

中学校数学科における
統合的・発展的な考察を促す授業の研究
—ICT活用による図形の性質を見いだす活動を通して—

工藤 洋章・日野 圭子

宇都宮大学共同教育学部教育実践紀要 第9号 別刷

2022年8月31日

中学校数学科における 統合的・発展的な考察を促す授業の研究[†]

—ICT活用による図形の性質を見いだす活動を通して—

工藤 洋章*・日野 圭子**

国立教育政策研究所教育課程研究センター研究開発部*

宇都宮大学大学院教育学研究科**

中学校数学科において、「統合的・発展的に考えること」が重視されている。本研究では、中学校第2学年の図形分野に焦点を当て、生徒自身が活動を通して統合的・発展的な考察をしていくような授業を行なっていくことを目指し、一人一台端末を用いた探究活動を取り入れ、生徒の統合的・発展的な考察を促すことを試みた。目的を達成するために、動的数学ソフトGeoGebraで作成した教材をもとに、生徒が図形を動的に扱いながら図形の性質を見いだす活動を設計した。その中で、図形を動的に見ることが統合的・発展的な考察へどのようにつながっていくのかを考察した。その結果、図形を構成する要素の変化や関係性についての気づきや発見につながることがわかった。さらに、その過程の中で、既習事項との結びつき、適用範囲の広がりや関連づけに気づき、統合的・発展的な考察につながる様相が特定の生徒に見られた。

キーワード：統合的・発展的な考察、動的数学ソフトウェア、探究活動

1. はじめに

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編では、「数学的な見方・考え方」について「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」（文部科学省，2018，p.21）と整理されており、今回の改訂では特に「統合的・発展的に考えること」が重視されている。

また、同書の「数学科の目標」の2つ目に、「数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考

察する力」（p.20）が示されている。これは、「数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程を遂行することを通して養われていく」（p.27）とされている。これらの背景を踏まえ、今後の数学教育では、生徒の統合的・発展的に考察する機会を充実させていく必要があると考える。

本研究では、中学校2年生の図形分野に着目した。2年生の図形分野では、図形の性質を見いだす活動が位置づいており、必要な場面に応じて数学的な推論（帰納、類推、演繹）を適切に選択して活用すべきだとされている。しかし、筆者の経験上、中学校の授業では「演繹」がメインとなり、「帰納」や「類推」は積極的に行われたい傾向にあると感じていた。「帰納」や「類推」を通して証明する命題を自ら発見していくという姿勢を大切にしていきたいと考える。

学習指導要領では、「教具としてのコンピュータ」を、「観察や操作、実験などの活動を通して生徒が学習を深めたり、数学的な活動の楽しさを実感した

[†] Hiroaki KUDO*, Keiko HINO**: A STUDY ON LESSON STIMULATING STUDENTS' INQUIRY FROM THE VIEWPOINT OF UNIFICATION/DEVELOPMENT IN JUNIOR-HIGH SCHOOL MATHEMATICS
Keywords: Inquiry, Unification/development, Dynamic mathematics software

* National Institute for Educational Policy Research

** Graduate School of Education, Utsunomiya University
(連絡先: khino@cc.utsunomiya-u.ac.jp)

りできるようにする道具」(p.168)として定められている。GIGAスクール構想で一人一台端末が導入された現在、このようなコンピュータ活用は容易であり、「観察や操作、実験」の道具として活用できれば、「図形の性質を見いだす活動」が充実するのではないかと考えた。一方で、具体的な活用方法については十分に検討していく必要がある。

本稿では、動的数学ソフトウェアGeoGebraで作成した教材をもとに、生徒が図形を動的に扱いながら図形の性質を見いだす活動を取り入れた授業実践について述べる。そして、その授業において、「図形を動的に見ることで生徒はどのような気づきや発見をするのか。さらにはどのように統合的・発展的な考察へつながっていくのか」を分析する。

2. 研究の視点

(1)統合的・発展的な考察

片桐(2017)は、「統合的な考え方」を「多くの事柄を個々ばらばらにしておかないで、より広い観点から、それらの本質的な共通性を抽象し、これによって、同じものとしてまとめていこうとする考え方」(p.148)、「発展的な考え方」を「統合したことをさらに広い範囲に用いていこうとしたり、一つの結果が得られても、さらによりよい方法を求めたり、これを基にして、より一般的な、より新しいものを発見していこうとするのが発展的な考え方」(p.159)と定義している。また、文部科学省(2016)は、「統合的な考え」を「関連づける。既習の事項と結びつける。」「発展的な考え」を「適用範囲を広げる。条件を変えたり。新たな視点から捉え直す。」などと意味づけている。

以上を踏まえ、本稿では、「統合的な考察」を「多くの事柄から本質的な共通性を見だし、広い観点から関連づけたり、既習の事項と結びつけたりして、同じものとしてまとめていこうと考えること」、「発展的な考察」を「事柄の適用範囲を広げたり、条件を変えたり、新たな視点で捉え直したりすることを通して、より一般的な、より新しいものを発見していこうと考えること」と規定する。

(2)図形の動的な扱いと数学教育におけるICT活用

飯島(1991)は、「図形の動的な扱い」を「作図において、元になる点を動かしたときに、図形の中の何がどう変化するのか、また変化しないのかを調べること」(p.345)と定義しており、関数的な観

点から捉えている。

中村(2016)は、「中学校の数学指導におけるICT活用の方向性」として、次の5点を示している(表1)。

表1 中村による観点

(1)学習活動の焦点化【焦点化】	教育目標を達成するために、ICTを活用し学習活動を焦点化する。
(2)数学的な性質や規則の発見【探究】	図形や関数を動的に扱い、数学的な性質や規則の発見にICTを活用する。
(3)数学的な概念や意味、考え方の理解【視覚化】	問題場面の状況等を視覚化し、概念や意味等を理解することを支援するために、ICTを活用する。
(4)日常生活や社会との関連付け【関連付け】	日常生活や社会と関連のある数学的な問題を授業に取り入れるために、実データの処理や、センサーを活用したデータ収集にICTを活用する。
(5)問題の発展的扱い【発展】	与えられた問題だけではなく、問題の条件を変え、問題を発展させるためにICTを活用する。

本研究では、中村(2016)の観点を参考に、ICT活用を踏まえた授業を計画した。その際、筆者の研究目的と関連性が高いと考えられる「探究」「発展」での活用に焦点を当てることとした。分析にあたって、本稿では特に、生徒が図形を動かしながら性質等を見いだす場面に着目した。その際、生徒が「どのような気づきや発見をしているのか」を、飯島(1991)の「動的な扱い」の観点も参考にし、ワークシートや授業ビデオを通して分析を行なった。

3. 授業実践

(1)授業の概要

宇都宮大学教職大学院における教育実践プロジェクトの一環として、令和3年9月中旬～令和4年1月上旬に栃木県内の公立中学校にて、長期実習を行なった。その中で、2年生の2クラス(1回目:Aクラス, 2回目:Bクラス)を対象に2つの授業実践を行なった(図1)。本稿では、ともに2回目のBクラス(30名)における授業について考察する。

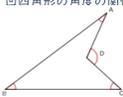
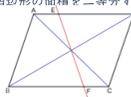
	実践1(1時間扱い)	実践2(2時間扱い)
実践日	1回目:11/11 2回目:11/15	1回目:12/23(同日に2時間実施) 2回目:1/11, 1/13
単元名	4章 図形の性質の調べ方を考えよう 【平行と合同】	5章 図形の性質を見つけて証明しよう 【三角形と四角形】
ねらい	角度の関係について成り立つ性質を見だし、図形の性質を用いて説明することができる	【第1時】平行四辺形の面積を二等分する直線について特徴を探り、図形の性質を見いだすことができる 【第2時】見いだした図形の性質について証明の予想を立て、平行四辺形の性質を用いて証明することができる
題材	四角形の角度の関係 	
図形の性質	$\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$	平行四辺形において、対角線の交点を通る直線は面積を二等分する
探究する課題	4つの角度の関係性について調べてみよう	□ABCDの面積を二等分する直線を探してみよう

図1 授業実践の概要

(2)実践1について

①教材について

図2のように、凹四角形の状態を初期位置に設定した。4点のいずれも動かせるようにしたが、授業の中では最初に動かす点をAとCに決め、段階的に探究させた。また、角度の関係性に気づかせるために、対応する4つの角度（ $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ ）の値を表示しておいた。

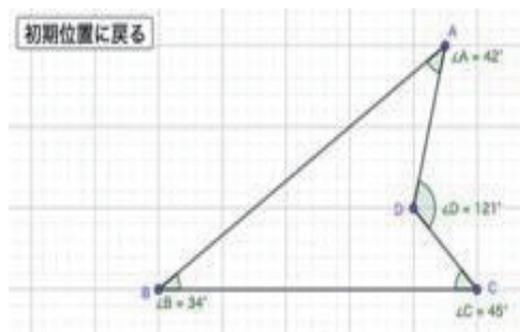


図2 作成した教材

②授業の展開

まず、課題の図をタブレットで動かしながら角度の関係性について気づいたことをワークシートに記録させた。また、角度の関係性について成り立ちそうなことを予想させ、それが正しいことを説明する活動を行なった。その後は、複数の生徒の考えを取りあげ、説明の根拠として用いた図形の性質を確認しながらクラス全体で共有を行なった。

③角度の関係性における生徒の気づき

角度の関係性について、4名の生徒が動的な扱いに基づいた記述をしていた（表2）。

表2 動的な扱いに基づく生徒の気づき

生徒A: $\angle A$ 、 $\angle C$ は $\angle D$ と比例している?
生徒B: AとCの角を操作したら数が減ってきている AとCの角はDに比例する
生徒C: $\angle C$ を横にのばすと $\angle D$ の角度がかわる
生徒D: $\angle A$ を動かしても $\angle C$ の角度は変わらず、 $\angle C$ を動かしても $\angle A$ の角度は変わらない

生徒AとBは、 $\angle A$ と $\angle D$ 、 $\angle C$ と $\angle D$ の関係をそれぞれ「比例」で表していた。生徒Bの「数が減ってきている」とは「 $\angle D$ の角度」を指していると推察される。また、生徒Cは「 $\angle C$ を横にのばす」という記述から具体的な操作を通して $\angle C$ と $\angle D$ の関係性に気づいていたことが窺える。生徒Dは、

生徒Cとは対照的に変わらない角の関係性に気づいていた。

これら4名の生徒の気づきから、図形を動的に扱うことで、対応する角の関係を変化で捉えることにつながり、図形の性質を見いだす一助になったと考えられる。

④探究における生徒の統合的・発展的な考察

探究において、既習事項と結びつけている生徒の様相が捉えられた。生徒Eは、探究する中で、図3のような図形の状態を発見していた。

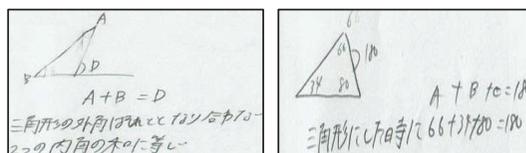


図3 生徒Eのワークシート

まずEは、図3の左図のように点Dを辺BC上に移動させ、「外角の性質」を用いて図形の性質が成り立つことを確認していた。その後、右図のように点A、C、Dが一直線上になるように点Dを移動させ、三角形をつくることで $\angle D$ が 180° になることを確認していた。いずれの場合も、図形を動的に扱うことで既習の図形に結びつけられることに気づき、統合的な考察につながったと考えられる。

また、Eは授業後の振り返りで、「平行四辺形の形で表せたら $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ が成り立つのか」と記述しており、探究で気づいたことを発展させて考えようとしている様相が捉えられた。

(3)実践2について

①教材について

平行四辺形ABCDにおいて、点Eは辺AD上を、点Fは辺CB上を動かせるようにし、直線によって分けられる2つの図形の面積が同じになるような点の位置を探手がかりとなるよう、四角形ABFEと四角形CDEFの面積をそれぞれ画面の左側に表示しておいた。また、見つけた二等分線を残像として記録できるようにした（図4）。

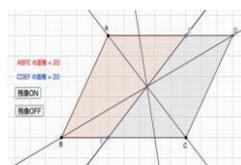


図4 作成した教材

②授業の展開

まず、図4で示した教材を用いて、平行四辺形の面積を二等分する直線を探究させた。その際、探究する中で見つけた二等分線と、発見したことや気づいたことをワークシートに記録させた。その後の全体共有では、生徒から「二等分線はどこも1点で交わっている」という意見が出て、筆者が「1点で交わっているところはどこだろう」と問うたところ、「中点」「対角線の交点」と生徒から反応があり、やりとりを通して「対角線の交点を通る直線であれば、面積を二等分しそうだ」ということを確認した。また、GeoGebraのアニメーション機能を使い、面積の二等分線の残像を連続的に表示する様子を筆者が提示し、「どこも1点で交わる」という状況を、視覚的に理解させた。その後、面積の二等分線には、「対角線上にある場合」と「対角線上にない場合」があることを確認し、まずは、前者について証明を考え、全体で確認したところで第1時が終了した。後者の証明は、第2時で考えた。

③生徒が最初に見つけた二等分線

生徒全体のワークシートを分析したところ、最初に見つけた二等分線に特徴が現れた(図5)。

見つけた直線	対角線上	対辺の中点同士	対角線や対辺の中点以外	無記入
例				
人数	18名/30名	2名/30名	3名/30名	7名/30名

図5 生徒が最初に見つけた二等分線

30名中18名が、対角線上の場合を最初に記録していた。これは、探究の中で生徒が既に持っている「対角線で分けた三角形は面積が同じだろう」という「見方や考え方」を確かめていたことが考えられる。よって、探究は「新たに発見する」だけでなく、「既存の見方や考え方が正しいことを確認する」という役割もあることが考えられる。

④探究における生徒の気づきや発見

平行四辺形の面積を二等分する直線が「1点で交わること」に気づいた生徒は、30名中23名であった。また、「1点で交わること」のみに気づいた生徒は、23名中9名、「図形の性質」まで迫っていた生徒は、23名中14名(表2)であった。

表3 「図形の性質」まで迫っていた生徒の記述

着目している図形の性質等	記述例	人数
中点	<ul style="list-style-type: none"> 二等分した線の重なった所が中点となる 二等分する線を集めると中点に集中する 図形の中点を交わる 二等分線は全て平行四辺形の対角線の中点を通る など 	8
中心	<ul style="list-style-type: none"> 同じ面積になるように何本か書くと必ず平行四辺形の中心で交わる 二等分すると線の中心が一点に集中する など 	2
中央	<ul style="list-style-type: none"> 中央が同じ位置 	1
対角線の交点	<ul style="list-style-type: none"> 対角線の交点で交わっている など 	3

多くの生徒が「1点で交わること」に気づいていた一方で、一部の生徒は、本質的な「図形の性質」まで迫っていなかった。より多くの生徒に対し、証明の根拠につながるまでの気づきや発見を促していくことが必要だと考える。

「1点で交わること」以外に気づいた生徒は、30名中7名である(表3)。特に、「二等分線によって分けられた図形」に関する記述が多く、証明につながる気づきや発見があった。

表4 「1点で交わること」以外に気づいた生徒の記述

視点	記述例
辺	<ul style="list-style-type: none"> 対辺が向き合う
角度	<ul style="list-style-type: none"> 対角が向き合う 全て対頂角が等しい
長さ	<ul style="list-style-type: none"> 底辺の長さを同じにすれば、面積が同じになる (交わる)一点からE,Fまでの長さは一緒
対角線	<ul style="list-style-type: none"> 対角線は二等分線
二等分線によって分けられた図形	<ul style="list-style-type: none"> 二等分した図形は合同 三角形に限らず四角形などに分けることができる 図形が重なる 対角線以外の二等分した図形は台形になる

表2や表3で示した記述をしていた生徒のワークシートを分析したところ、特定の生徒において、統合的・発展的に捉えながら探究している様相が見られた。2人の生徒(F,G)の記述について紹介する。

⑤探究における生徒の統合的・発展的な考察

【生徒F】 最初に「対角線は面積の二等分線」と記述していた。この段階では、先の考察より既存の知識を確認したものと考えられる。次に、「対角線以外の二等分した形は台形になる」と記述しており、探究を通して「対角線」から「対角線以外」という適用範囲の広がり気づき、発展的な考察につながったと考えられる。更に「対角線以外の二等分した形は台形になる」という記述から、二等分線とそれによって分けられた図形とを関連づけ、さらには、対角線の場合と対角線以外の場合とを関連づけ、「二等分線は全て平行四辺形の対角線の中点を通る」ことに気づき、統合的な考察につながったと考えら

れる。

【生徒G】最初に「二等分した図形は合同」と記述し、次に「三角形に限らず四角形などにも分けることができる」と記述していた。生徒Gは、探究する中で「面積を二等分する直線によって作られる図形は三角形だけだと思っていたけど、四角形も見つけた」と話していたことから、最初の記述は、既知の知識をもとに記述したと考えられる。そして、適用範囲が広がり、発展的な考察につながったと考えられる。さらに、「底辺の長さを同じにすれば、面積も等しくなる」「どこから線を引いても、必ず1点で交わる」と記述していた。いずれもいくつかの場合を調べ、共通性を見いだしたことから、前者では、「底辺の長さ」と「面積」との関係性、後者では、「二等分線」と「交点」との関係性があることに気づき、関連づけによる統合的な考察につながったと考えられる。

4. おわりに

図形を動的に扱うことで、図形を構成する要素の変化や関係性についての気づきや発見につながることがわかった。さらに、その過程の中で、既習事項との結びつき、適用範囲の広がりや関連づけに気づき、統合的・発展的な考察につながる様相が見られた。今後は、図形の性質を見いだした後の演繹的な推論における統合的・発展的な考察との関係性を明らかにしていきたい。また、「発展」としてのICT活用(中村,2016)について、演繹的な推論の後でどのような役割があるか考察していく必要がある。

参考・引用文献

- 飯島康之(1993). 図形の動的な扱いのコンピュータ上での実現とその利用について. 愛知教育大学教科教育センター研究報告第15号
- 片桐重男(2017). 名著復刻 数学的な考え方の具体化. 明治図書
- 文部科学省(2016). 算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ. https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/_icsFiles/afieldfile/2016/09/12/1376993.pdf (2022.3.18最終確認)
- 文部科学省(2017). 中学校学習指導要領(平成29年告示) 解説数学編. 日本文教出版大阪
- 中村好則(2016). 学習指導要領とその解説及び教

科書から見る中学校数学指導におけるICT活用の方向性. 岩手大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要第15号

令和4年4月1日 受理

A STUDY ON LESSON STIMULATING STUDENTS'
INQUIRY FROM THE VIEWPOINT
OF UNIFICATION/DEVELOPMENT
IN JUNIOR-HIGH SCHOOL MATHEMATICS

Hiroaki KUDO, Keiko HINO