中学校数学における説明する能力の向上に関する研究
―星形五角形の授業実践を通して―

荒井　雄貴・日野　圭子

宇都宮大学教育学部教育実践紀要　第5号　別刷

2018年8月3日

宇都宮大学教育学部教育実践紀要　第5号　2018年8月3日

中学校数学における説明する能力の向上に関する研究†
―星形五角形の授業実践を通して―

荒井　雄貴*・日野　圭子**
宇都宮大学大学院教育学研究科教育実践高度化専攻*
宇都宮大学大学院教育学研究科**

本研究の目的は，中学校数学において，説明する能力を授業で向上させるための手立てについて示唆を得ることである．この目的に対して，生徒を根拠に注目させるために，「不十分な説明をわかりやすい説明に改善する」ことを取り入れた授業実践を行った．本稿では，授業で取り入れた具体的な手立てを述べ，生徒の様子を考察する．生徒のグループでのやりとりを分析，考察した結果，説明の対象となる図と式を既習の知識とどう結び付けるかが話し合われていることがわかった．既習の知識を想起するだけでなく，それが今問題になっている図や式にどう対応するかをつかむことが，その知識を根拠と認める上で重要であるといえる．

キーワード：説明，中学校数学

1．はじめに

数学の学習では，問題の答えを求めることだけが重要ではない．その答えを導く過程やその答えになる根拠も大切である．本研究の目的は，根拠に基づく説明に焦点を当てて，中学校数学における説明する能力を向上させる手立てについて示唆を得ることである．

次期中学校学習指導要領解説数学編（文部科学省，2017）では，全国学力・学習状況調査等の結果から「数学的な表現を用いた理由の説明」に課題が見られることを挙げ，これらの課題に適切に対応できるよう改善を図っている．そして,数学的に説明し伝え合う活動を，中学校数学科の内容の骨子の1つとして示している．このことから，中学校数学における説明する能力の向上を考えることは，今後も重要なことであるといえる．

本稿では，生徒を根拠に注目させるために「不十分な説明をわかりやすい説明にする」ことを取り入れた授業実践について述べ，その授業において，生徒が説明を改善していく様子を分析する．そして，説明する能力の向上に対する示唆を述べる．

† Yuki ARAI* Keiko HINO**: IMPROVING THE ABILITY TO EXPLAIN ONE'S REASON FOR PROPOSITION IN LOWER SECONDARY MATHEMATICS LESSON
Keywords: Mathematics, Explain reason for proposition

* Division of Professional Teacher Education, Utsunomiya University
** Graduate School of Education, Utsunomiya University
（連絡先：khino@cc.utsunomiya-u.ac.jp）

2．中学校数学における生徒の説明

（1）本研究における数学の説明の捉え方

生徒の説明にはどのようなものがあるだろうか．国立教育政策研究所（2016）は，問題Bの記述式の問題について，事柄・事実の説明，方法・手順の説明，理由の説明の3種類の記述内容を示している．本研究では，説明するときに特に根拠を意識させたいという思いから，理由の説明に焦点を当て，説明する能力の向上について考える．理由の説明では，根拠を明らかにして筋道立てて説明することが必要になるためである．

戸水ら（2012）は，筋道立てて説明することを，大きく4つの型に分類している．それらは，「直感的な説明…操作活動等を通して直感的に説明する」，「類推的な説明…他の類似した事例から類推的に説明する」，「帰納的な説明…具体的な事例や特別な事例から一般的な法則が成り立つことを説明する」，「演繹的な説明…既習の法則をもとにあることがらが成り立つことを説明する」（p.37）である．ここから，本研究では，根拠を明らかにして筋道立てて説明するとは，説明すべき事柄を考えるときに，もととした既習の知識（法則，性質，定義，

定理を含む）や具体例，図を示しながら，生徒が自らの思考過程を順序よく直感的，類推的，帰納的，演繹的のいずれかで説明することであるとする．

⑵ 生徒の説明する能力が向上するとは

理由の説明について，生徒の説明する能力の向上を捉えるために，戸水ら（2012）の評価の指標を参考にして，新しく評価の指標を作成した．説明する能力の向上とは，評価の指標において，より高い状況の説明をできるようになることである．また，類推的な説明や帰納的な説明に留まっていた生徒が，演繹的な説明をできるようになることである．

本研究では根拠に着目している．そこで，その点を組み入れ，国立教育政策研究所（2013）の例を参考に，「十分満足できる状況（A）の説明」と「おおむね満足できる状況（B）の説明」を定めた．類推的な説明，帰納的な説明，演繹的な説明のＡの説明は，Ｂの説明に加えて，その結果になることの根拠がより明確であるものとする．また，直感的な説明は，自分がわかる図や操作に留まっているものをＢの説明，説明する相手にわかりやすいように図や操作が工夫されているものをＡの説明とする．なお，「努力を要する状況（C）の説明」は，根拠について述べられていないものとする．図1は，多角形の外角の和は360° であることを演繹的に説明する場合についての評価の指標と状況例である．

	説明の状況	十分満足できる状況（A）	おおむね満足できる状況（B）	支援（C）
演繹的な説明	多角形の内角の和を用いて，文字式を計算することで，多角形の外角の和は360°であることを説明する．	n角形の内角の和が180°×（n－2）と表されることを用いて，文字式を計算することで，多角形の外角の和は360°であることを説明できる．（n角形のn個の頂点の内角と外角の和をすべて加えると180°×nとなること，n角形の内角の和は180°×（n－2）と表されることなどについて述べている．）	n角形の内角の和が180°×（n－2）と表されることを用いて，文字式を計算することで，多角形の外角の和は360°であることを説明できる．	n角形の内角の和を，nを用いて表したように，多角形の外角の和もnを用いて，文字式を計算することで，説明できないか考えるよう助言する．

＜おおむね満足できる状況（B）の例＞

n角形の外角の和は
180°×n－180°×（n－2）＝360°

＜十分満足できる状況（A）＞

どの頂点でも，内角と外角の和は180° n角形のn個の頂点の内角と外角の和をすべて加えると180°×n
また，n角形の内角の和は180°×（n－2）
よって，n角形の外角の和は
180°×n－180°×（n－2）＝360°

図1：評価の指標（演繹的な説明）

図1の状況例において，Ｂは式のみで説明している．式だけの説明から，多角形の外角の和は360° であることがわかるためには，式が何を表しているのかを解釈する必要がある．式だけの説明では，式の意味の解釈は1つに定まらない．つまり，どのような根拠を用いたのか明確であるとは言えない．そこで，式の意味についても説明されている方がその結果になることの根拠がより明確であると考え，Ａの説明を上記のようにした．

次節では，理由の説明の中で特に演繹的な説明の向上を目指して行った研究授業について述べる．

3. 研究授業

（1）説明する能力を向上させるための手立て

近藤（2015）は，証明の特性の観点から説明の能力の高まりを捉え，今後の課題として「口頭や図やジェスチャーによって説明する，他者の説明を読む，他者の説明を検討し修正するなどの活動」（p.402）が説明を記述する前にあるべきだろうと述べる．本研究では，他者の説明を検討し修正する活動が，根拠を意識するためには重要であると考える．

荒井（2017）は，星形五角形の先端にできる5つの角の和について，生徒が説明を修正，改善していく課題や授業の流れを複数考え，それぞれについて授業実践を行った．その結果，式と記号だけの説明をわかりやすい説明に修正する課題は，説明のときに根拠へ意識を向けることができそうであることがわかった．しかし，説明することよりも求める，解くということに．生徒の意識が向きがちであるという点も，ワークシートから明らかになった．そこで，不十分な説明をわかりやすい説明に改善することに生徒の注意が向くように，より難易度の低い式だけの考え（図2）を課題として考案し，授業実践を行った．

（2）方法

宇都宮大学教職大学院の「教育実践プロジェクトⅡB」において，公立中学校第2学年の5クラスで各1回の授業を行った．授業の目標は「既習の知識を用いて，星形五角形の先端にできる5つの角の和の求め方を説明することができる」である．

5回の授業は，授業を実践し，省察を行って問題点を見出し，改善をしていく過程を繰り返すことで行った．紙面の都合上，5回目に行った2-2での研究授業の概要と，その授業の特徴を述べる．

授業概要：①星形五角形という図形の名前を確認し，星形五角形の角の大きさを求める問題を2問解いた．全

体で答えを共有した後，星形五角形の先端の5つの角の和は180° になりそうであることを予想した．②図2を示し，グループで話し合いながら，それをわかりやすい説明に改善した．③グループの説明を黒板へ提示し，1人の生徒が口頭で説明して考え方を共有した．④わかりやすい説明にするために，図2の式だけの考えに何を加えたのかを考えて，まとめた．

他の4回の授業と比べると，各グループに1つホワイトボードを配布し，グループで1つの説明を考えた点が1つの特徴である．他の授業では個別のワークシートをもとにしたグループ活動を行ったが，それぞれの生徒個人で考える場面が多くなってしまい，説明をわかりやすい説明に改善するということをあまり考えることができないなどが問題点であった．もう1つは，授業の最後に，式だけの考えに何を加えたのか，わかりやすい説明に必要なものを考える時間を設けた点である．他の授業では，時間が押しており，こうした時間を設けることができなかった．

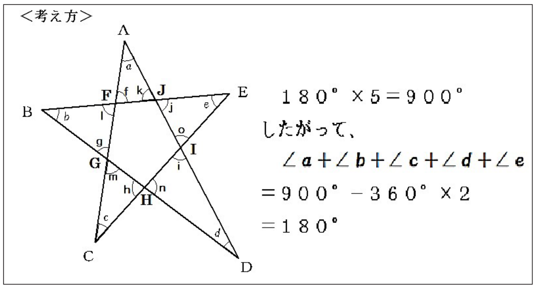

図2：根拠が不十分な式だけの考え

(3) 結果と考察

2-2の授業において，グループ活動時の生徒のやりとりを分析する．8つのグループでの活動は，グループによって差があった．最終的に，説明を改善しホワイトボードにまとめることができたグループは，5グループあった．残りの3グループは，式だけの考えを解決することができなかったり，式だけの考えを解決することはできたが説明をまとめることができなかったりした．

以下では，説明を書き上げることができなかったが，根拠について話し合うことができたグループ（メンバーはK，Y，H，Iの4人）について，生徒Kを中心に分析する．以下に述べるように，Kは根拠に注目していった生徒である．

①360° の意味について考えている場面

1K：内角，なので，，三角形の外角の和，ん，待って，三角形の外角の和って何度？
2Y：外角は全部ひゃくはちじゅ，360° じゃないの
3K：Y きたぞ（何かに気づいた様子で Y に声をかける）
4H：おっ
5Y：何がきたの
6K：全部さ，（∠ a，∠ b，∠ c，∠ d，∠ e の辺りを一つずつペンで指して）
7H：じゃあ，なんで 2 なの？
8Y：そう，2 がちょっと，なんか，なんか二個ある

KはYの発言 (2) を聞き，多角形の外角の和は360° という知識から何かに気づいた (3)．しかし，(6) で上手く五角形の外角を指摘できていないことから，図2の360° が五角形の外角の和であることにはまだ気づいていない，もしくは，確信を持てていないと考える．(6) では，ペンで指摘する部分が曖昧であり，説明が続いていない．多角形の外角の和は360° という既習の知識と説明の対象である目の前の図が結び付いていない状態であると考える．

②360° ×2の意味について考えている場面

9T1：考え方わかった？
10K：いや
11T1：360 解けた？謎
12Y：解けてないっす
13T1：解けてないっす
14H：外角
15Y：これっすか（五角形を指して）
16T1：そうだね，それの外角
17Y：そっからどうすればいいか
18T1：五角形の外角ってどこだ
19Y：f，k，，
20T1：それが 2 つあるってことは
21H：（プリントの五角形の外角のところをペンで∠ o，∠ n，∠ m，∠ l，∠ k，∠ i，∠ h，∠ g，∠ f，∠ j，と 2 周指す）
22K：（プリントの五角形の外角のところをペンで∠ l，∠ f，∠ k，∠ j，∠ o，∠ i，∠ n，∠ h，∠ m，∠ g，と 2 個ずつ指す）
23Y：それか
24T1：それがわかってきたら
25K：きてるかも，Y，おれ，わかったかもしんない
26Y：え，もう完璧？
27H：完璧じゃないでしょ

この場面の最初では，Kは（10）の発言から，まだ式だけの考えがどのような考えであるのかわかっていない．その後，KはT1の問いかけに答えるために，ペンで五角形の外角を指摘した（22）．そして，（25）で，わかったと発言していることから，実際に図の中での五角形の外角の場所を指摘したことによって，この場面の最初では気づいていなかった式だけの考えの理解につながる何かに気づいたと考える．

この場面において，Hが五角形の外角を対頂角のある一方を2周指摘している（21）のに対して，Kは，∠lから始め∠gまで1周で指摘している（22）．このことから，Kは五角形の外角の部分を対頂角の組5つ分と捉えていると考える．図で場所を実際に指摘したことで，対頂角の組5つ分が五角形の外角の和であることに気づいたと考える．そして，目の前の図と五角形の外角の和は360°という知識を結びつけることができたと考える．しかし，五角形の外角の和が2つ分というところまではまだ確信を持つことができていない．また，式との結び付きはあまりない状態であると考える．

③グループのホワイトボードを用いてKがYへ考え方を説明している場面

28K：まず，900 イコール 5 つの三角形
29Y：そうなんだ
30H：それはまあ
31Y：まあそうか
32K：で，f と j と i と h と g で，一通りあるじゃん，で，逆のもあるじゃん，だから，360° が 2 個あるから，
33H：(五角形の外角のところをペンで∠l，∠f，∠k，∠j，∠o，∠i，∠n，∠h，∠m，∠g，と 2 個ずつ指す)
34Y：(体をゆらしてわからなそう)
35H：落ち着け，Y
36K：外角の和，360° が 2 個ずつあるから，かける 2 をするわけ．
37H：(Y 君の方を見て，）わかってない
38Y：もうわかんない
39K：すると，ここ（∠f，∠j）がこの（△ AFJ）外角の和からここ（∠f，∠j）が消されるから
40K：ここを足せば，180°．わかった？
41Y：わかんない
・・・(中略)・・・
42T1：360° ってどこだ
43Y：これです（五角形を指して），ここにあります
44T1：K 君はわかった？どこが，ちょっとペンで
45K：(青ペンを持つ)
46H：ここ書いていいの
47Y：書いていいんでしょ
48K：(青ペンで角を囲む)こことと(∠f)，ここと(∠j)次どこ？
49H：(∠i をペンで指摘)
50K：(∠i，∠h，∠g を青ペンで囲む)
51H：(赤ペンで，∠k，∠o，∠n，∠m，∠l を囲む)
52K：これで外角の和が2つあるでしょ，外角の和は何度なの，全部で
53Y：360
54K：だから，360° かける 2 なんだよ
55Y：へー
56H：ほんとに
57K：ほんとにわかった？
58Y：じゃあ，もうそれでいいの
59T1：あとは説明をどう書くか
60Y：じゃあ，もう完璧じゃん

Kの説明は，計算手順の説明に留まることなく，図形の性質を用いながら式の意味について述べており，根拠に基づいた理由の説明になっている．（32），（36），（39）の説明でKは，5つの三角形の内角の和から五角形の外角の和2つ分を引くという説明ではなく，△AFJに注目して，△AFJにおいて五角形の外角の和2つ分に当たる∠fと∠jを引き，∠aが出せることを説明している．そして，同様に他の三角形にも同じことが言えることから，それらを足して，∠a+∠b+∠c+∠d+∠e=180°であることを説明している．後半の（48）～（54）でKは，青ペンで∠f，∠j，∠i，∠h，∠gを囲み，360°×2の意味について説明している．

この場面において，Kは五角形の外角の和2つ分について，説明しており，目の前の図と既習の知識の結び付きは②より強くなったと考える．さらに，×2をする理由，考え方全体の方針（900°－360°×2の部分）についても説明しており，既習の知識が式とも結び付いてきていると考える．

4. おわりに

前節では，式だけでかかれている説明をより分かりやすくするために，式の意味を考え，何を根拠にしているかを検討する場面を考察した．考察した事例は1つであるが，生徒達は，説明の対象となる図と式を，既習の知識とどう結び付けるかについて話し合っていた．結び付きがしっかりしてきたKの一方で，Yのように，多角形の外角が360°という知識を提供するが（2），それを目の前の図と結び付けるような発話や行動が観察されない生徒もいた．それでも，（55）のYの反応などからは，図式と図形の性質を結び付ける説明を受けたことで，式だけの考えの理解が進んでいる様子もみられる．このように，既習の知識を想起するだけでなく，それが今問題になっている図や式にどう対応するかをつかむことが，その知識を根拠と認める上で重要であるといえる．

引用文献

荒井雄貴（2017）.中学校数学における説明する能力の向上に関する研究．第48回秋期研究大会発表集録,50,393-396.

国立教育政策研究所（2016）.平成28年度全国学力・学習状況調査解説資料．

国立教育政策研究所（2013）.評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料(中学校 数学).

近藤裕（2015）.算数科における「証明の特性を踏まえた説明」の能力の育成に関する基礎的研究.第48回秋期研究大会発表集録,48,399-402.

戸水吉信,三浦幸生,浜口国彦（2012）.数学科研究主題「筋道を立てて説明する力の評価」,金沢大学附属中学校研究紀要,37-48.

文部科学省（2017）.中学校学習指導要領解説数学編.

平成30年3月30日 受理

IMPROVING THE ABILITY TO EXPLAIN ONE'S REASON FOR PROPOSITION IN LOWER SECONDARY MATHEMATICS LESSON

Yuki ARAI, Keiko HINO