

FDTD法を用いた誘電体球状共振器のQ値の算出

松原 真理

宇都宮大学教育学部研究紀要 第68号 別刷

2018年2月28日

FDTD法を用いた誘電体球状共振器のQ値の算出

Calculations of Q-value of a Spherical Dielectric Resonator by
using the FDTD method

松原 真理

MATSUBARA Mari*

If we design a circuit element in a millimeter region, it is very important to estimate a complex permittivity of a dielectric material. We have developed a new calculation method for evaluating a permittivity of a dielectric material by using WG (Whispering Gallery) Mode on a spherical dielectric resonator. This method employs the experimental value of the unloaded Q value, but it is susceptible to the placement of the external circuit. Therefore, it is convenient if we know the optimum location. In this paper, we clarify the Q value of the spherical resonator by using the FDTD method and to obtain design guidelines for the optimum placement place.

1 まえがき

ウィスパーリングギャラリーモード(以下WGM)誘電体共振器は、金属を一切使用せず高いQ値が得られるため、ミリ波回路においてフィルタへの応用が期待されている。中でも誘電体球状共振器は厳密解析が可能であり、エネルギーの閉じ込めが良いため、レーザーや光の共振器としての利用が期待されている。また球状共振器はエッジを持たない構造の為、理論解析に近似を含まないので誘電体材料の複素比誘電率を正確に把握できる可能性がある。そこで本研究室^[1他]では、球状共振器の無負荷Q値(実験値)を測定することにより複素誘電率を求める手法を導出した。しかしながら、無負荷Q値の実験値は外部回路の配置場所の影響を受ける。よって、外部回路の最適配置場所が分かると都合が良い。

前回の報告で、FDTD法(差分時間領域法)^[2]を用いて、誘電体球状共振器の固有共振モードがどのようにして生起するかを可視化した。それにより、 ϕ 方向の共振次数は実験値と一致し、モードの同定が可能となった(図1参照)。

今回の報告ではFDTD法を用いて球状共振器のQ値を明らかにし、最適配置場所の設計指針を得ることを目的とする。

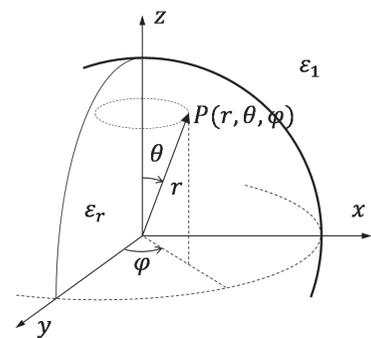


図1 球座標系

2. FDTD法

FDTD法^[3]とは、マクスウェルの微分方程式を差分(Finite Difference)化し、時間領域(Time Domain)で解く方法である。FDTD法の基本概念について簡単に述べる。まず波源、散乱体を囲むように解析領域をとり、解析領域全体を微小直方体(セル)に分割する。次に、全セルに対してマクスウェルの微分方程式を適用して定式化する。この基本は、Yeeのアルゴリズムにある。Yeeのアルゴリズムは、時空間についての差分、電磁界の時間配置、電磁界の空間配置の三つのステップからな

る。よって、この三つのステップに従いFDTD法の定式化を行っていく。

FDTD法による解析は、測定する空間とその中の共振器のモデリングが重要となる。図2に実際の測定回路を示す。発振器より出力された電磁波は、励振用導波路を通り、球状共振器を励振させる。そして、検出用導波路に乗り移り、コンピュータで解析される流れとなっている。Q値の測定は、共振器と導波路の間隔を広げたり、導波路の幅や厚みを変えたりして行う。

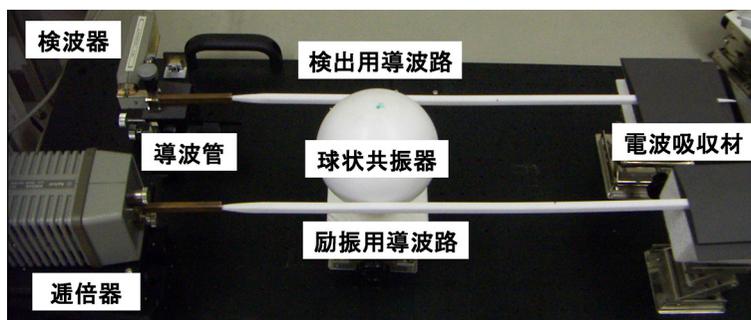


図2 測定回路

誘電体球状共振器の解析領域の基本設定を表1に示す。より厳密に解析を行うには、セル数を小さくする必要があるが、0.6 [mm] セルでモデリングを行うと、総セル数が5300万 [cell] を越えてしまうため、本研究室のコンピュータ環境では計算不可能である。そのため、0.7 [mm] セルでのモデリングが解析可能なセル数の限界となっている。

表1 解析領域の基本設定

セルサイズ	一辺0.7 [mm] の立方体
フィールド横 : n_x	740 [cell]
フィールド縦 : n_y	270 [cell]
フィールド高さ : n_z	178 [cell]
総セル数	35,564,400 [cell]
球体直径 : diameter	128 [cell]
導波路太さ	7 [cell] × 7 [cell]

次に、この解析領域内における、モデリングの寸法図を図3に示し、詳細仕様を表2に示す。

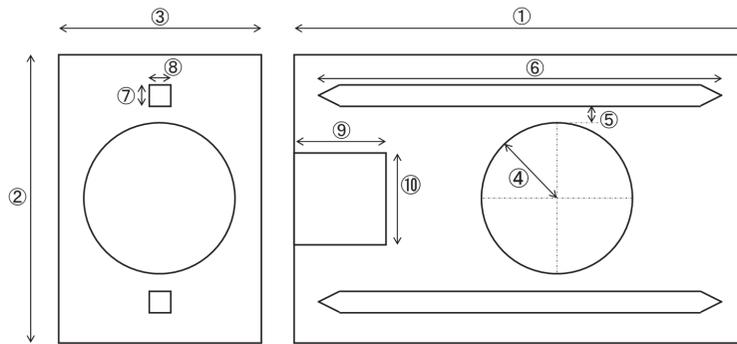


図3 モデリング寸法図

表2 モデリングの詳細仕様

	寸法 [mm]	セル数 [cell]
①フィールド横 : n_x	520	740
②フィールド縦 : n_y	190	270
③フィールド高さ : n_z	125	178
④球体直径 : diameter	90	128
⑤球体, 導波路との間隔 : d	2.1	3
⑥導波路 長さ	490	700
⑦導波路 幅	7	10
⑧導波路 厚さ	7	10
⑨吸収体 横	200	286
⑩吸収体 縦	77	110

本研究では、最適な導波路の構造と共振器との間隔を決定するために、⑤球体, 導波路との間隔d, ⑦・⑧導波路の幅及び厚さのモデリングの数値を変更する。

また、モデリングの際に用いる、導波路及び球状共振器で用いた材質であるテフロン及び、空気中の比誘電率を2.05, 1.00とする。

3. 共振周波数の算出

表2の仕様でFDTD法を用いて周波数と透過磁力の関係を計算したものを、グラフに表したものを図4に示す。横軸が周波数 (GHz), 縦軸が磁界強度 (dB)である。波形において、磁界強度が高くなっている部分を共振周波数という。共振周波数は、それぞれ ϕ 方向の共振次数と対応している。この図で磁界強度が高くなっている部分が共振周波数である。以前の研究^[2]から明らかになった共振次数と、

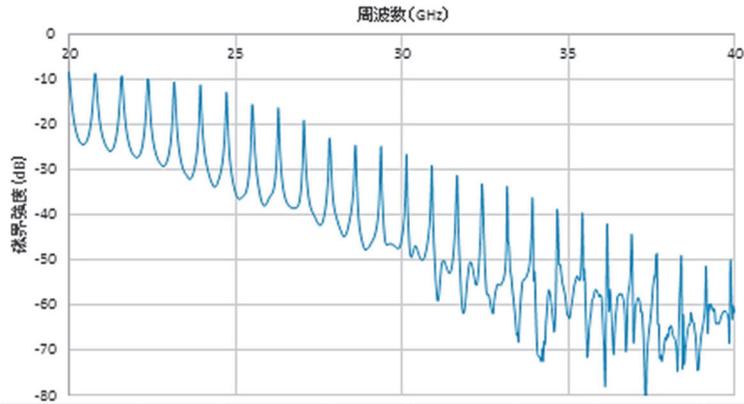


図4 周波数特性

実験値と比較すると、実験値と本法の誤差の最大値は0.04～1.53%とよく一致している。また、周波数が高くなると誤差が小さくなることが分かった。

4. Q値の算出

Q値は共振器の性能の良し悪しを判断する材料の1つである。共振器内に蓄えられるエネルギーが小さく、損失が大きい場合にはQ値は低くなり、逆に共振器内に蓄えられるエネルギーが大きく、損失が小さい場合にはQ値は高くなる。

Q値の求め方を説明する。図5において、共振周波数を f_0 、低周波側半電力点を f_1 、高周波側半電力点 f_2 、挿入損失を L とする。半電力点とは、共振時の透過電力から3dB下がった点のことである。

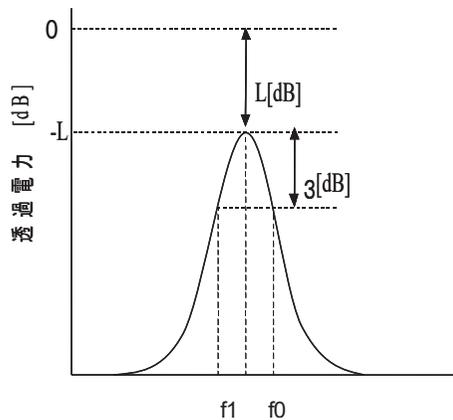


図5 共振波形のモデル図

算出に用いる式は、以下の式(1)である。

$$Q_1 = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (1)$$

本研究では、FDTD法で得られた共振波形をLagrangeの補間公式を用いて関数化し、式(1)を用いて負荷Q値を算出する。

球状共振器と導波路の間隔 d の値を、0.7～8.4mmまで変化するようにモデリングをし、Q値の算出を行う。図6の d は共振器と導波路との間隔、 h は導波路の厚さ、 W は導波路の幅を表している。FDTD法のプログラムにおいて、図に示すように、共振器の中心から導波路の中心までのセル数の値によって間隔 d が決まる。

まずは導波路間隔 d を変化させFDTD法を用いて共振周波数を算出する。この値は連続でないため、共振波形にLagrangeの補間公式という多項式近似を行う必要がある。算出にはmathematicaを用いる^[4]。

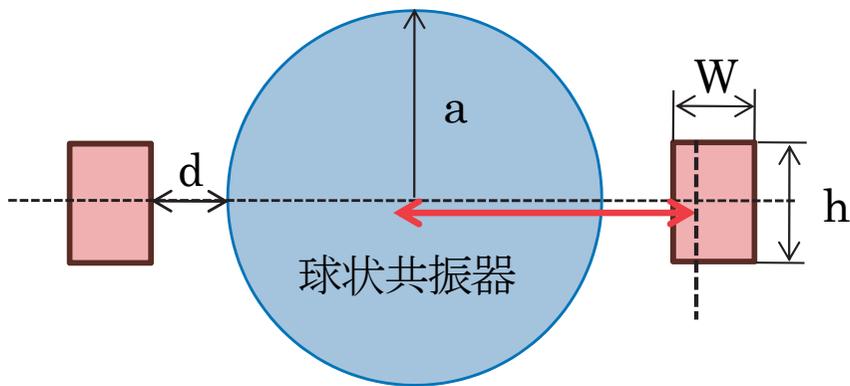


図6 球状共振器と導波路の位置関係⁽⁶⁾

周波数を一定にし間隔 d を変化させたときのQ値の変化を、図7に示す。この図で、横軸が間隔 d (mm)、縦軸が負荷Qである。負荷Q値は間隔 d が大きくなるにつれて高くなり、一定の値になることが分かる。共振周波数27～32GHzでは、 $d = 6.3 \sim 8.4$ のときに最も高い負荷Q値が得られた。33GHz以上では、 $d = 4.2 \sim 5.6$ のときに最も高い負荷Q値が得られた。負荷Q値の平均は、 $d = 4.9$ のときに最も高かった。よって、総合最適間隔 $d = 4.9$ であるが、共振する周波数によって最適な間隔 d は変化することが分かった。

また、 $d = 6.3$ 以上では、高い周波数でのQ値の算出が困難になった。そのためグラフが途中までとなっている。理由として、周波数が高くなるほど共振器エネルギーの閉じ込めが良くなることが挙げられる。図8は $d = 9.1$ の共振周波数特性である。この辺りから離れすぎのため励振を行うことができないと思われる。また過去の実験^[2]と比較すると、負荷Q値の値が低くなっている。

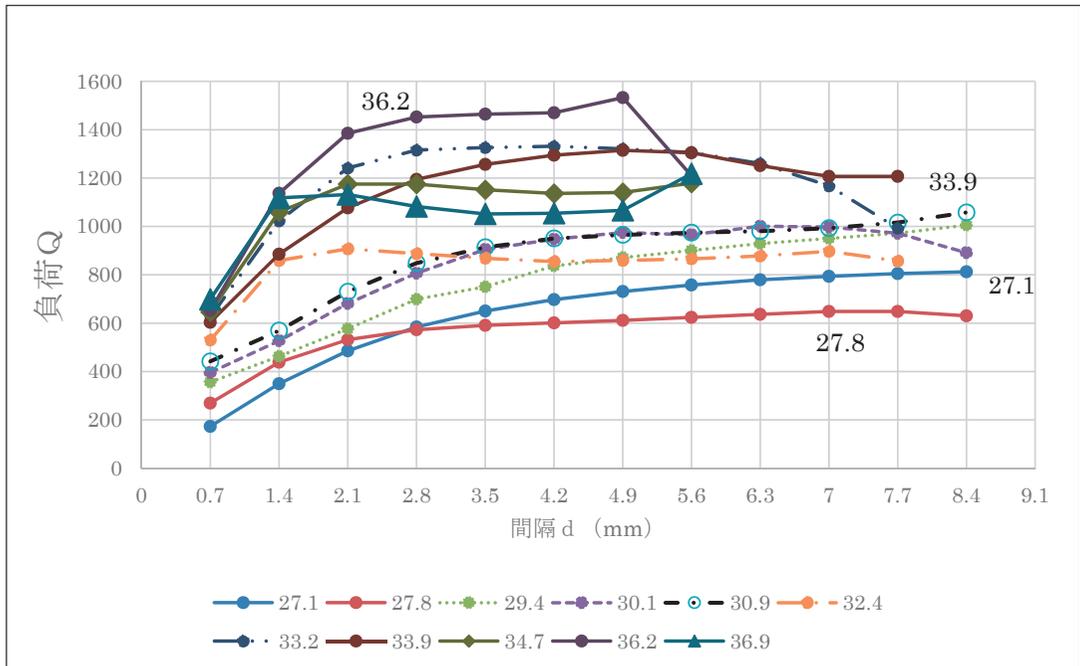


図7 間隔の変化と負荷Q値の関係

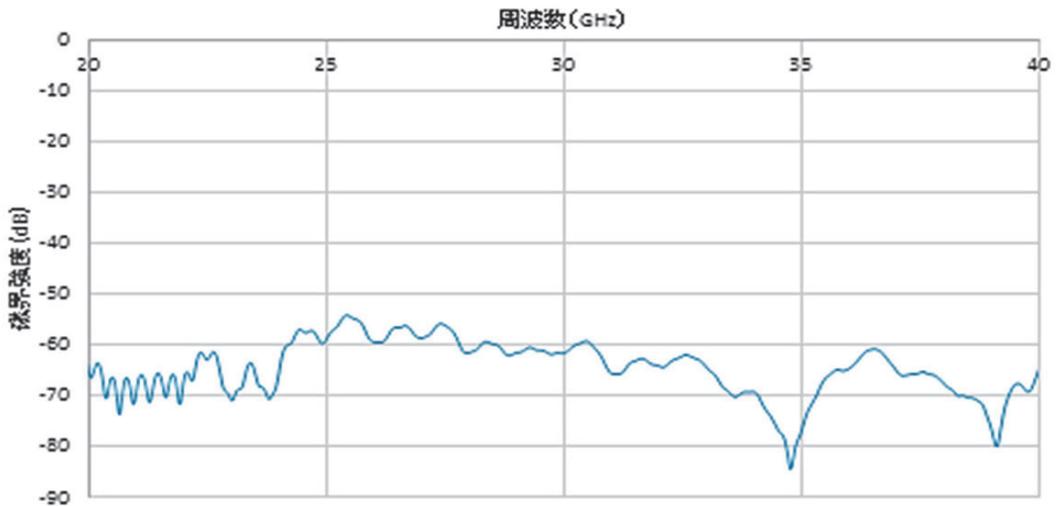


図8 共振特性(d=9.1)

次に導波路の幅及び厚みを変更して負荷Q値の算出を行った。hを4.9～9.1mmまで変化させたが例として、図9は4.9mm、図10は7.0mmの導波路の場合を示す。要素は共振周波数である。

図を比較すると、図9の方がdを大きくしていくと負荷Q値も高くなっていることが分かる。各共振周波数における最高Q値の平均では、7.0mmの場合が最も高く、次いで7.7mm、5.6mmであった。しかし、周波数が低い場合では7.7、8.4mmの導波路において高い負荷Q値が得られた。このことから、導波路においても間隔dと同様、共振する周波数によって最適なhの値は変化することがわかる。

9.1mmの設定においては途中で波形が崩れてしまったため、これ以上大きくしても高い負荷Q値を

得ることはできないと思われる。

4.2mmの設定でも波形が崩れてしまったため、導波路の細さの限界は4.9mmと4.2mmの間にあると思われる。

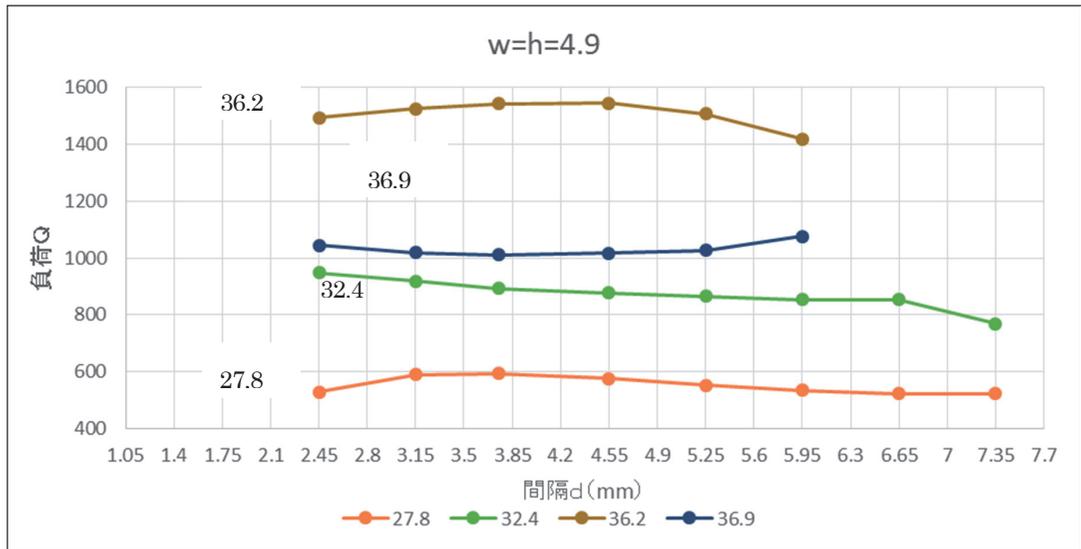


図9 無負荷Q値 (w = h = 4.9)

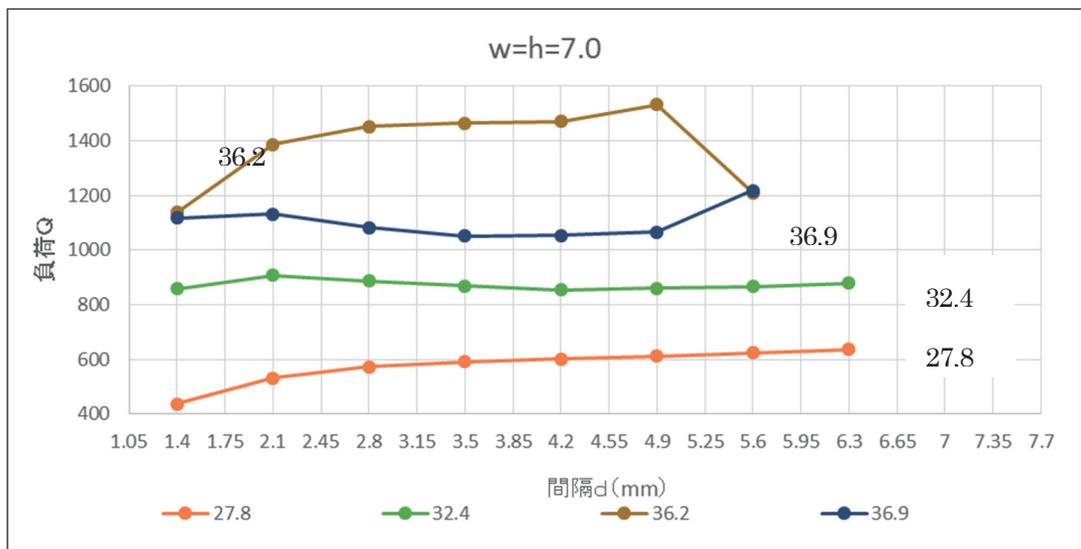


図10 無負荷Q値 (w = h = 7.0)

7. まとめと今後の予定

今回の共振器と周波数範囲ではFDTD法を用いて、導波路の配置場所と構造を変化させてQ値を計算した。球状共振器と導波路の間隔dとしては4.9mmが、導波路の幅としては7.0mmのものが総合的に見て適当であるとわかった。

しかし、過去の実験より得られた負荷Q値より大幅に小さい値となってしまった。Q値の算出にMathematicaを用いて近似を行ったが、値同士の間隔が大きく、厳密ではなかったことが考えられる。

本研究はFDTD法による理論計算であったので、今後は実験により結果の検証をする必要があると考える。

参考文献

- [1] 松原真理・菊池貴大・苫米地義郎；WGM誘電体球状共振器を用いた誘電率の簡易計算，宇都宮大学教育学部 教育学部紀要，第63号，第2部，pp.35 - 42，(2013)
- [2] 松原真理；FDTD法による誘電体球状共振器の共振特性の解析，宇都宮大学教育学部 教育学部紀要，Vol.65-2，(2015)
- [3] 宇野亨；“FDTD法による電磁界およびアンテナ解析”，コロナ社，pp.2-57，東京農工大学教授
- [4] 苫米地義郎，松原真理；FDTD法による準円板共振器の共振特性解析，宇都宮大学教育学部 教育学部紀要，第64号，第2部，pp.43 - 50，(2014)

Calculations of Q-value of a Spherical Dielectric Resonator by using the FDTD method

MATSUBARA Mari