

数学的な見方・考え方の成長を促す授業実践

牧野 智彦・秋澤 克樹・大塚 正也

宇都宮大学教育学部教育実践紀要 第6号 別刷

2019年8月9日

数学的な見方・考え方の成長を促す授業実践[†]

牧野 智彦*・秋澤 克樹**・大塚 正也***

宇都宮大学教育学部*

宇都宮大学教育学部附属小学校**

宇都宮大学教育学部附属中学校***

数学的な見方・考え方の成長、とりわけその自覚を促す授業実践を報告し、事後調査の結果を分析した。その結果、数学的な見方・考え方の自覚を促すのに必要な手立てとその契機となる活動を提示した。

キーワード：数学的な見方・考え方、成長、自覚、授業実践

1. はじめに

新学習指導要領では、「数学的に考える資質・能力」（以下、「資質・能力」と記す）の育成に向けて、児童・生徒が数学的活動の様々な局面で数学的な見方・考え方を働かせることを要請している。数学的な見方・考え方は、「資質・能力」と相互に影響し合う関係にある（文部科学省，2018a, 2018b）。数学的な見方・考え方は、児童・生徒が既に身に付けた「資質・能力」に支えられている一方で、「資質・能力」を支え、方向付けるものといわれている。つまり、算数・数学の学習において、数学的な見方・考え方を働かせることで「資質・能力」が育成される一方で、「資質・能力」の育成に伴って数学的な見方・考え方が成長すると考えられている。また、数学的な見方・考え方は、算数・数学の学習を創造的に行うために不可欠なものでもある。

このように、児童・生徒の数学的な見方・考え方の成長は、新学習指導要領における算数・数学科の目標の達成だけでなく、児童・生徒による算数・数学の学習の質の向上にも、大いに貢献する。

わが国では、これまで、「数学的な考え方」（中島，1982；片桐，1988）や、「数学的に考える力」（国立教育政策研究所，2006；清水・齊藤，2015）という言葉を用いて、数学的な見方・考え方についての研究が多く積み重ねられている。これまでの研究では、発展的に考える、統合的に考えるなど、数学的な見方や考え方にはどのようなものがあるかを示したり、児童・生徒が発展的に考えるようになるにはどうしたらよいか、どのように評価したらよいかなど、数学的な見方や考え方の指導や評価を提案したりしている。しかし、これまで、児童・生徒の数学的な見方・考え方がどのように成長するのかを視点としていなかった。

一方で、Masonら（1982/2010）によれば、数学的思考のプロセスへの自覚が増すにつれて、数学的思考の選択の幅がどんどん広がるので、数学的に思考することができるようになるという。しかも、彼らは、自分だけでなく他者の数学的思考の成長を促すに当たって、「実践を伴った振り返り（reflection with practice）」を推奨した。しかし、Masonらの研究は数学的な思考の成長とそれを促す手立てに言及しているが、それは理念的なレベルに留まっている。例えば、数学的思考のプロセスへの自覚が増す様子も、それによって数学的思考の選択の幅が広がる様子も具体的には描かれていない。

そこで、次の2つの研究設問を設定した。

研究設問1：数学的な見方・考え方はどのように成長していくのか。

研究設問2：数学的な見方・考え方の成長を促すにはどうしたらよいか。

[†] Tomohiko MAKINO*, Katsuki AKIZAWA* and Masaya OTSUKA***: Teaching to promote the growth of mathematical thinking
Keywords: mathematical thinking, growth, 2nd grade pupils, 7th grade student

* School of Education, Utsunomiya University

** Elementary school attached to the Faculty of Education, Utsunomiya University

*** Junior high school attached to the Faculty of Education, Utsunomiya University

（連絡先：makino@cc.utsunomiya-u.ac.jp）

本稿では、特に、研究設問2の解決に向けた、小学校2年生、中学校1年生の実践について報告する。

2. 研究の視点

算数・数学科プロジェクトでは、Masonら(1982/2010)による「数学的思考のプロセスの自覚の増加」というアイデアを参考に、「数学的な見方・考え方の成長」の水準を設定した。

【水準Ⅰ】自分が用いた数学的な見方・考え方を自覚する。

【水準Ⅱ】他者（友達、教師）の数学的な見方・考え方との共通点や相違点を自覚する。

【水準Ⅲ】数学的な見方・考え方が機能する状況や目的を自覚する。

3. 授業実践

(1) 小学校第2学年：はこの形

①授業のねらい

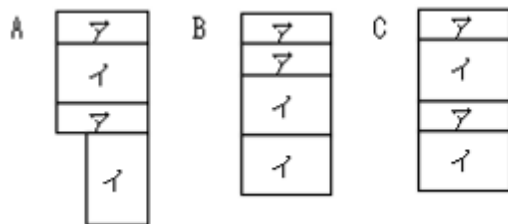
面をつなぎ合わせて箱の形を構成できる。

②ねらいを達成するための工夫及び留意点

導入で、箱を構成する6面の実物を提示し、同じ長さの辺や面に色を付けることで、面の形や辺の長さに着目できるように工夫をした。

面をア～ウと記号化することで、共通の記号を使って、面のつなぎ方について説明することができるようにした。

活動1で、面ア、イの4面をつなげた次のA～Cを提示する。



辺の長さや向き、面の順序に着目したことを解釈し合うことで、「同じ長さの辺で面をつなげること」や「同じ大きさの面が向かい合うようにつなげること」に気付けるようにした。

【AとCの比較】

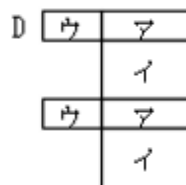
まずA、Cを比較しながら、箱になるかどうかについて話し合うことで、「辺の長さや向き」に着目しながら、箱になる時のつながり方を考えることが

できるようにした。

【BとCの比較】

次にB、Cを比較しながら話し合うことで、面の順序に着目しながら、「同じ大きさの面が向かい合うようにつなげること」を意識しなければいけないことに気付くことができるようにした。

活動2で、「同じ長さの辺をつないでも箱にならない図Dを提示した。



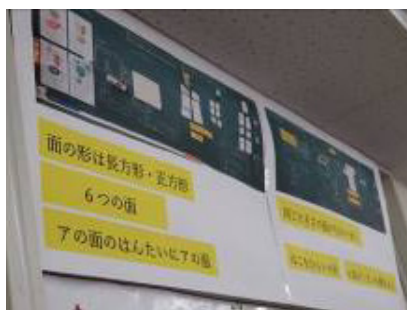
これによって、「面の位置」にも着目できるようにした。そして、「重ならない面の位置がどこのか？」を話し合うことで、「向かい合うように面をつなぐ必要があること」を全体で理解できるようにし、箱の構成を考えることができるようにした。

(2) 授業の実践

①3時間目（3／6時間目）

本時の授業ではまず、前時までに学習した箱に対する見方・考え方を3分程度復習した。

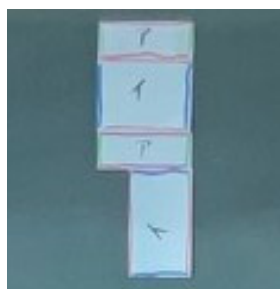
学習したことは板書の写真や短冊として側面に掲示しておいたので、「あそこに書いてある。6つの面」とつぶやく児童もいた。



教師が「他にどんなことやったかな？開いた形はどのようなかな？」と発問した。「面が1枚の紙のようにつながっている」ことについては半数程度の挙手だったため、隣の人と確認をする時間を設けた。その結果、「6面が1枚の紙のようになっている。」という前時の学習の内容と結びつけた。

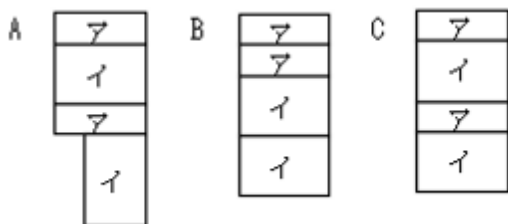
そして、本時の課題「下の6つの面を組み合わせる箱を開いた形を作りましょう。」を提示した。6面の実物を用意し、「ここが12cm。他に12cmの長

さの辺って見つかるかな。」と問うと「こことここ。」とどこの辺が同じ長さなのかを多くの児童が気付くことができた。児童から「本当に12cmで同じになるのかな。」と批判的な意見が出たので、教師が「じゃ、どうすればよい？」と問うと、児童から「重ね合わせてみる。」と意見が出た。そこで、実際に重ね合わせてみることで、児童は納得した。このとき、辺の長さに着目できるように、同じ辺の長さを「同じ色」で示した。



また、児童が説明する上で「大きい面、小さい面」という言い方で説明しにくいということから面を大きい順に面ア、面イ、面ウと提示した。

展開2としては、6面のうち4面をつなげた形のA、B、Cを教師から提示し、箱になる面のつなぎ方にするにはどうすればよいかを言語化する場面を設けた。



Aについては面の向きをそろえることや面の同じ長さの辺をつなげる必要があることに着目できるように準備した。児童による「Aは赤い辺のところを合わせる。」という発言に対して、教師が「なんで赤と赤の辺をつなげるの」と問い返した。すると、児童は、「アイアイの順番にする。」や「一番下の面イの向きがおかしいまだと組み立てると斜めになってしまう。」と発言した。手を箱の面に見立てて説明する児童も見られた。



Bについては「同じ面を一つ飛ばしにつなげること」や「同じ面は向かい合うようにつなげること」に着目できるように準備した。児童は「Bは箱にはなりません。前作った箱(1時に作ったもの)を使っていいですか？イの部分とイの部分が隣になってしまって、同じ大きさの面が向かい合わせになるから、組み立てたときに箱の形ではなくなるからです。」や「この筆箱で言うと、面アと面イが隣同士になってしまうと、面イが向かい合わなくなってしまうので変な形になっちゃう。」など、箱になる面のつなぎ方について言語化する様子が見られた。



Cについては面が向かい合うようになっていて、「面の向きも正しいつなぎ方だから残りの2面をつければ箱になる。」という意見が出て展開3につながった。

展開2では、表出された児童の数学的な見方・考え方を板書にした。そうすることで、板書された数学的な見方・考え方を使って、自分の考えを言語化したり、言葉を言い換えたりできるようにした。

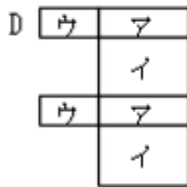
展開3では、Cに2枚の面ウをつなげて箱を開いた形を作る活動を行った。Cと面ウ(2枚)、マスキングテープを各自に渡した。

児童から「同じ辺をつなげると箱になるから、面ウの辺と同じ長さを見つけてつなげればいい。」という発言した。一方でCを箱のようにして、面ウを当てて、どこにテープを貼るか見当をつけてからまた開いてテープを貼る児童もいた。

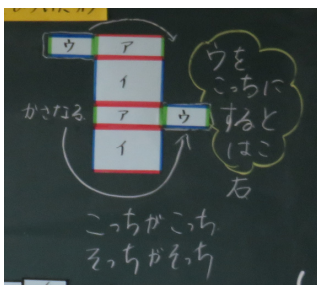


全員が10分程度で作ることができた。その後、面のつなぎ方を紹介し合った。児童から「面ウをずらして他のつなぎ方もできた。」という意見が出た

ところで、教師が「面の向きをそろえて、同じ長さの辺で面ウをつなげたよ。」とDを提示した。

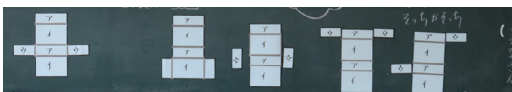


児童は、Dについて「箱になるよ。」「箱にならないよ。」と意見が分かれた。「箱になる」理由としては、Cのつなげ方にして「ウを同じ辺につなげる」という点に着目している様子であった。



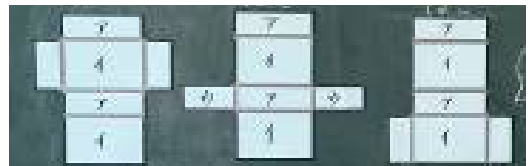
一方で、教師が「なんで箱にならないの?」と箱にならない理由を尋ねると、児童は「Cを反対にしないと片一方に穴が開いてしまう。」「違うほうにCをつなげればいい。」と発言した。そこで、教師が「何に気を付けてつなげたの?」と問い返すと、児童は「面ウが重なってしまうから。」「片方に柱を二つにしちゃうと支えることができない。」と発言した。

最後に色々な面ウのつなぎ方ができたことを発表したいという意見があったため、様々なつなぎ方を紹介し合った。次のようなつなぎ方が発表された。



②4時間目 (4 / 6時間目)

3時間目では欠席の児童がいたため、本時では、授業を行うに当たって復習の時間をとることにした。まず教師が「Dの形は箱になるかな?」と問うと、児童から「箱にならない」という答えが多く返ってきた。そこで、次のように面ウを付けたものをあげて、「箱になるか」を問うと、児童は「なる」と発言した。



その理由についての話し合いを入れたあとに、「どうして箱になるの?」と尋ねると、児童は「組み立てたらなる」と返答した。そこで、教師が「他の言葉で考えた人いる?」と問い返した。少し時間がかかったが、児童からは、次の発言があった。

- ・両方に、右と左に面ウがあるから組み立てると塞げて箱になる。
- ・ウがないと横の部分に隙間が出てくる。穴ができて面が6個にならない。
- ・面ウが無いと支えられないから箱は崩れてしまう。

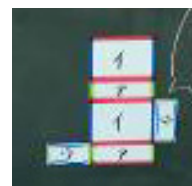
なお、このとき、児童からは「壁」や「柱」という表現が出ていた。

そこで「Dは違うんでしょ。なぜかな?」と、教師がDと関連させて発問した。すると、児童から次のような発言が出た。

- ・ウの位置が違う。
- ・面ウはカラーペンで色を付けた辺でつなげて左右にないとだめ。
- ・どっちでもいい。例えば、左につないである上の面ウを動かして右側にする。(左にある面ウの)上か下がどっちか右にしないでだめ。

ここで、教師は、「左右にないとだめ。左に一面、右に一面にする」と板書した。そして、提示した3つの場合について、この条件を満たしていることを確認した。

そして、前時の最後に色々な面のつなぎ方に興味を持つ児童がいたのと、その発表の時間を本時に確保できなかったことから、残りの時間で色々な面のつなぎ方について考えることにした。そして、次の図のようなつなぎ方を取り上げた。



教師が、「イアイアになっちゃったけど。これで

もできるの？話してください。できるの？」と聞くと、「は〜い」と答えた。これを発表した児童Aに、「どうやってそれを付けたのか教えて」と質問した。

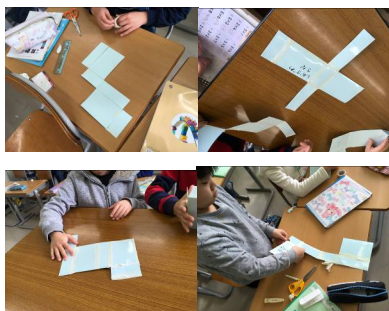
- ・左右に一つずつあるから。
- ・合わさってる。(青と青が合わさってる。緑と緑が合わさってる。)

これについて、話し合いを促し、児童に考えを聞いた。児童からは次のような発言があった。

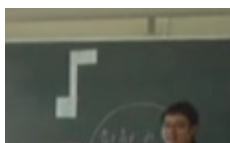
- ・色が無くても同じ長さを合わせればよい。

教師は、児童と確認しながら、「同じ長さの辺と辺を合わせる」と板書した。

児童の「もっと違う形ができる」という発言をひろって、その後、児童に他の形を話し合いながら作る活動に取り組みさせた。



教師は、次の形を全体に共有するために、黒板に貼った。



児童からは「それ、箱になんないよ」と「それ、箱になる」という発言が飛び交った。教師は、「なる」といった児童Kに、「なんで、なるって言ったの？」と理由を聞いた。児童Kは、「組み立てると。イとイ。ここが隣り合ってないから」と答えて、組み立て始めた。教師が「左に一面、右に一面が、使える？」と言ったが、児童Kは組み立てた。それを見たある児童が「ほんとに、できた！」と驚いた。児童Yは、「さっきは、小さいウが右にあったけど、今度はイがきているので、イをウと考えればよい」と説明した。

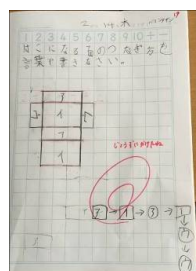
最後に、児童Aの次のような形を黒板に紹介した。



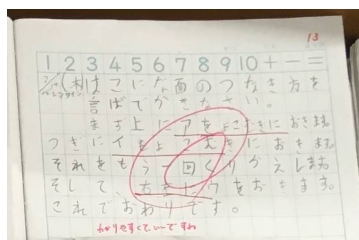
そして、教師による「どういう風に気を付けて作ったの？」という問いに、「どれも、同じ形を、絶対に使わないように。隣り合わせないように。」と回答した。教師は、「どれも、同じ形を隣り合わないようにする」と板書して、まとめた。

③5時間目 (5 / 6時間目)

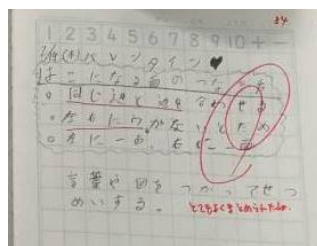
これまで、箱にするつなぎ方について様々な意見が出された。しかし、板書での記録や言語化しているに留まっていると考え、箱になる面のつなぎ方を言葉や図を使ってノートに書く課題を与えた。



・図を描いて面を張る順番で説明をする児童



・「アイアイの順にやって、ウを二つ両方に貼れば完成。」というまとめ。



・「同じ辺と辺を合わせる。両側にウがないとだめ。左に一面、右に一面。」

4. 授業実践：中学校第1学年（空間図形）

（1）1時間目『影から立体を見つけよう！』

①授業のねらい

影の形から立体を特定する方法を考え、どのような立体を表しているのかを考えることができる。

②ねらいを達成するための工夫及び留意点

「正面から光をあてたとき、影が二等辺三角形になる立体」をたくさん挙げさせ、それらを自分なりの視点で分類させた。また、その分類からそれぞれの立体の影の特徴をまとめさせた。さらに、どんな事が分かれば立体を特定できるのかを考えさせた。

③授業の実際

導入では、キャラクターや都道府県のシルエットゲームを行い、二等辺三角形の形をした影を出した。二等辺三角形と答える生徒もいたが、中には円錐や三角錐、分からないとの回答があった。そこで、正面から光をあてたときに影が二等辺三角形になる立体にはどのようなものがあるのか、考えられる立体をたくさん挙げさせた。円錐、三角柱、三角錐、四角錐などと発言する生徒もいた。

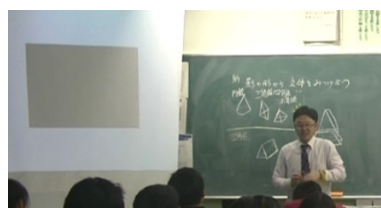
次に、考えた立体を自分なりの視点で分類させた。



多くの生徒が柱体と錐体に分けていた（黒板の右と左）。黒板の右図にもあるように、三角柱は置き方によっては、正面から光をあてたときの影が「三角形」になったり、「長方形」になったりすることを生徒は理解していた。

また、いくつかの立体を合体させたもの（黒板中央の図）という視点で分類した生徒もいた。生徒Iは、「一つの立体で書きなさいと言われていなかったの」と前置きをして、「角錐台を前におき、その後ろに、三角柱を横において。前から見るとあんなかたちになるようにした」と述べた。

この段階でも、まだ候補がいっぱいあって立体が判明しないことを伝え、教師による「なにがわかればいい？どんなことがわかれば、わかってくる？」という問いに対して、生徒から「他の場所から見てみる」という意見が出た。そこで、教師が上からの影をスライドに提示した。



真上からの影の形をもとに、話し合い活動を行った。生徒から「三角柱」、「四角錐」が発言された。なお、三角柱と四角錐に気付いた生徒に分かれた。

その後、立体の図を与えて、正面と上の二方向からの影をかく課題を与えた。そして、黒板に書かれた影の形を見て、教師が「影の見え方にはどのような特徴があるか」と質問した。生徒から、次のような回答があった。

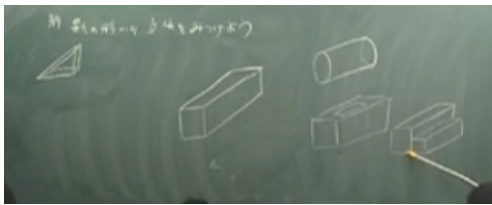
- ・柱体は底面の形が正多角形や多角形でも側面は長方形になる。
- ・真上から見たらそれぞれ違う多角形になっていない。
- ・錐体は正面から見たらみんな二等辺三角形になっている。
- ・様々な方向（側面を水平な台の上に置く）から見たら底面の形に似たような形になることもある。

そこから、どんなことが分かれば立体を特定できるのかを学級で話し合い、まとめた。生徒からは、「上から、横から見ればよい。」あるいは「下から」という発言があった。中には、正面・横・真上から光をあてる以外にも、光のあて方によっては様々な形に見えるようにできるなど、立体に斜めから光をあててできる影まで考えている生徒もいた。

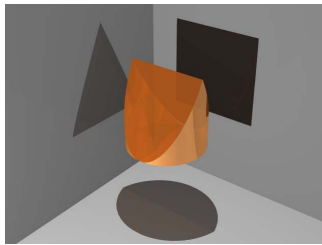
授業では、「正面からの影は長方形、上からの影も長方形。どんな立体？」という課題を提示し、いくつか挙げるように促した。



生徒は、次のようにいくつかの図をかいた。四角錐、直方体、円柱以外に、右端のような、直方体をくりぬいた図や2つの直方体を組み合わせた図をかいた。



この後、生徒は、「上から光をあてると影が円となり、正面から光をあてると影が正方形、横から光をあてると影が二等辺三角形になる立体」を考える発展課題に取り組んだ。



3方向から光をあててできる影で立体を考えることは初めてだったので戸惑いもあったが、今までに習ったことのない立体であることにはすぐに気がつき、新たな立体を考え始めた。

見取り図で書かせたので苦労していたが、徐々に正解にたどり着く生徒が出てきた。どう考えたのか聞くと、先ほどまとめた円柱や立方体の影の見え方からひらめく生徒がいたり、いきなり3方向から考えるのではなく、2方向から光をあててできる影から考え始めて1方向を足してひらめく生徒がいたりした。また、なかなか見取り図が書けなかった生徒は、具体物を用いてハンドクリームの上の部分だと答えていた。なお、このような具体物のイメージは他の生徒に好評だった。

(2) 2時間目『どんな立体を表している?』

①本時のねらい

投影図について理解し、投影図からどのような立体を表しているのか、また立体からどのような投影図になるのかを考えることができる。

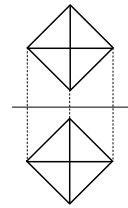
②ねらいを達成するための工夫及び留意点

- ・ 前回の授業の振り返りをして、これから学習する投影図は影ではないことを伝え、影（黒い平面図形）では伝わらないことは何かを考えさせた。
- ・ 立体から投影図だと答えは1つしかないが、投影図から立体だと答えが複数出るものもある上に、その立体に対して様々な見方で考えることができるので、基本的な問題から発展的な問題まで出題した。

③授業の実際

導入では、前回の授業の振り返りをし、影（黒い平面図形）では伝わらないことは何かを考えさせた。生徒からはでっぱりやへこみ、丸み、表面のようすなど、様々な意見が出た。

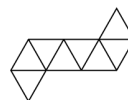
次に、投影図についての基礎的な用語や基本的な表し方を確認し、投影図から立体を答える問題や立体の投影図をかかせる問題を行った。その中で、次のような、投影図の問題を出題し、正八面体と答えさせた。



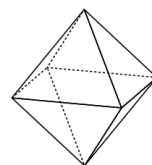
その後、次のような「正八面体の1つの面を下にして水平な台に置いたとき、平面図はどのようなか」を考えさせた。



それに対して、ひし形を答えた生徒が多く、難問であった。しかし、中には、次のような展開図を書いて、「展開図から考えればよい」とひらめいた生徒や、面の形が正三角形でできていることから、立体模型をイメージして解答した生徒もいた。

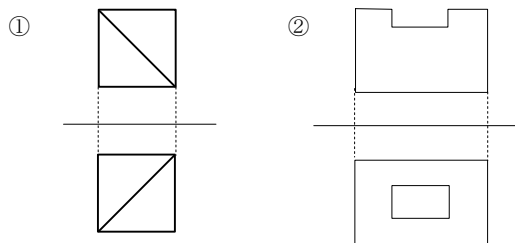


実物投影機を用いて実際に確認することで、既習事項である正八面体について、生徒の新たな見方を確認することができた。具体的には、通常、正八面体といえば、次のような図を思い描く。ところが、今回のように、置き方を変えるなど、少し視点を変えただけで、生徒は、立体の面の形や展開図に目を向けて、思考することがわかった。



最後に発展課題として、答えが1つには定まらない

いものを出題した。例えば、「①立方体を斜めに切った立体」と考えられるものや「②円柱からかまぼこのような形を切り抜いた立体」と考えられるものを扱った。



生徒からは、特に②において「凹んでいるのに平面図がおかしい」という意見や「張りぼてのような立体だったら考えることが出来るのに」という意見があったり、「頭の中ではできているのに見取り図が書けない」という意見があったりした。数名であったが、直方体や、横に倒した円柱から考えを進めた生徒もいた。多くの生徒が意欲的に参加していた。

前回の授業では影で考えたため真っ黒で見えなかった。しかし、今回は様々な線が入ることで、生徒は、2方向からでも立体を特定できることを実感できた印象を受けた。

4. アンケート調査

(1) アンケート調査の概要

2つの授業実践の終了後に、小学校第2学年の児童にアンケート調査を実施した。

アンケート調査の目的は、授業通じて、数学的な見方・考え方の自覚が促されたかを調べることである。そこで、Mulligan & Mitchelmore (2009) のPASA (Pattern and Structure Assessment) 課題を参考に、調査問題を作成した。PASA 課題では、児童に、パターンや構造の要素について、「同定すること (to identify)」、「視覚化すること (to visualize)」、「表象すること (to represent)」、「複製すること (to replicate)」を問う。

この中で、今回は、「同定すること」を問う問題を作成した。箱をつくるための児童の考えに基づいて、6つの絵から「箱ができる形」を選択する問題にした。

調査問題の6つの絵についてはいくつか候補を提案し、授業者と相談して決めた。小学校2年生への調査問題は次の通りである。

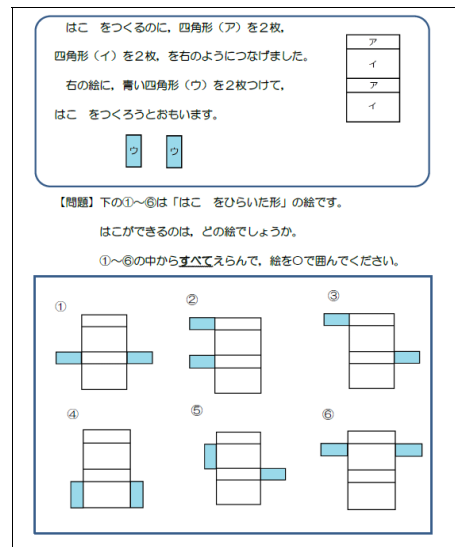


図1：調査問題

(2) 調査結果

アンケート調査を3クラス(103名)で実施した。

正答(①, ③, ④, ⑤)を選択した児童は全体で71名(正答率68.9%)であった。中でも、2組の正答率が一番高かった。

表1：正答した人数:全体とクラス別

	正答人数	総数
全体	71 (68.9%)	103
1組	24 (68.6%)	35
2組	28 (82.4%)	34
3組	19 (55.9%)	34

なお、「①, ③, ④, ⑤」を選択した人数は全体で80名であったが、そのうち9名は⑥を選択していた。

そして、「⑤」を選択できなかった児童は次の通りである。

表2：「⑤」を選択できなかった数:全体とクラス別

	「⑤」なし		総数
	「①, ③, ④」あり	その他	
全体	13	9	22
1組	3	4	7
2組	0	1	1
3組	10	4	14

「⑤」と同様、右と左に一面ずつあるが、向かい合わせになっていない「③」を選択できなかった児童は6名であった。この6名全員とも、「⑤」を選択できていなかった。しかし、「⑤」を選択できなかった児童22名のうち、「③」を選択できなかった児童

は上記の6名だけであった。

すべてのクラスの授業で、「箱ができない形」として取り上げた「②」を選んだ児童は0名であった。しかし、「はこができない形」の「⑥」を選択した児童は次の通りであった。

表3：「⑥」を選択した人数:全体と各クラス

	「⑥」あり		総数
	「①③④⑤」あり	その他	
全体	9	5	14
1組	3	3	6
2組	5	0	5
3組	1	2	3

児童の中には、一度「⑥」を選択したが、その後○を消した形跡があった児童が6名いた。そのうち、4名が2組の児童で、2名が3組の児童であった。「①」を選べなかった人は3名で、「④」を選べなかった人は2名だった。

5. 考察とまとめ

小学校、中学校の両方の授業で、数学的な見方・考え方を自覚するために、児童が持つ見方・考え方を表出することは上手くいった。しかし、表出した見方・考え方を振り返って、パターンを見いだす機会を3時間目だけに設けられなかった。一方、2組は、4時間目と5時間目に、授業の続きを行って、様々な「箱のできる形」をつくり、そこに共通するパターンを観察し、さらに言語化に取り組んだ。これが2組の正答率が一番高かったことにつながっている可能性はあると思う。

授業では、「操作をする」活動を多く取り入れていた。児童は手作業で箱を作りながら、様々な「箱のできる形」を見いだしていた。そして、教師が、児童によって作られた様々な「箱のできる形」を黒板に貼って、「箱のできる形」のパターンに着目させた。児童はパターンを言語化し、教師がそのパターンを板書した。それから、再度、「箱のできる形」をつくる「操作」に取り組ませた。

2組と他のクラスの調査結果を比べてみても、「操作する」、「パターンを見つける」、「明確な言葉で述べる」のサイクルを反復することで、児童はパターンをいっそう自覚することができそうだとことがわかった。

時間の制約のある中で、これらの活動をどのように授業に組み入れていくのが効果的であるかは今後の課題である。また、授業実践の成果を見る、調査

問題の作成と実施方法を含めた、方法論について検討することも今後の課題である。

参考・引用文献

片桐重男（1988）. 数学的な考え方の具体化. 明治図書.

Mason, J., Burton, L., Stacey, K. (1982/2010). Thinking Mathematically (Second edition). Prentice Hall.

Mulligan, J., Mitchelmore, M., Prescott, A. (2005). Case studies of children's development of structure in early mathematics: A two-year longitudinal study. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, 1-8, Melbourne: PME.

Mulligan, J., Prescott, A., Papic, M., Mitchelmore, M. (2006). Improving early numeracy through a pattern and structure mathematics awareness program (PASMAT). In P. Grootenboer, R. Zevenbergen & M. Chinnappan (Eds.), Identities, cultures and learning space (Proceedings of the 29th annual conference of Mathematics Education Research Group of Australasia, 2, 376-383). Adelaide: MERGA.

Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. Mathematics Education Research Journal, 21, 2, 33-49.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2006）. 特定の課題に関する調査（算数・数学）調査結果.

文部科学省（2018a）. 小学校学習指導要領解説算数編. 日本文教出版.

文部科学省（2018b）. 中学校学習指導要領解説数学編. 日本文教出版.

中島健三（1982）. 算数・数学教育と数学的な考え方—その進展とための考察. 金子書房.

清水美恵, 齊藤一弥（2015）. 「数学的に考える力」を育てる授業づくり. 東洋館出版社.

平成31年3月29日 受理

Teaching to promote the growth of mathematical thinking

Tomohiko MAKINO, Katsuki AKIZAWA, Masaya OTSUKA