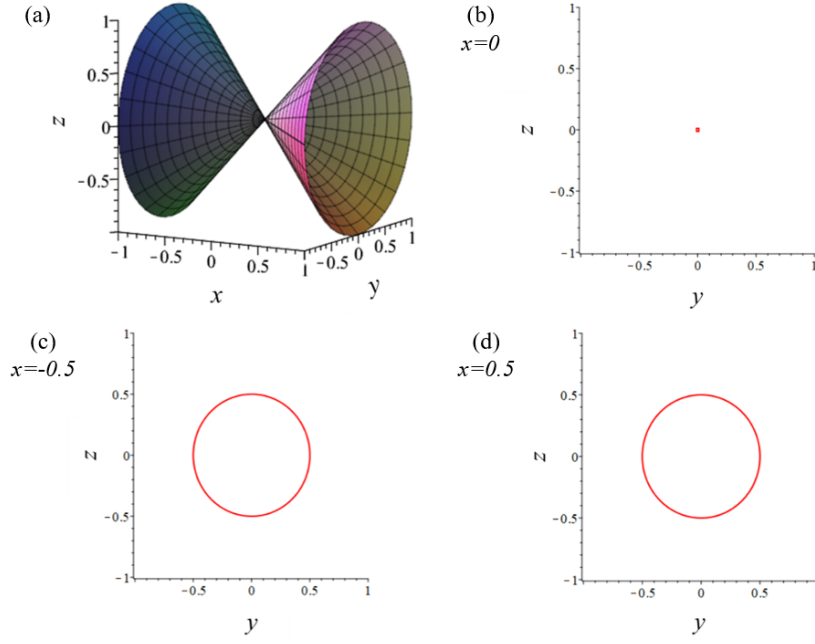


Fig. B.1 理想結像の収差曲線. (a) 光束図形. (b) ガウス像面 ($x = 0$) における収差曲線. (c) マイナス側にデフォーカスした評価面 ($x = -0.5$) における収差曲線. (d) プラス側にデフォーカスした評価面 ($x = 0.5$) における収差曲線. 理想結像のためガウス像面において1点に収束している.

したがって、射出瞳面から像面に向かう光線の座標は、パラメータ u を使って次のように書ける.

$$u \begin{bmatrix} t' \\ \beta_r R \cos \eta + \Delta R_{\parallel}'^{(1)} \\ \beta_r R \sin \eta + \Delta R_{\perp}'^{(1)} \end{bmatrix} + (1-u) \begin{bmatrix} s' \\ \beta B \cos \zeta + \Delta B_{\parallel}'^{(1)} \\ \beta B \sin \zeta + \Delta B_{\perp}'^{(1)} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

今回の目的は収差曲線によりその特徴を明らかにすることである. 故に、パラメータを簡単化する. $\beta = \beta_r = 1$ とする. 瞳結像の収差は考慮せず、 $\Delta R_{\parallel}'^{(1)} = \Delta R_{\perp}'^{(1)} = 0$ とする. また、 $s' = 0$, $t' = -1$ とする. このとき、 $-u = x$ と置けば、式 (B.3) は次のように簡単化される.

$$\begin{bmatrix} x \\ -xR \cos \eta + (1+x)(B \cos \zeta + \Delta B_{\parallel}'^{(1)}) \\ -xR \sin \eta + (1+x)(B \sin \zeta + \Delta B_{\perp}'^{(1)}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

式 (B.4) では、 $x = -1$ が射出瞳面に対応し、 $x = 0$ がガウス像面に対応する. よって、 x を-1 から 1 まで変化させることで光束を表現できる.

- 図 (B.1) に収差の無い理想結像の収差曲線を示す
- 図 (B.2) にデフォーカスの収差係数 $I_{\eta}^{(1)} = 0.4$ の収差曲線を示す
- 図 (B.3) に軸上非点 ($0-90^\circ$) $I_{\eta+2\xi}^{(1)} = 0.2$ の収差曲線を示す
- 図 (B.4) に軸上非点 ($45-135^\circ$) $I_{\eta+2\xi,s}^{(1)} = 0.2$ の収差曲線を示す
- 図 (B.5) にねじれ光束 $I_{\eta,s}^{(1)} = 0.3$ の収差曲線を示す

次に、歪曲収差係数の収差曲線を示す. 歪曲収差の無い理想結像の同心円チャートと、歪曲収差の有る場合の同心円チャートを比較することで、収差の特徴を示した. 図 (B.6) に歪曲収差係数の収差曲線を示す.

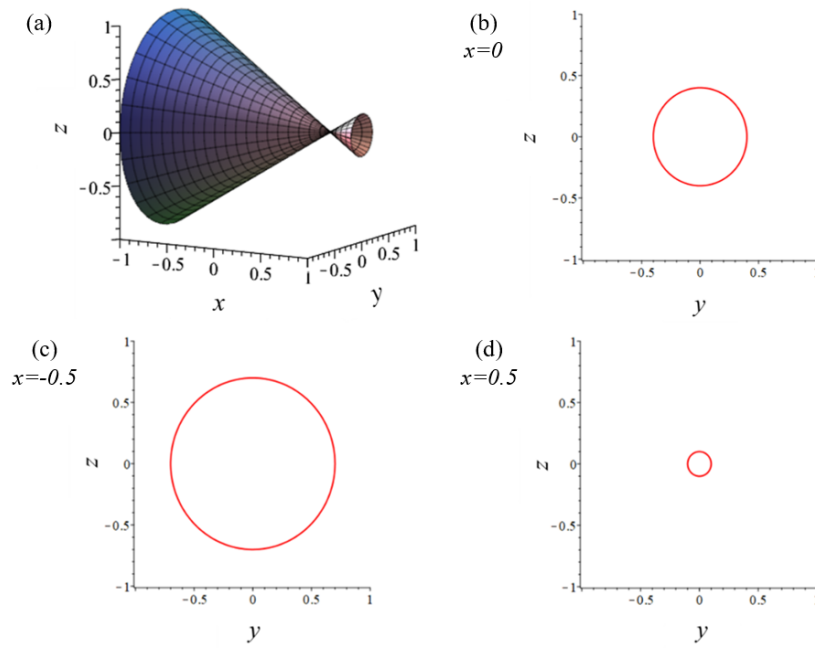


Fig. B.2 デフォーカス $I_{\eta}^{(1)} = 0.4$ の収差曲線. (a) 光束図形. (b) ガウス像面 ($x = 0$) における収差曲線. (c) マイナス側にデフォーカスした評価面 ($x = -0.5$) における収差曲線. (d) プラス側にデフォーカスした評価面 ($x = 0.5$) における収差曲線. この収差曲線は回転対称性を有している.

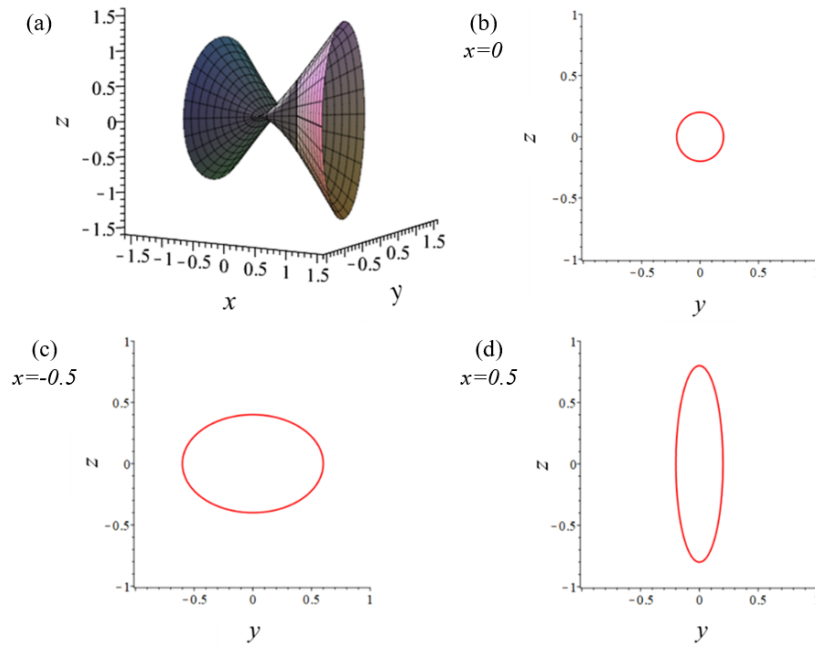


Fig. B.3 軸上非点 ($0-90^{\circ}$) $I_{\eta+2\xi}^{(1)} = 0.2$ の収差曲線. (a) 光束図形. (b) ガウス像面 ($x = 0$) における収差曲線. (c) マイナス側にデフォーカスした評価面 ($x = -0.5$) における収差曲線. (d) プラス側にデフォーカスした評価面 ($x = 0.5$) における収差曲線. この収差曲線は2回の回転対称性を有している.

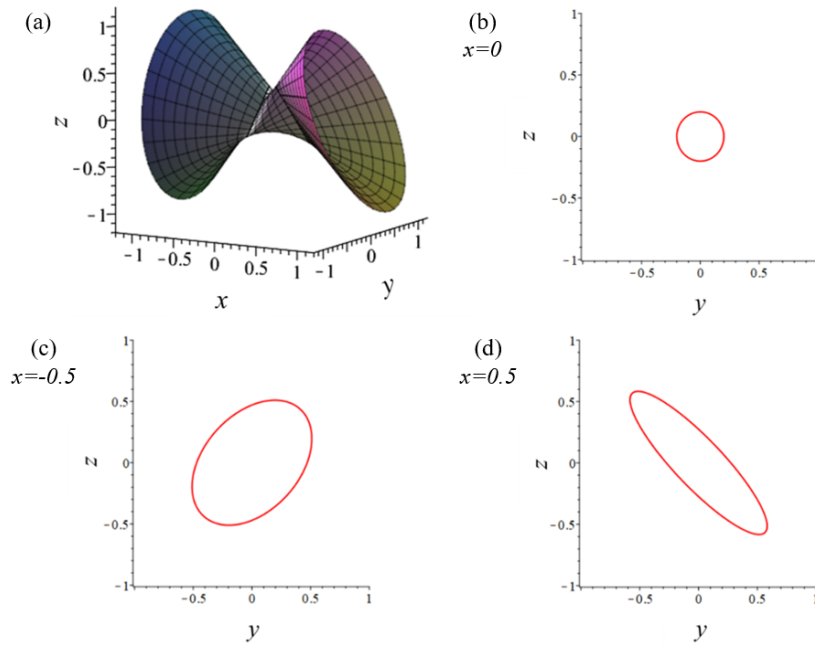


Fig. B.4 軸上非点 ($45\text{-}135^\circ$) $I_{\eta+2\xi,s}^{(1)} = 0.2$ の収差曲線. (a) 光束図形. (b) ガウス像面 ($x = 0$) における収差曲線. (c) マイナス側にデフォーカスした評価面 ($x = -0.5$) における収差曲線. (d) プラス側にデフォーカスした評価面 ($x = 0.5$) における収差曲線. この収差曲線は2回の回転対称性を有している. 軸上非点 ($0\text{-}90^\circ$) とは非点収差発生が異なる.

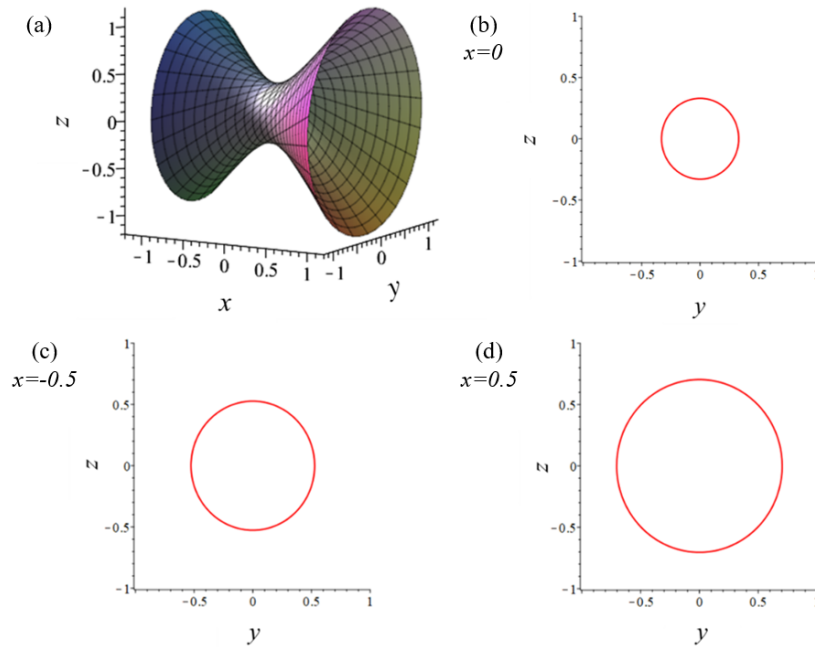


Fig. B.5 ねじれ光束 $I_{\eta,s}^{(1)} = 0.3$ の収差曲線. (a) 光束図形. (b) ガウス像面 ($x = 0$) における収差曲線. (c) マイナス側にデフォーカスした評価面 ($x = -0.5$) における収差曲線. (d) プラス側にデフォーカスした評価面 ($x = 0.5$) における収差曲線. この収差曲線は回転対称性を有している. (a) からわかるように, 光束がねじれている.

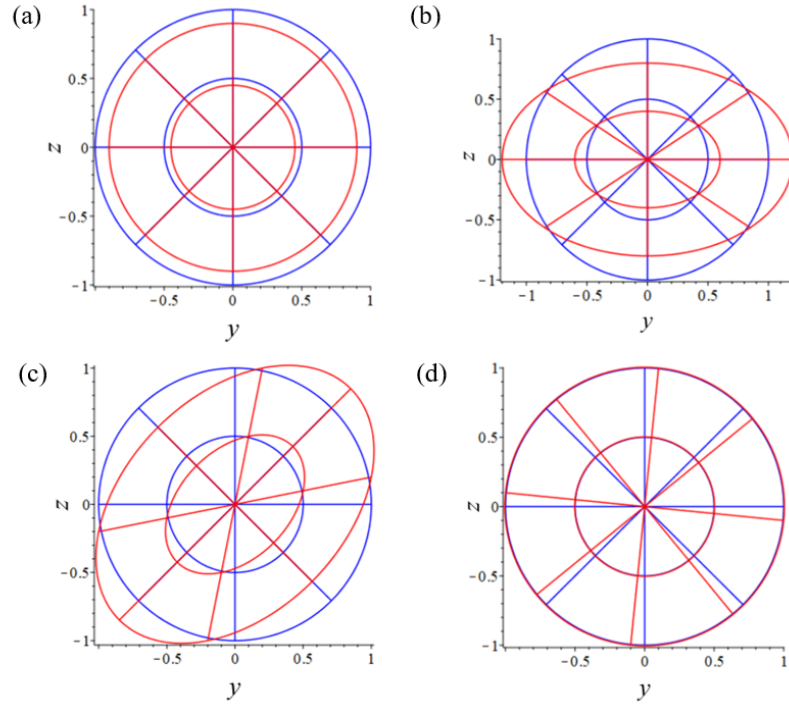


Fig. B.6 歪曲収差係数の収差曲線．青が理想曲線．赤が歪曲曲線．

(a) 拡縮 $V_{\zeta}^{(1)} = -0.1$ (b) アナモフィック倍率 ($0-90^\circ$) $V_{\zeta+2\xi}^{(1)} = 0.2$ (c) アナモフィック倍率 ($45-135^\circ$) $V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)} = 0.2$ (d) 回転 $V_{\zeta,s}^{(1)} = 0.1$

B.2 収差係数の対応表

物体結像の2次収差係数と3次収差係数の収差曲線は論文 [16] に記載されている．本論文で用いた収差係数の記法と論文 [16] に記載されている収差係数の記法との対応表を示す．

- 表 B.1 は物体結像の1次収差係数の記法の対応表である
- 表 B.2 は物体結像の2次収差係数の記法の対応表である．
- 表 B.3 は物体結像の3次球面収差係数と3次コマ収差係数の記法の対応表である．
- 表 B.4 は物体結像の3次像面収差係数と3次歪曲収差係数の記法の対応表である．

Table B.1 物体結像の 1 次収差係数の記法の対応表

1 次収差係数	論文 [16] の記法	本論文の記法
1 次の球面収差	I_{1a}	$I_{\eta}^{(1)}$
	I_{1b}	$I_{\eta,s}^{(1)}$
	I_{1c}	$I_{\eta+2\xi}^{(1)}$
	I_{1d}	$I_{\eta+2\xi,s}^{(1)}$
1 次の歪曲収差	V_{1a}	$V_{\zeta}^{(1)}$
	V_{1b}	$V_{\zeta,s}^{(1)}$
	V_{1c}	$V_{\zeta+2\xi}^{(1)}$
	V_{1d}	$V_{\zeta+2\xi,s}^{(1)}$

Table B.2 物体結像の 2 次収差係数の記法の対応表

2 次収差係数	論文 [16] の記法	本論文の記法
2 次のコマ収差	I_{2a}	$II_{\xi}^{(2)}$
	I_{2b}	$II_{\xi,s}^{(2)}$
	I_{2c}	$II_{2\eta+\xi}^{(2)}$
	I_{2d}	$II_{2\eta+\xi,s}^{(2)}$
	I_{2e}	$II_{2\eta+3\xi}^{(2)}$
	I_{2f}	$II_{2\eta+3\xi,s}^{(2)}$
2 次の像面収差	IV_{2a}	$IV_{\zeta+\eta+\xi}^{(2)}$
	IV_{2b}	$IV_{\zeta+\eta+\xi,s}^{(2)}$
	IV_{2c}	$IV_{\zeta-\eta+\xi}^{(2)}$
	IV_{2d}	$IV_{\zeta-\eta+\xi,s}^{(2)}$
	IV_{2e}	$IV_{\eta-\zeta+\xi}^{(2)}$
	IV_{2f}	$IV_{\eta-\zeta+\xi,s}^{(2)}$
	IV_{2g}	$IV_{\zeta+\eta+3\xi}^{(2)}$
	IV_{2h}	$IV_{\zeta+\eta+3\xi,s}^{(2)}$
2 次の歪曲収差	V_{2a}	$V_{\xi}^{(2)}$
	V_{2b}	$V_{\xi,s}^{(2)}$
	V_{2c}	$V_{2\zeta+\xi}^{(2)}$
	V_{2d}	$V_{2\zeta+\xi,s}^{(2)}$
	V_{2e}	$V_{2\zeta+3\xi}^{(2)}$
	V_{2f}	$V_{2\zeta+3\xi,s}^{(2)}$

Table B.3 物体結像の 3 次収差係数の記法の対応表

3 次収差係数	論文 [16] の記法	本論文の記法
3 次の球面収差	I_{3a}	$I_{\eta}^{(3)}$
	I_{3b}	$I_{\eta,s}^{(3)}$
	I_{3c}	$I_{\eta+2\xi}^{(3)}$
	I_{3d}	$I_{\eta+2\xi,s}^{(3)}$
	I_{3e}	$I_{3\eta+2\xi}^{(3)}$
	I_{3f}	$I_{3\eta+2\xi,s}^{(3)}$
	I_{3g}	$I_{3\eta+4\xi}^{(3)}$
	I_{3h}	$I_{3\eta+4\xi,s}^{(3)}$
3 次のコマ収差	II_{3a}	$II_{\zeta}^{(3)}$
	II_{3b}	$II_{\zeta,s}^{(3)}$
	II_{3c}	$II_{2\eta-\zeta}^{(3)}$
	II_{3d}	$-II_{2\eta-\zeta,s}^{(3)}$
	II_{3e}	$II_{\zeta+2\xi}^{(3)}$
	II_{3f}	$II_{\zeta+2\xi,s}^{(3)}$
	II_{3g}	$II_{2\eta+\zeta+2\xi}^{(3)}$
	II_{3h}	$II_{2\eta+\zeta+2\xi,s}^{(3)}$
	II_{3i}	$II_{2\eta-\zeta+2\xi}^{(3)}$
	II_{3j}	$-II_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{(3)}$
	II_{3k}	$II_{2\eta+\zeta+4\xi}^{(3)}$
	II_{3l}	$II_{2\eta+\zeta+4\xi,s}^{(3)}$

3 次のコマ収差係数において、本論文の記法で $-II_{2\eta-\zeta,s}^{(3)}$ と $-II_{2\eta-\zeta+2\xi,s}^{(3)}$ のように符号を変えて定義しなおしたのは、式 (7.560) と式 (7.559) の近軸特性行列を $A_{12}^{(3)}$ の共通の形式に統一するためである。

Table B.4 物体結像の3次収差係数の記法の対応表 2

3次収差係数	論文 [16] の記法	本論文の記法
3 次の像面収差	IV_{3a}	$IV_{\eta}^{(3)}$
	IV_{3b}	$IV_{\eta,s}^{(3)}$
	IV_{3c}	$IV_{2\zeta-\eta}^{(3)}$
	IV_{3d}	$IV_{2\zeta-\eta,s}^{(3)}$
	IV_{3e}	$IV_{\eta+2\xi}^{(3)}$
	IV_{3f}	$IV_{\eta+2\xi,s}^{(3)}$
	IV_{3g}	$IV_{2\zeta+\eta+2\xi}^{(3)}$
	IV_{3h}	$IV_{2\zeta+\eta+2\xi,s}^{(3)}$
	IV_{3i}	$IV_{2\zeta-\eta+2\xi}^{(3)}$
	IV_{3j}	$IV_{2\zeta-\eta+2\xi,s}^{(3)}$
	IV_{3k}	$IV_{2\zeta+\eta+4\xi}^{(3)}$
	IV_{3l}	$IV_{2\zeta+\eta+4\xi,s}^{(3)}$
3 次の歪曲収差	V_{3a}	$V_{\zeta}^{(3)}$
	V_{3b}	$V_{\zeta,s}^{(3)}$
	V_{3c}	$V_{\zeta+2\xi}^{(3)}$
	V_{3d}	$V_{\zeta+2\xi,s}^{(3)}$
	V_{3e}	$V_{3\zeta+2\xi}^{(3)}$
	V_{3f}	$V_{3\zeta+2\xi,s}^{(3)}$
	V_{3g}	$V_{3\zeta+4\xi}^{(3)}$
	V_{3h}	$V_{3\zeta+4\xi,s}^{(3)}$

付録 C

研究業績

C.1 学術論文

1. K.Mori, Y.Hayasaki and K.Araki, “Fundamental ray aberration analysis: extension of ray matrix analysis to the third-order region using a four-element fundamental ray vector,” Applied Optics, 59(14), 4466-4477 (2020).
2. K.Mori, Y.Hayasaki and K.Araki, “Fundamental ray aberration analysis of off-axial optical systems: analytical formulae of first-order aberrations,” Applied Optics, 60(29), 9012-9028 (2021).

C.2 国際学会発表

1. K.Mori, Y.Hayasaki and K.Araki, “Fundamental ray aberration coefficient: extension of ray transfer matrix analysis to the third-order region,” Optics-photonics Design & Fabrication, (November 2018).

C.3 国内学会発表

1. 森 健太郎, 早崎 芳夫, 荒木 敬介, “屈折作用と近軸関係を分離した 3 次収差係数の計算式,” 日本光学会第 43 回光学シンポジウム, 2018 年 6 月.
2. 森 健太郎, 早崎 芳夫, 荒木 敬介, “像面移動による 3 次収差係数の変換式の提案,” 日本光学会年次学術講演会, Optics & Photonics Japan, 2017 年 11 月.

参考文献

- [1] M. Herzberger. Theory of image errors of the fifth order in rotationally symmetrical systems. i. *J. Opt. Soc. Amer.*, Vol. 29, pp. 395–406, 1939.
- [2] J. Focke. *Jenaer Jahrbuch*, pp. 89–119. 1951.
- [3] 松居吉哉. 収差論, pp. 149–163. 日本オプトメカトロニクス協会, 2011.
- [4] 松居吉哉. 5 次収差論の実用化 一般論 (1). 応用物理, Vol. 28, pp. 642–650, 1959.
- [5] 松居吉哉. 5 次収差論の実用化 一般論 (2). 応用物理, Vol. 28, pp. 687–697, 1959.
- [6] 松居吉哉. 5 次収差論の実用化 共軸屈折球面系への適用 (1). 応用物理, Vol. 29, pp. 184–194, 1960.
- [7] 松居吉哉. 5 次収差論の実用化 共軸屈折球面系への適用 (2). 応用物理, Vol. 29, pp. 256–267, 1960.
- [8] 松居吉哉. 5 次収差論の実用化に関する研究. キヤノン研究報告 No.2, 1964.
- [9] 山路敬三. ズームレンズの光学設計に関する研究. キヤノン研究報告 No.3, 1964.
- [10] C.G.Wynne. Lens designing by electronic digital computer i. *Proc. Phys. Soc.*, Vol. 73, p. 777, 1959.
- [11] C.G.Wynne and P.M.J.H.Wormell. Lens design by computer. *Appl. Opt.*, Vol. 2, pp. 1233–1238, 1963.
- [12] 鎌田健一. 撮像レンズ. 特開 2020-115174, 2020.
- [13] S. Padin. Three-mirror anastigmat for cosmic microwave background observations. *Appl. Opt.*, Vol. 57, No. 9, pp. 2314–2326, 2018.
- [14] 荒木敬介. Off-Axial 光学系の近軸・収差論的解析. 博士学位論文, 東京大学, 2002.
- [15] M. Herzberger. First-order laws in asymmetrical optical systems ii. the image congruences belonging to the rays emerging from a point in object and image space; fundamental forms. *J. Opt. Soc. Amer.*, Vol. 26, pp. 389–406, 1936.
- [16] 若園毅. オフアキシアル光学系の収差解析に関する研究. 博士学位論文, 宇都宮大学, 2016.
- [17] Jannick P. Rolland, et al. Freeform optics for imaging. *Optica*, Vol. 8, No. 2, 2021.
- [18] H. H. Hopkins. *Wave Theory of Aberrations*. Oxford/Clarendon, 1950.
- [19] R. V. Shack and K. Thompson. Influence of alignment errors of a telescope system on its aberration field. *Proc. SPIE*, Vol. 251, pp. 146–153, 1980.
- [20] K. P. Thompson, et al. Real-raybased method for locating individual surface aberration field centers in imaging optical systems without rotational symmetry. *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 26, pp. 1503–1517, 2009.
- [21] J. Sasian. How to approach the design of bilateral symmetric optical systems. *Opt. Eng.*, Vol. 33,

- pp. 2045–2061, 1994.
- [22] 宮前博. 回折レンズ系の幾何光学的取り扱い. 光学, Vol. 27, No. 9, p. 513, 1998.
 - [23] N. Yu, et al. Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction. *Science*, Vol. 334, p. 333, 2011.
 - [24] 荒木敬介. Off-axial 光学系理論の回折光学系への拡張. 第 47 回光学シンポジウム講演予稿集, p. 28, 2022.
 - [25] D.P.Feder. Optical calculations with automatic computing machinery. *J. Opt. Soc. Amer.*, Vol. 41, pp. 630–635, 1951.
 - [26] 松居吉哉. レンズ設計法. 共立出版, 1972.
 - [27] 南節雄. (応用物理学会日本光学会編) 微小光学の物理的基礎 第 6 章分布屈折率光学系の幾何光学, pp. 105–137. 朝倉書店, 1991.
 - [28] 松居吉哉. 収差論. 日本オプトメカトロニクス協会, 第 5 版, 2011.
 - [29] 松居吉哉. レンズ設計法, pp. 3–11. 共立出版, 1972.
 - [30] 三宅 和夫訳. レンズ設計の原理, pp. 1–13. 講談社, 1970. (原書. Max Berek. *Grundlagen der praktischen Optik*).
 - [31] Keisuke Araki. Analysis of off-axial optical systems(1). *Opt. Rev.*, Vol. 7, No. 3, pp. 221–229, 2000.
 - [32] Keisuke Araki. Analysis of off-axial optical systems(2). *Opt. Rev.*, Vol. 7, No. 4, pp. 326–336, 2000.
 - [33] 松居吉哉. 偏心の存在する光学系の 3 次の収差論. 日本オプトメカトロニクス協会, 1990.
 - [34] 松居吉哉. 偏心光学系の 3 次の収差論-3 次の偏心量まで考慮にいれた取り扱い-. 日本オプトメカトロニクス協会, 1997.
 - [35] 黒田和男. 解析幾何光学入門 (1). 光学, Vol. 21, No. 5, pp. 350–358, 1992.
 - [36] 黒田和男. 解析幾何光学入門 (2). 光学, Vol. 21, No. 6, pp. 424–430, 1992.
 - [37] 山本義隆. 幾何光学の正準理論. 数学書房, 2014.
 - [38] Victor Guillemin and Shlomo Sternberg. *Symplectic techniques in physics*, pp. 1–150. Cambridge University Press, 1984.
 - [39] 荒木敬介. 純虚数を使う鏡像結像光学系の近軸・収差解析. 第 47 回光学シンポジウム講演予稿集, p. 34, 2022.
 - [40] 荒木敬介. Off-axial 光学系の色収差論. 第 46 回光学シンポジウム講演予稿集, p. 9, 2021.
 - [41] Kentaro Mori, et al. Fundamental ray aberration analysis: extension of ray matrix analysis to the third-order region. *Appl. Opt.*, Vol. 59, No. 14, pp. 4466–4477, 2020.
 - [42] Kentaro Mori, et al. Fundamental ray aberration analysis of off axial optical systems: analytical formulae of first-order aberrations. *Appl. Opt.*, Vol. 60, No. 29, pp. 9012–9028, 2021.
 - [43] 辻定彦. レンズ設計のすべて, p. 233. 電波新聞社, 2006.
 - [44] 辻定彦. レンズ設計のすべて, p. 204. 電波新聞社, 2006.
 - [45] 小川勝久, 森健太朗. 2.5 億画素-19k 超高解像度カメラを用いた高詳細映像表現. 映情学誌, Vol. 75, No. 2, pp. 305–314, 2021.
 - [46] 森健太朗. 撮像光学系およびそれを有する撮像装置. 特許 6516579, 2019.
 - [47] A. Offner. USP3,748,015, 1973.
 - [48] A.P.Grammatin. *Sov. J. Opt. Technol.*, Vol. 38, p. 210, 1971.

- [49] A.Suzuki. *Appl.Opt.*, Vol. 22, p. 3943, 1983.
- [50] A.Suzuki. *Appl.Opt.*, Vol. 22, p. 3956, 1983.

謝辞

本研究は宇都宮大学オプティクス教育研究センターにおいて，早崎 芳夫 教授の指導の下で行われました．本研究の遂行にあたり，研究の考え方と進め方，それに取り組む姿勢をご教授頂きました．深く感謝申し上げます．

荒木 敬介 客員教授に深く感謝申し上げます．荒木教授との議論により，収差論の奥深さに気付かされるとともに，光学系を深く理解しようと努める態度を学ぶことができました．

本研究に対して多くのご助言とご指導を頂きました，大谷 幸利 教授，藤村 隆史 准教授，杉原 興浩 教授，山本 裕紹 教授，ネイザン ヘイガン 准教授に深く感謝申し上げます．

最後に，いつも応援してくれた家族に深く感謝申し上げます．

令和4年9月

森 健太郎