

論文の内容の要旨

住 所 埼玉県さいたま市大宮区天沼町2丁目277-309

氏 名 藤嶋 浩史

引力型の原子間相互作用を有するBose-Einstein凝縮体 (BEC) を準1次元的な導波路に閉じ込めた系は、原子光学において重要な役割を果たす。非線形シュレディンガー (NLS) 方程式は、BECを記述する巨視的波動関数の発展方程式である。本論文では、NLS方程式の初期値問題を実験で実現可能な条件下で解析し、非ソリトン型の初期波束から放出される輻射成分が系の時間発展に及ぼす影響を調べた。さらに、任意の初期波形に応用可能な解析方法を新規に提案した。

まず、第1章で本論文への導入を行い、第2章でNLS方程式の初期値問題を扱う方法である逆散乱法を、本論文に必要な範囲で解説した。

第3章では、NLS方程式に箱型および井戸型ポテンシャル項を付け加えて直接数値積分を行い、実験可能な非ソリトン型初期波形であるGauss型初期波形の散乱を調べた。動的な散乱問題に適合するように反射率と透過率を定義し、これらが系の非線形性の強さとポテンシャル幅の変化に伴ってどのように変動するかを解析した。その結果、反射率や透過率の変動の様子は初期波束から局所ポテンシャルまでの距離に依存することが見出された。これは、非ソリトン型波束が輻射を放出して波形を変動させながらポテンシャルに向かっていくためであり、理想的なソリトン型初期波束では存在しない効果である。また、井戸型ポテンシャルの存在下では、入射波束の一部が捕捉され、長時間とどまり続ける現象が発見された。これは線形の量子力学的散乱では原理的に起こり得ない現象である。

第4章では、非ソリトン型初期波束の時間発展を運動量空間で観測したときに、波形に現れる高周波パターンの生成現象を解析した。NLS方程式に対する数値計算結果の観察から得られた定性的理解に基づき、単純化されたモデル初期波形を選んで運動量空間におけるパターンの生成メカニズムを説明した。運動量空間におけるパターンは、漸近的なソリトン解に向かって振幅を振動させながら崩壊する成分と放出された輻射成分とが運動量空間において干渉する結果として生成されることが明らかにされた。BEC系では運動量空間における波形が観察可能であるため、初期波形から発生する輻射成分の実験的な観測可能性が指摘された。

第5章と第6章では、NLS方程式の直接的な数値積分を経ずに系の漸近的終状態を決める情報を抽出するため、NLS方程式に付随するZakharov-Shabatの固有値問題 (ZS問題) の近似解を論じた。第5章では箱型パルスの集合で初期波束を近似する既知の方法を用いて、近似された初期波束に対する散乱振幅を解析した。非ソリトン型初期波形として、単一矩形パルスのほか、適度な距離を隔てて配置された2つの矩形パルスを選んだ。これは、近年行われたBECの衝突実験を最も粗くモデル化した波形である。2連パルスの振幅やパルス間隔などの諸パラメーターを変

えて散乱振幅の零点を探索し、漸近的終状態で生じるソリトンの数を評価した。その結果、パルスが2つの場合は終状態に生成されるソリトンの数が初期パルスの振幅に対して単調に増加しなくなる場合の存在が示された。これは、2つの非ソリトン型初期波束の崩壊に伴って放出された輻射成分同士が複雑に干渉し合う結果である。このように系の終状態に対し、輻射成分の存在が無視できない影響を与えることがわかった。また、初期波形を決定するパラメーターには、散乱振幅に高位の零点を発生させる特異点の存在が見出された。この特異点の前後で、系の時間発展の様子が大きく変わることがNLS方程式の数値積分との比較により確かめられた。

第6章はZS問題の散乱振幅を任意の精度で近似的に数値計算する新たな方法を提案した。第5章で用いた方法は、少数の箱型パルスの和として表された初期波束に対してしか有効でないという課題がある。提案された方法はこの問題を解決する。本章では提案手法を用いて、相対位相をもった滑らかな2連初期パルスに対して散乱振幅の零点を探索した。その結果、相対位相に応じて異なるパターンの漸近的終状態が予言されたが、それらの予言はNLS方程式の直接数値積分によるものとよく一致した。本章で展開した手法は、急減少するなめらかな初期波形全般に適用され、BECのより忠実なモデル化を可能にする。この手法を用いて多数の初期条件に対する時間発展を予測し、実験結果と比較して、2つのパルス間の相対位相など初期の量子状態を推定できる。また、無限区間での積分が困難である数値解法に対して、計算結果の妥当性を検証する手段を与える。

第7章ではまとめと今後の展開を述べ、本研究で開発した手法がその他の重要なソリトン方程式の解析にも有効に活用し得ることを論じた。