

排熱回収型スターリングエンジンの開発

戸 田 富士夫
池 田 光 志

宇都宮大学教育学部紀要
第61号 第2部 別刷
平成23年（2011）3月

Development of Exhaust-Heat-Recovering Type Stirling engine

TODA Fujio, IKEDA Kouji

排熱回収型スターリングエンジンの開発

Development of Exhaust-Heat-Recovering Type Stirling engine

戸田 富士夫*¹, 池田 光志*²
TODA Fujio, IKEDA Kouji

This paper propose new simple prediction method engine performance which allow the rapid and accurate calculation of gas flow and frictional losses in to the three heat exchanger (heater, regenerator, cooler) in crank-driven Stirling engine, basis of schmidt cycle.

The shaft power calculated suing the Schmidt model and the mechanisum efficiency determined applying SENFT theory have been used to obtain by an analytical method the oputimal valyes, at which shaft work become maximum, of engine compression ratio and average pressure of a Stirling engine. These model equation can be calculated only main dimension of Stirling engine.

It is possible that this analytical method quickly calculates engine performance by two equation model.

Key words : Stirling Engine, Engine Performance, Shaft work, Engine Analysis

1. まえがき

地球温暖化が叫ばれている昨今、その対応策として自然エネルギーの有効利用並びに省エネルギー技術等によって対応している。しかし地熱、温泉熱、排気ガス等の低密度のエネルギーは利用されることなく、大気中に放出されているのが現状である。これらの熱源はエネルギー供給源となることから、小型で高効率のスターリングエンジンの利用が試みられている。スターリングエンジンは低密度のエネルギーを効率よく回収できることから省エネルギー技術の一端を担えるものと考えられている。

本報では、廃熱を回収できるスターリングエンジンの設計手法を提案し、その有効性について考究する。図示出力算定方法には、ガスの流れにおいて支配的である流動損失について解析的な手法によって検討する。また軸出力については、メカニズム効率を用いてその有効性について証明する。

2. 解析モデル

2.1 図示出力

図1はスターリングエンジンの作動ガスが密封されている作動空間内の解析モデルである。すなわち、図の左側より低温空間 V_{DC} 、高温空間 V_e 、加熱器 V_h 、再生器 V_r 、冷却器 V_k 及び低温空間 V_{PC} の6つの空間に分割され配置されている。このモデルは γ 形を想定しているが、ディスプレイサピストンの低温空間容積 V_{DC} が無い ($V_{DC}=0$) 場合には、 α 形となる、すなわちパワーピストンの行程容積となる。作動ガスは V_e と V_{DC} との空間内を往復動するが、高温空間及び低温空間の容積は、通常、熱交

*¹ 宇都宮大学 教育学部 技術教育教室 *² (株) 新優

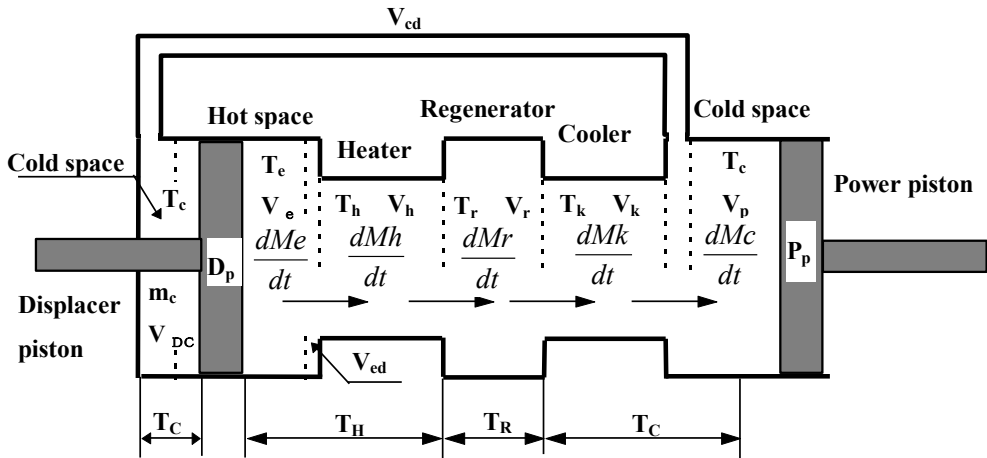


図1 解析モデル

換器の容積と比較してかなり大きい。したがって、高温空間及び低温空間の圧力損失は、熱交換器のそれと比較して小さく、無視できるので、作動ガスの流動損失の解析は、熱交換器内のみについて行うこととする。ここで、熱交換器とは、加熱器、再生器及び冷却器の3つの要素で構成されているものをいう。そして、加熱器及び冷却器はシェルアンドチューブ式、再生器は金網を積層したものを想定している。

作動空間内の温度分布は、等温モデルを基本とするため、高温側ガス温度 T_H 、再生器内ガス温度 T_R 及び低温側ガス温度 T_C の3つの空間内温度を対象として、 $T_H =$ 高温空間内ガス温度 $T_e =$ 加熱器内ガス温度 T_h 、 $T_R =$ 再生器内ガス温度 T_r 、 $T_C =$ 冷却器内ガス温度 $T_k =$ 低温空間内ガス温度 T_c 、と考える。また再生器内ガス温度 T_r は、高温側温度 T_h と低温側温度 T_k との平均温度 $T_r = (T_h + T_k) / 2$ に保たれるとする。ガスの流れは高温空間から低温空間に流れる方向を (-) とし、各空間での質量流量を \dot{m} で定義する。そしてクランク角 θ はパワーピストン P_p の上死点を基準とし、ディスプレイサピストン D_p はパワーピストンに対して $\Delta\theta$ 進んでいるとする。

2.1.1 作動ガス流速

熱交換器内での流動損失を求めるには、熱交換器内の各要素における作動ガスの流速が、求められなければならない。図1を参照して、シュミットサイクル¹⁾ および各要素における質量変化は連続の式²⁾ および状態方程式より求まり、加熱器、再生器及び冷却器内での作動ガスの流速は、以下のよう整理される。

(1) 加熱器内のガス流速 u_h ;

$$u_h = \frac{\omega}{2F_{A_h}} \left\{ \frac{A_h + D_h \cos(\theta - \phi_h)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \quad (1)$$

ここで

$$A_h = \frac{V_e}{2\tau} (2\tau B \sin \Delta\theta + 2\tau C \cos \Delta\theta)$$

$$B_h = -\frac{V_e}{2\tau} \{ 2\tau A \sin \Delta\theta + 2\tau C (1 + X_h + 2X_{ed}) \}$$

$$C_h = \frac{V_e}{2\tau} \{-2\tau A \cos \Delta\theta + 2\tau B(1 + X_h + 2X_{ed})\}$$

$$D_h = \sqrt{B_h^2 + C_h^2}, \quad \phi_h = \tan^{-1} \frac{C_h}{B_h}$$

である。ωは回転の角速度である。各係数A,B,CおよびDは文献（1）に準ずる。

(2) 再生器内のガス流速 u_r ;

$$u_r = \frac{\omega}{2F_{Ar}} \left\{ \frac{A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \quad (2)$$

ここで、

$$A_r = \frac{V_e}{2\tau} \{(\tau + X_D)(B \sin \Delta\theta + C \cos \Delta\theta) - \kappa C\}$$

$$B_r = -\frac{V_e}{2\tau} \{A \sin \Delta\theta(1 + \tau) - \kappa C - X_D C(1 - \tau) - 2C(X_{ed} + X_k - \tau X_{hd} - \tau X_h)\}$$

$$C_r = \frac{V_e}{2\tau} \left\{ \tau(B - A \cos \Delta\theta) + \kappa(A - B) - X_D(A \cos \Delta\theta + B) + 2B(\tau X_{ed} + \tau X_h - X_k - X_{ed}) \right\}$$

$$D_r = \sqrt{B_r^2 + C_r^2}, \quad \phi_r = \tan^{-1} \frac{C_r}{B_r}$$

である。

(3) 冷却器内のガス流速 u_k ;

$$u_k = \frac{\omega}{2F_{Ak}} \left\{ \frac{A_k + D_k \cos(\theta - \phi_k)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \quad (3)$$

ここで、

$$A_k = \frac{V_e}{2\tau} \{-2\tau \kappa C + X_D(2\tau B \sin \Delta\theta - 2\tau C \cos \Delta\theta)\}$$

$$B_k = -\frac{V_e}{2\tau} \{X_D(2\tau A \sin \Delta\theta - 2\tau C) - 2\tau C(\kappa + 2X_{ed} + X_k)\}$$

$$C_k = \frac{V_e}{2\tau} \{2\tau \kappa(A - B) - X_D(2\tau A \cos \Delta\theta + 2\tau B) - 2\tau B(X_k + 2X_{ed})\}$$

$$D_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}, \quad \phi_k = \tan^{-1} \frac{C_k}{B_k}$$

である。

2.1.2 圧力損失

熱交換器内を流れる作動ガスの圧力は、流動抵抗によって圧力降下が生ずるので、この流動抵抗による圧力損失を熱交換器の前後の圧力差 ΔP で評価する。

(1) 加熱器内の圧力損失 Δp_h

加熱器内における圧力損失 Δp_h は、

$$\Delta p_h = \frac{c_h l_h \mu_h \omega}{4 F_{A_h} d_h^2} \left\{ \frac{A_h + D_h \cos(\theta - \phi_h)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \quad (4)$$

と表すことができる。 c_h は円管内の層流摩擦係数として $c_h=64$ が与えられている³⁾。

(2) 再生器内の圧力損失 Δp_r ;

再生器内における圧力損失 Δp_r は、

$$\Delta p_r = \frac{c_{r1} n_r \mu_r \omega}{4 F_{A_r} l_r} \left\{ \frac{A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} + \frac{c_{r2} n_r E \cdot P_m \omega^2 T_H}{8 R \cdot F_{A_r} T_r} \left[\frac{\left\{ \frac{A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \left\{ \frac{A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\}}{\left\{ \frac{A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\}^3} \right] \quad (5)$$

と表すことができる。例えば、田中は $C_{r1} = 50.5$ 、 $C_{r2} = 0.39$ を与えている³⁾。

(3) 冷却器内の圧力損失 Δp_k ;

冷却器内での圧力損失 Δp_k は

$$\Delta p_k = \frac{c_k l_k \mu_k \omega}{4 F_{A_k} d_k^2} \left\{ \frac{A_k + D_k \cos(\theta - \phi_k)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \quad (6)$$

となる。

(4) 全圧力損失 Δp ;

熱交換器内での全圧力損失 Δp はつぎの式で求められる。

$$\Delta p = \Delta p_h + \Delta p_r + \Delta p_k \quad (7)$$

以上の式により、時々刻々変化するクランク角 θ に対する熱交換器における圧力損失 Δp を計算することができる。

2.1.3 流動損失仕事

圧力損失を考慮した図示仕事 W_i は次式で計算される。

$$W_i = \int_0^{2\pi} (p - \Delta p) dv = \int_0^{2\pi} p dv - \int_0^{2\pi} \Delta p dv = W_{is} - W_{Floss} \quad (8)$$

この式で第1項の W_{is} はシュミット理論¹⁾による図示仕事であり、第2項の W_{Floss} が熱交換器内を通るガスの流れによって、引き起こされる圧力降下による損失仕事である。

ここで、この仕事を単に流動損失 W_{Floss} と呼び

$$W_{Floss} = \int_0^{2\pi} \Delta p \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \sin(\theta + \Delta \theta) d\theta \quad (9)$$

として表示する。

ここで、 S_{DP} ; ディスプレーサの断面積、 r_{DP} ; ディスプレーサのクランク半径、である。

したがって、熱交換器内各要素における流動損失は、次のようになる。

(1) 加熱器内の流動損失 $W_{Floss,h}$;

$$W_{Floss,h} = \int_0^{2\pi} \frac{c_h l_h \mu_h \omega}{4 F_{A_h} d_h^2} \left\{ \frac{A_h + D_h \cos(\theta - \phi_h)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \sin(\theta + \Delta \theta) d\theta = C_h \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \cdot \int_0^{2\pi} G_h(\theta) \sin(\theta + \Delta \theta) d\theta \quad (10)$$

と表すことができる。ここで

$$C_h = \frac{c_h l_h \mu_h \omega}{4F_{A_h} d_h^2}, \quad G_h(\theta) = \frac{A_h + D_h \cos(\theta - \phi_h)}{A - D \cos(\theta - \phi)}$$

である。

ただし $\lambda^2 = \frac{A+D}{A-D}$ である。

(2) 再生器内の流動損失 $W_{Floss,r}$;

$$W_{Floss,r} = C_{r1} S_{DP} r_{DP} \int_0^{2\pi} G_{r1}(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta + C_{r2} S_{DP} r_{DP} \int_{\phi_1}^{\phi_2} G_{r2}(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta \quad (11)$$

と表すことができる。ここで

$$C_{r1} = \frac{c_{r1} n_r \mu_r \omega}{4F_{A_r} l_r}, \quad C_{r2} = \frac{c_{r2} n_r E \cdot P_m \omega^2}{8RF_{Ar}^2 T_r}$$

$$G_{r1}(\theta) = \frac{A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)}{A - D \cos(\theta - \phi)}$$

$$G_{r2}(\theta) = \frac{\{A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)\} |A_r + D_r \cos(\theta - \phi_r)|}{\{A - D \cos(\theta - \phi)\}^3}$$

である。

(3) 冷却器内の流動損失 $W_{Floss,k}$;

$$W_{Floss,k} = \int_0^{2\pi} \frac{c_k l_k \mu_k \omega}{4F_{A_k} d_k^2} \left\{ \frac{A_k + D_k \cos(\theta - \phi_k)}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} S_{DP} \cdot r_{DP} \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta = C_k S_{DP} r_{DP} \int_0^{2\pi} G_k(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta \quad (12)$$

と表すことができる。ここで

$$C_k = \frac{c_k l_k \mu_k \omega}{4F_{A_k} d_k^2}, \quad G_k(\theta) = \frac{A_k + D_k \cos(\theta - \phi_k)}{A - D \cos(\theta - \phi)}$$

である。

(4) 全流動損失 ;

熱交換器での全流動損失 W_{Floss} は次式で求まる。

$$W_{Floss} = W_{Floss,h} + W_{Floss,r} + W_{Floss,k} \quad (13)$$

ここで、 $W_{Floss,h}$: 加熱器内の流動損失 , $W_{Floss,r}$: 再生器内の流動損失, $W_{Floss,k}$: 冷却器内の流動損失である。

2.2 軸出力

2.2.1 メカニズム効率

メカニズム効率⁴⁻⁶⁾はJ.R.Senftによって提案され、軸出力を算出するための機械効率をメカニズム効率なる概念を用いて定義されたものである。

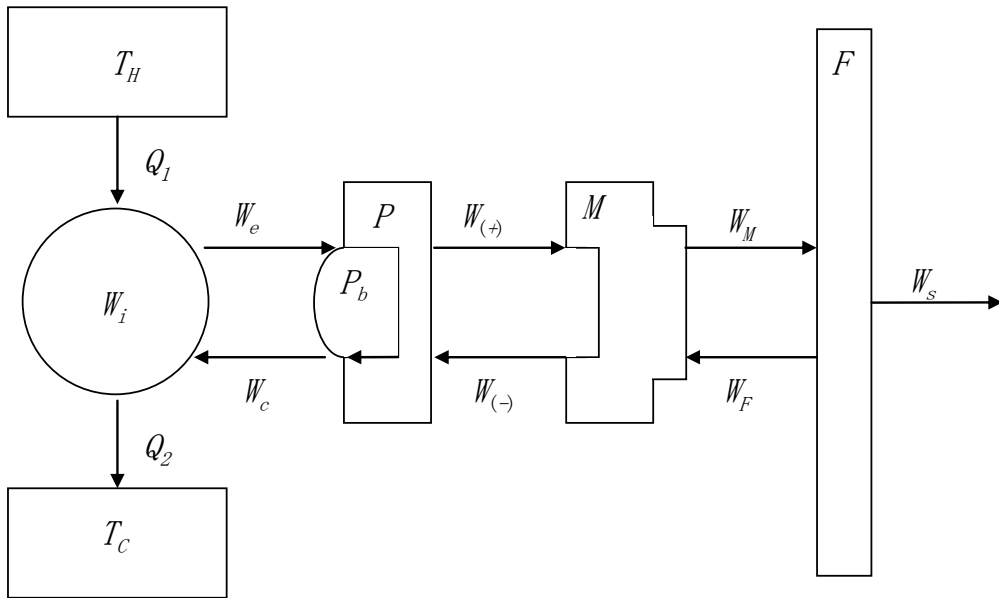


図2 軸出力の解析モデル

2.2.2 解析モデル

図2にその解析モデルを示す。熱機関は高熱源から熱量 Q_1 を受け、低熱源に熱量 Q_2 を排出し図示仕事 W_i を発生する。このときの図示仕事はサイクルを行う作動ガスが膨張行程において外部にする仕事 W_e と、圧縮行程で外部から受ける仕事 W_c との差であり、ピストン P の背圧 P_b を基準として、仕事を表すことができる。

一方、ピストンが外部にする仕事 $W_{(+)}$ をピストン有効仕事と定義すれば、この $W_{(+)}$ はメカニズム M に伝達され、メカニズムの損失によって W_M の仕事となり、これがフライホイール F に蓄えられる。さらに、フライホイールは外部に軸仕事 W_s を行い、残りの仕事 W_F がサイクルを持続するために次の行程に使われる。そして W_F はメカニズム M に伝達され、さらにメカニズムの損失を受けてピストンに伝達されてサイクルが完了する。このメカニズムの損失によって、ピストンに伝達される仕事 $W_{(-)}$ をピストン強制仕事と定義する。

2.2.3 ピストン背圧を基準とした P - V 線図

一般にエンジンは、図3に示すような p - v 線図が得られる。ここに P_b はピストンの背圧である。そして、ここでは背圧の空間は十分に大きく、 P_b は変動せず一定として、サイクル当たりの図示仕事 W_i について考察する。

サイクルあたりピストンが外部になす仕事は、(i) 膨張行程において $P_e > P_b$ の領域における仕事並びに $P_c < P_b$ の領域における仕事との和($W_i + W_{(-C)} + W_{(-E)}$)となるので、これをピストン有効仕事 $W_{(+)}$ と表示する。

また、サイクルあたりピストンが外部からなされる仕事は、(ii) 圧縮行程および膨張行程において($W_{(-C)} + W_{(-E)}$)の領域の仕事の和となるので、これをピストン強制仕事 $W_{(-)}$ と表示する。

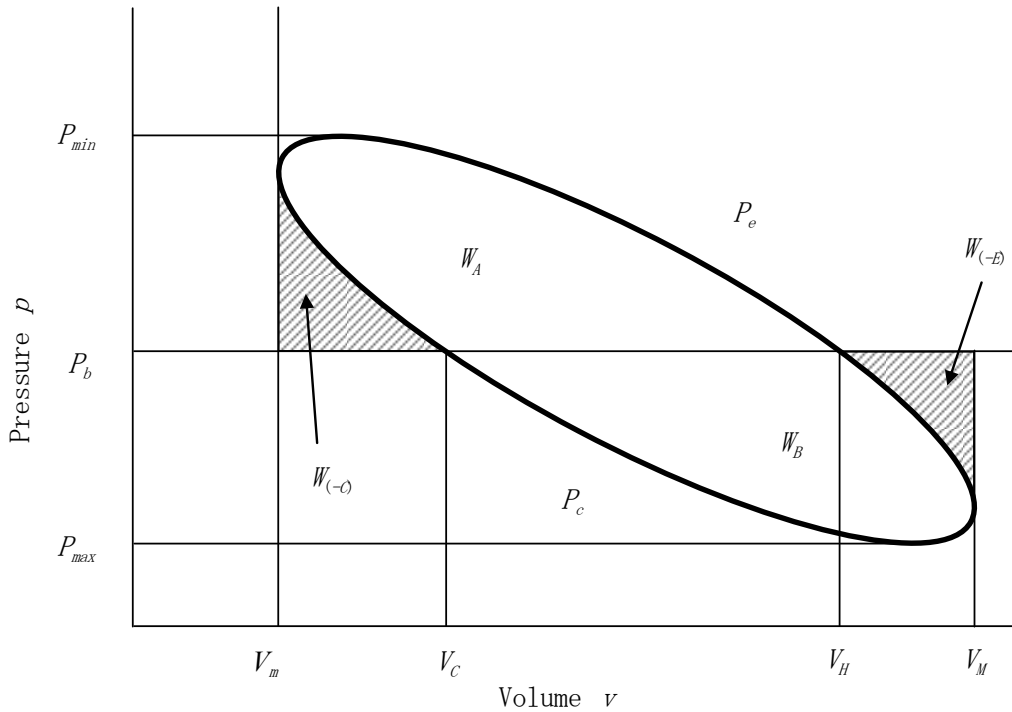


図3 ピストン背圧を基準とした p - v 線図

2.2.4 メカニズム効率の定義と軸仕事

図2に示すように、出力軸で得られる有効な軸仕事 W_s は次式で与えられる。

$$W_s = W_M - W_F \quad (14)$$

ここで、ピストン有効仕事 $W_{(+)}$ とメカニズムがフライホイールに与える仕事 W_M との比をメカニズム効率“ e ”と定義し、これを次式で表す。

$$\frac{W_M}{W_{(+)}} \equiv e \quad (15)$$

そして、メカニズム効率 e がサイクルを通して一定であるとすれば

$$\frac{W_{(-)}}{W_F} \equiv e \quad (16)$$

となるので、軸仕事 W_s はメカニズム効率 e を用いて書き換えると次のようになる。

$$W_s = eW_{(+)} - \frac{W_{(-)}}{e} \quad (17)$$

また、軸仕事 W_s は図示仕事に機械効率 η_m を乗じて $W_s = W_i \cdot \eta_m$ となるのでこれを η_m について解くと、

$$\eta_m = e - \left(\frac{1}{e} - e \right) \zeta \quad (18)$$

となる。ここに、 $\zeta = W_{(-)}/W_i$ でこれをピストン強制仕事比と呼ぶ。式(18)の機械効率を用いると軸仕事 W_s は、次のように表せる。

$$W_s = W_i \left\{ e - \left(\frac{1}{e} - e \right) \zeta \right\} \quad (19)$$

したがって、軸仕事 W_s は式 (20) により求まり、 W_i , W_c , ζ およびメカニズム効率 e によって決定される。

いま、 W_{Mloss} をサイクル当たりの機構部で消失される摩擦損失仕事とすれば、軸仕事は、

$$W_s = W_i - W_{Mloss} \quad (20)$$

となるので、式 (18) と式 (20) より、メカニズム効率 e は次のように表示される。

$$e = \frac{(1-\xi) + \sqrt{(1-\xi)^2 + 4\zeta(1+\zeta)}}{2(1+\zeta)} \quad (21)$$

ここに、 $\xi = W_{Mloss}/W_i$ であって、これを摩擦損失仕事比と呼ぶ。ここで、メカニズム効率は正の値をとるので二次方程式の解は (+) としている。

W_{Mloss} はエンジンの軸仕事と図示仕事を知ることができれば式 (20) によって求めることができる。

2. 計算結果および考察

表1に計算条件を示す。両ピストンのボア径は50 [mm]、ストローク50 [mm] とする。また、エンジン内を流れるガスの温度は、高温側空間側ガス温度は500 [℃]、低温空間側ガス温度は50 [℃] 一定としている。加熱器、冷却器には内径6 [mm] のパイプを50本使用し、加熱器のパイプの長さを400 [mm]、冷却器のパイプの長さは50 [mm] とする。そして、再生器には50メッシュの金網を50枚使用する。

ここではメカニズム効率を $e = 0.78\xi^{0.08}$ として与え計算を行った。

表1 計算条件

Piston	Power Piston	Displacer Piston	
Bore [m]	0.05	0.05	
Stroke [m]	0.05	0.05	
Stroke Volume [m ³]	98.1748×10^{-6}	98.1748×10^{-6}	
Temperature [℃]	Hot Side T _H	Cool side T _c	
	500	50	
Phase Angle $\Delta\theta$ [deg]	90		
Heat Exchanger	Heater	Regenerators	Cooler
Flow Area FA [m ²]	1.414717×10^{-3}	0.8185×10^{-3}	1.1414×10^{-3}
Pipe Length l [m]	0.4		0.05
Pipe Diameter d [m]	0.006		0.006
Sheet Number n		50	
Length lr [m]		0.000328	

図4はバッファ圧力を大気圧 ($P_m = 101.3 \text{ kPa}$) とした場合のエンジン性能である。この図を見るとシュミット出力 (L_s) は直線的に増加している。これは各種損失を考慮していない理想的な解析モデルであるためである。図示出力 (L_i) は2000rpm付近から出力が低下している様子がわかる。これは回転数の増加に従い、ガス流速が速くなり、流動損失が増加したためである。

図5はバッファ圧力を変化させた場合の軸出力を示したものである。軸出力算出にはメカニズム効率を用い、回転数の影響も考慮している。この図を見ると回転数の増加に従い機械損失が増大したため、最大軸出力を示す回転数が存在することがわかる。

図6はバッファ圧力1MPaとし、温度比を $\tau = 0.612$, $\tau = 0.486$, $\tau = 0.418$ と変化させた場合の軸出

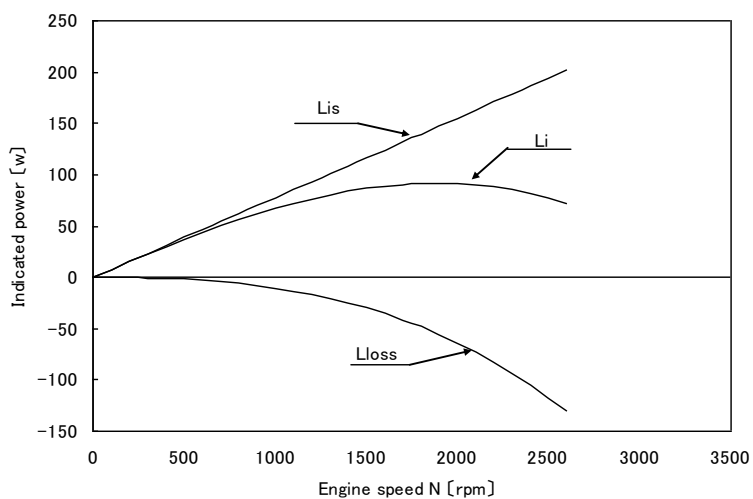


図4 流動損失を考慮した図示出力 (101.3kPa)

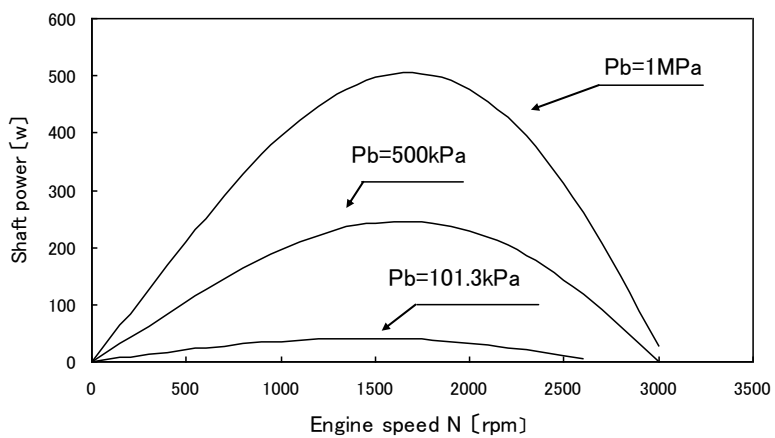


図5 軸出力のバッファ圧力の変化による比較図

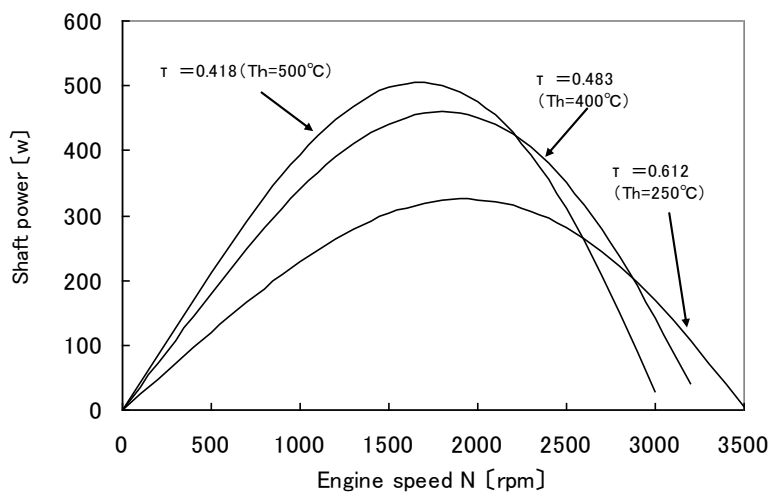


図6 温度比を変化させたときの軸出力

力の変化を示したものである。 $\tau = 0.612$ において軸出力 500W が得られるものと考えられる。

したがって、本解析法により、従来、図示出力のみの計算から、メカニズム効率を用いた軸仕事の算出が容易にできることがわかった。

4. まとめ

本報において軸出力を図示仕事から解析的に表し、軸出力に及ぼす影響について、各因子の係わりについて考究することができた。したがって、本解析法により、解析的に流動損失を考慮した解析モデルによって図示出力を算出することができる。さらに機構部での損失をメカニズム効率を用いて、軸出力を容易算出することが明らかにした。

参考文献

- (1) 畔津昭彦 他 2 名, スターリング機関の特性解析 (第 1 報), 機論 B, 48-428, pp.1753-1760 (1982).
- (2) 戸田富士夫, 岩本昭一, 低温度差スターリングエンジンの性能解析 (作動ガスの流動損失が図示出力に及ぼす影響), pp.304-312, (1998).
- (3) RC110 地球環境及び多種熱量に適合したスターリング機器の最適要素設計手法に関する研究, 日本機械学会研究協力部会研究成果報告書, II -36 - II 50, (1994).
- (4) J.R.Senft, A Low Temperature Difference Ringbom Stirling Demonstration, Proc, 19th Nuclear Energy Combustion Engineering Conference, Paper #849126, (1984), 1929.
- (5) J.R.SENFT, An Ultra Low Temperature Differential Stirling Engine, 5th, International Stirling Engine Conference, (1991), p.1.
- (6) 岩本昭一, 戸田富士夫, 低温度差スターリングエンジンの性能解析 (メカニズム効率の定義とエンジン性能を支配する諸因子), pp.318-326, (1997).