関数における問題解決の授業 †

－２次関数の表,式,グラフの関連付けを促すために－

田村　知子＊・日野　圭子＊＊
宇都宮大学大学院＊
宇都宮大学教育学部＊＊

本研究の目的は，生徒が数学に対して「楽しい」と感じることのできるような授業を目指し，「問題解決の授業」を視点として，授業づくりを行うことである。その際，「予想する活動」に注目し，高等学校第１学年「２次関数」において，予想する活動を取り入れた授業を計画し，実践を行った。

授業の中で，生徒は，式との関係でグラフの形状を多様に予想していた。関数を「嫌い」「苦手」としている生徒が多いにもかかわらず，「予想する活動」において，無解答の生徒は思ったよりも少なく，殆どの生徒が自分自身の考えを持つことが出来ていた。また，生徒が立てた予想が合っているかどうかを確認する中で，「おぉ」「○○さんすごい」といった声を聞くことが出来た。これらの観察は，「予想する活動」を授業に取り入れることの重要性を示している。同時に，生徒が「予想」した内容には，間違った考えや不十分な理解も現れていた。本稿では，そのような「予想」の幾つかについて，授業での扱いを検討した。

本研究は，問題解決の授業の特徴の一部に絞る等の工夫をすることで，高等学校においても問題解決の授業を取り入れていくことが可能であることを示している。

キーワード：学習指導，高等学校教育，関数，問題解決の授業，予想，表・式・グラフの関連付け

1.　はじめに

数学を「嫌い」，「苦手」と思っている生徒は多いが，生徒達は「得意にしたい」，「頑張りたい」と日々熱心に学習に取り組んでいる。その想いに応えるために，教師は，生徒の数学に対する「嫌い」，「苦手」意識を取り除き，「楽しい」と感じることのできるような授業づくりをする必要がある。

本研究は，「問題解決の授業」を視点として，このような授業づくりをすることを目指している。ここで，「問題解決の授業」とは，問題の解決過程を重視する授業のことである。特に，本研究では，問題解決の授業の特徴の１つである「予想する活動」に注目する。予想する活動を，授業に積極的に取り入れることによって，生徒の中に問題や課題を解決しようとする目標や必要感を生み出したり，発見や感動さらには達成感といった感情を湧き起こしたりすることが出来ると考えている。そして，その結果，新たな発見や技能，また，数学的な見方・考え方の習得が促され，生徒が数学に対して肯定的な見方を持つことにつながるのではないかと考えた。

「問題解決の授業」は，数学の様々な内容について考えることが可能である。本研究では，その中でも，高等学校第１学年の「２次関数」の授業に取り入れることを試みる。この内容を選んだ理由は，

- 数学の単元の中でも，生徒の苦手意識の高い関数の内容である
- 小学校や中学校に比べると，高等学校の授業に問題解決の授業を取り入れた実践例はまだ多くはない

ためである。授業では，表，式，グラフを単独で用いるのではなく，相互に関連付けて関数の特徴を調べる能力を伸ばすことを重視する[1]上で，問題解決の特徴を取り入れた。

本稿の構成は次の通りである。まず，「問題解決の授業」と「予想する活動」について整理し，本研究の枠組みと研究の問いを提示する（2節）。次に，この枠組みに基づいて，「２次関数」の授業設計の方針と指導計画を述べる（3節）。続いて，実際の授業の様子を述べるが，研究の問いに対して得られた結果

† Tomoko TAMURA*, Keiko HINO**: Teaching Functions by Problem Solving.
* Graduate School of Education, Utsunomiya University
** Faculty of Education, Utsunomiya University

と考察を中心に記述していく（4 節）。最後に，「2次関数」の授業に問題解決を取り入れていく上での示唆や留意点をまとめ，今後の課題を述べる（5 節）。

2. 研究の枠組み

（1）数学科における問題解決の授業

数学の授業を行う上で大切なことは，生徒に発見や感動，達成感を味わわせ，数学に対して「好き」,「楽しい」,「おもしろい」と思えるような授業をつくっていくことである。そのために，教師は，生徒が主体的・意欲的に授業に参加できるよう工夫する必要がある。その1つとして，「問題解決の授業」がある。

「問題解決の授業」とは，問題の解決過程を重視する授業のことであり，問題を提示することから授業を始め，その問題の解決過程で新たな知識や技能，数学的な見方や考え方などを身に付けさせていくものである。相馬は，「問題解決の授業」の流れを以下のように提案している[2)]。

Ⅰ 問題の提示
Ⅱ 予想
Ⅲ 課題
Ⅳ 課題の解決
Ⅴ 問題の解決

また，相馬は，「問題解決の授業」では，「予想する活動」を取り入れていくことが最大の特徴であると述べている[3)]。「予想」とは，問題の結果や考え方について見当をつけることである。私たちは，日常生活でもはじめて直面する問題を解決しようとするとき，直観的なひらめきや当てずっぽうで予想することが多い。そして，それが合っているのかどうか確認をする。そうした自然な行動を数学の授業にも生かすことによって，問題に対し積極的に取り組むきっかけづくりが出来ると言う。

「予想する活動」を授業に取り入れることによって，次のような成果が期待できる。

- 問題や課題を解決しようとする目標や必要感が生まれ，学習意欲につながる。
- 予想を確かめようという気持ちが生じ，考えの追及が促される。
- 他の生徒による，自分が考えていなかった「異なる予想」が生じた場合，思考の幅が広がる。

本研究では，相馬による指摘をもとに，問題解決の授業の特徴である「予想する活動」に特に注目していくことにする。

（2）関数の授業における予想する活動

関数を「嫌い」,「苦手」と感じている生徒が多いことは，数多くの調査が示している。例えば，高等学校の新入生を対象とした調査[4)]では，中学校での数学の学習において，2次関数を「嫌いだったもの」,「難しかったもの」に選んでいる生徒が多い。また，関数が嫌い，苦手な要因は様々に考えられるが，「表，式，グラフの関連づけができない」,「変数 x と y の対応がわからない」,「グラフをかくことが難しい」は，よく指摘がされる部分[5)]である。

<u>新たな発見や技能，数学的な見方・考え方の習得</u>
・表，式，グラフの関連付けを理解できる。
・変数 x と y の対応を理解することができる。
・グラフを正確にかくことができる。　　など。

↑

「予想」する活動 → 主体的・意欲的な活動

感情
発見　：「見つけた」
感動　：「すごい」「なるほど」「きれいだ」
達成感：「できた」「分かった」
⇑
発想　思考

↑

関数が「嫌い」「苦手」

［要因］
・表，式，グラフの関連付けができない。
・変数 x と y の対応が分からない。
・グラフをかくことが難しい。　　など。

関数の授業に，「予想する活動」を取り入れる上では，このような生徒の苦手な部分について行い，生徒の発想や思考を活性化していくことが重要であると考える。生徒が苦手とする部分の裏側には，生徒なりの様々な発想や思考があり，それらと教師が意図するものとの間にずれやギャップが存在するのではないか。「予想する活動」をうまく取り入れることで，そうしたギャップが前面に現れ，生徒の振り返り，ひいては発見が促されるのではないかと考えるためである。

上図は，これまで述べてきたことをまとめ，実際

に授業を設計していく上での枠組みを示している。

次節からは，この枠組みに基づいて実際に授業を計画し，実践した結果を述べていく。その際，次の研究の問いに対する答えを探っていく。

- ２次関数について，生徒はどのような「予想」をするのか。そこには，生徒なりの発想や思考と，教師が意図する予想との間にずれやギャップがあるのか。
- 生徒は自分の「予想」が正しいかどうかを確認することで，どのような感情を持つのか。また，新たな発見や技能，数学的な見方・考え方の習得がみられるのか。

3. 授業の計画と実施

（1）対象と日時

本授業は，栃木県内の私立高等学校普通科第１学年２クラスの生徒（合計 60 名）を対象に計画し，2009 年 12 月に実施した。授業を計画するに当たって，生徒の関数についての実態を把握するために，事前調査として，アンケートと小テストを行った。

（2）指導の計画

事前調査の結果から，生徒は関数に対して，「難しい」，「嫌い」，「苦手」というような印象を持っていることが分かった（86.7%）。また，答案からは，その理由として，表，式，グラフというさまざまな表現方法が出てくる点，伴って変わる２つの数量（変数 x，y）について考えなければいけない点，グラフをかくことが難しい点などに困難を持っていることが分かった。

そのため，「２次関数」の単元の指導においては，「表，式，グラフそれぞれが表している意味や，それらの間の関連性などを強く認識していくこと」をねらいとし，下のように単元の指導計画を立てた[6]。

「問題解決の授業」は，単元内のどの内容についても取り入れることが可能であるが，事前調査結果に基づいて，生徒の表，式，グラフの関連付けを促すために，「$y=ax^2+q$ のグラフ」と「$y=a(x-p)^2$ のグラフ」の学習を対象とすることにした。

次の小節では，「$y=ax^2+q$ のグラフ」の授業について，授業の展開の計画を述べる。（$y=a(x-p)^2$ のグラフの授業も同様の展開を計画した。）

第１節　２次関数とグラフ

$\boxed{1}$ 関数とグラフ

A　関数(2 時間)：関数の定義について理解を深める。

B　関数のグラフ(2 時間)：１次関数のグラフを扱う。

C　いろいろな関数(1 時間)：絶対値記号を含む関数のグラフを扱う。

$\boxed{2}$ ２次関数のグラフ

A　２次関数$y=ax^2$のグラフ(2 時間)：$y=ax^2$ のグラフを扱い，特徴を見つける。

B　２次関数 $y=ax^2+q$ のグラフ(1 時間)

C　２次関数 $y=a(x-p)^2$ のグラフ(1 時間)

D　２次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフ(2 時間)：$y=a(x-p)^2+q$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフをx軸方向にp，y軸方向にqだけ平行移動させた放物線であることを学習する。

E　２次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフ(4 時間)：$y=ax^2+bx+c$ を平方完成により，$y=a(x-p)^2+q$ へ変形し，グラフをかく作業を行う。

（3）「$y=ax^2+q$ のグラフ」の授業の展開計画

本授業では，「$y=ax^2+q$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを y 軸方向に q だけ平行移動させた放物線である。」ことを学習する。なお，２次関数のグラフの平行移動については，この授業が新出となる。

① 問題の提示

$y=2x^2$ のグラフをかく作業を行う。次に，$y=2x^2$ をもとにして，２次関数 $y=2x^2+3$ のグラフについて考えさせていく。

② 予想する

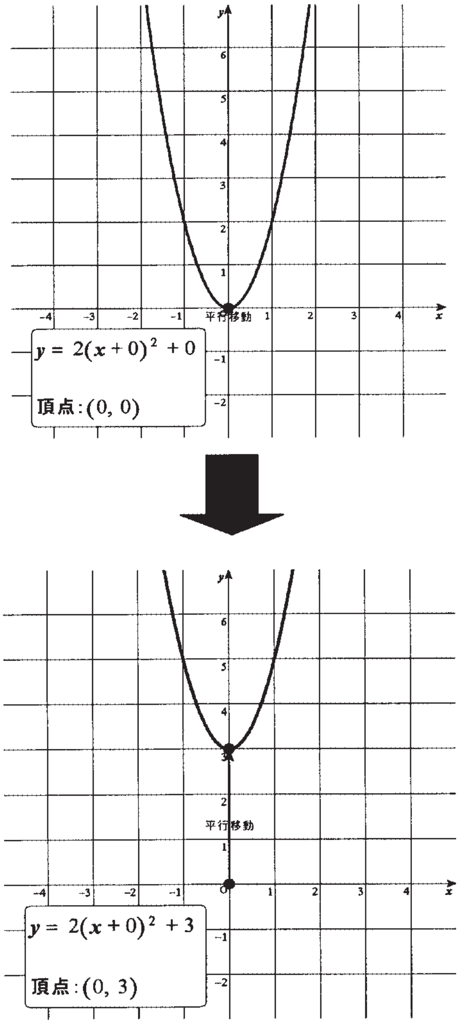
「$y=2x^2$ の式に＋3 が付くと，どんなグラフになるか。」と問いかける。ここでは，$y=2x^2+3$ のグラフを生徒に自由に予想させる。また，他の生徒と意見を交換し合い，様々な考えに触れる機会を持つ。

③ 予想が正しいかどうかを確認する（課題の確認と解決）

生徒は自分自身で予想したグラフが合っているかどうか確かめる。そのために，表を用いることを指示し，式→表→グラフ の順で課題を解決していく。まず，提示されてある式を見て，x に数値を順々に代入していき，それに対応する y の値を求めて表を埋めていく。次に，表の x と y の値の組を座標平面上に点としてプロットしていく。最後に，点をつなげてグラフが完成する。

ここでは，表，式，グラフの関連付けを深めてい

く。また，式の「+3」はグラフのどこに表れるのかを考えさせることによって，式とグラフの関連付けを図る。更に，平行移動についての理解を深めるために，下図のように，パソコン上にグラフを写し，平行移動の様子を生徒に見せる。



④　別のグラフについても，予想と確認を行い，結果を振り返る。(問題の解決)

$y=2x^2-3$ のグラフを予想し，実際にかく作業を行う。そして，「$y=2x^2-3$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを y 軸方向に-3 だけ平行移動させたものである。」ということに気付かせる。

２つのグラフと式の関係について振り返り，「$y=ax^2+q$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを y 軸方向に q だけ平行移動させた放物線である。」ことをまとめる。

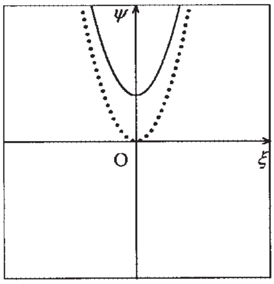
4.　結果と考察

ここでは，２節で示した研究の問いに対する結果と考察を述べていく。なお，「$y=ax^2+q$ のグラフ」の授業の結果を中心に述べ，「$y=a(x-p)^2$ のグラフ」についても，必要に応じて補足をする。

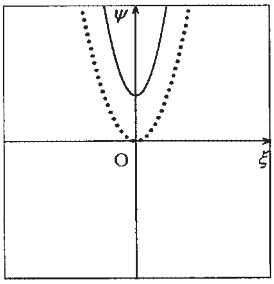
（1）生徒がした予想

「$y=2x^2$」のグラフをもとに，「$y=2x^2+3$」のグラフがどうなるかという問いかけに対して，生徒はさまざまなグラフを予想した。２クラスの生徒の予想は次の 10 に整理することができた。

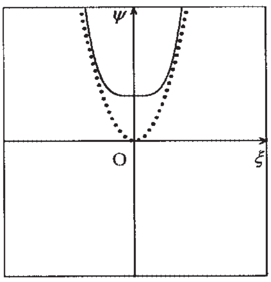
①　y 軸方向へ 3 だけ平行移動（正解）（12 名）



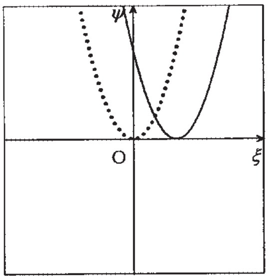
②　幅が 3 となるように上に移動（7 名）



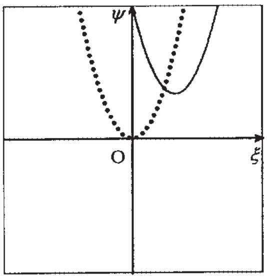
③　頂点を上へ 3 だけ移動（6 名）



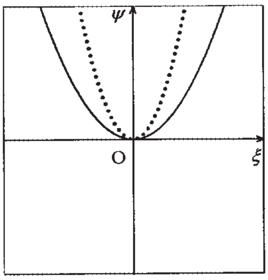
④ x 軸方向へ 3 だけ平行移動（1 名）



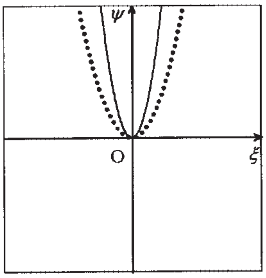
⑤ x 軸方向へ 3，y 軸方向へ 3 だけ平行移動（2 名）



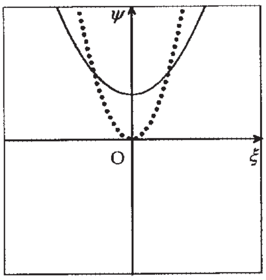
⑥ 広がる（12 名）



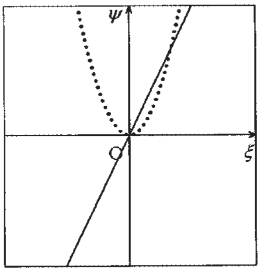
⑦ 狭まる（5 名）



⑧ 頂点が上がり，広がる（1 名）



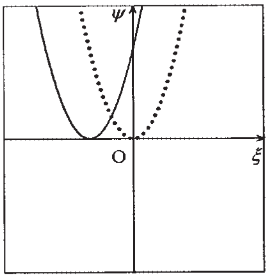
⑨ 直線（1 名）



⑩ 無解答，分からない（4 名）

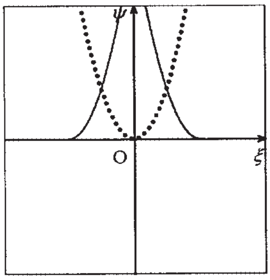
また，「$y=2(x-3)^2$」のグラフの予想では，生徒の発想はさらにばらつき，分類の数は合計 17 にのぼった。その中には，上の分類に類似のものがあった他，以下のような予想も見られた。

<x 軸方向へ－3 だけ平行移動（2 名）>



このグラフを予想する生徒の数は一番多いのではないかと思っていたが，2 名だけであった。前回の予想の時点では出てこなかった「平行移動しそう。」という言葉が，このグラフを予想した生徒から出てきた。

<式に値を代入した結果出来たグラフ（1 名）>



このグラフを予想した生徒は，x の値（$x=1, 2, 3$）を式に代入し，y の値を正確に求めている。そして，座標平面上に点をプロットし，y 軸の右側には途中まで正確なグラフがかけているのが分かる。しかし，

y 軸の左側にも右側でかいたグラフを y 軸に対して左右対称となるようにかいている。これまでに学習してきた $y=ax^2$ のグラフは，y 軸に対して左右対称なグラフであったため，この生徒はその印象が強く残っているのが分かる。

グラフはかけなかったが，表を使おうとした生徒（5名）や，式を展開しようとした生徒（6名），また，言葉で表現した生徒（2名）もいた。

（2）予想が正しいかどうかの確認の場面での生徒の様子

生徒の立てた予想が正しいかどうかを確認する際，ほとんどの生徒は，確認の仕方が分からない状態であった。そのような様子から，表を用いるように指示を加えた。指示があると，多くの生徒は表を埋め，グラフ上に点をプロットし，点をつなげてグラフを完成させていった。

生徒は，式 $y=2x^2+3$ の「+3」について，「$y=2x^2$ のグラフが上に 3 上がっている。」と気付くことができた。また，パソコンを用いて，グラフの平行移動の様子を見せた。それにより生徒は，$y=2x^2$ のグラフと $y=2x^2+3$ のグラフは形が変わっていないことに気付くこともできた。その後，$y=2x^2-3$ のグラフをかく際には，生徒は「今度は下に 3 下がる。」とすぐに気付くことができていた。

また，2回目（$y=a(x-p)^2$ のグラフ）に予想する活動を行った際，「式からいきなりグラフがかけない場合はどうする？」という問いに対し，生徒は「最初に表を書く。」と答えることができた。これにより，1回目（$y=ax^2+q$ のグラフ）に比べて，2回目は予想の確認をスムーズに行うことができた。

（3）生徒の予想を活かす指導について

2次関数のグラフの学習の場面で「問題解決の授業」を行った結果，生徒は自らの思考と発想を大いに働かせることができた。事前調査が示すように，関数を「嫌い」，「苦手」としている生徒が多いなか，「予想」する活動において，無解答の生徒は思っていたよりも少なかった。ほとんどの生徒が，教師の意図と必ずしも同じではないものの，自分自身の考えを持つことができていた。無解答の生徒もいたが，他の生徒の予想の仕方を知ることによって，学習を深める機会となっていたのではないだろうか。

しかしながら，授業の中で，生徒の多様な予想をどう活かしていくかという点では，まだ課題が存在する。ここでは，実際に生徒が行った幾つかの予想に対して，それらを授業でどう扱ったらよいかを考えてみたい。

① グラフが「広がる・狭まる」という予想に対して

グラフが「広がる」，「狭まる」といったようなグラフの開き具合は，x^2 の係数 a の値で決まる。「2次関数 $y=ax^2$ のグラフ」に戻り，例えば，$y=2x^2$ のグラフと $y=3x^2$ のグラフを比較するといったような復習を行わせる必要がある。

また，$y=2x^2$，$y=2x^2+3$，$y=2(x-3)^2$ というような3つのグラフを挙げ，a の値がみな 2 であることから，その部分によって3つのグラフの開き具合が同じになるということを確認させたい。

② グラフが「直線になる」という予想に対して

1次関数のグラフは直線，2次関数のグラフは放物線になることは，ほとんどの生徒に定着していた。しかし，「$y=2x^2+3$ はどんなグラフになるか」の問いに，「直線になる」と予想した生徒もいた。定期試験の中でも2次関数を直線でかいてしまう生徒がいた。なぜそのように予想したのかを問いかけ，「$y=2x^2+3$」と「$y=2x+3$」の違いを確認したい。また，グラフをかく練習を繰り返し行わせるようにして，グラフの形を定着させたい。

③ 第2回目（$y=2(x-3)^2$）の予想する活動において，「y 軸方向へ平行移動したグラフになる」という予想に対して

第1回目（$y=2x^2+3$）の予想する活動において，「$y=2x^2+3$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを y 軸方向へ 3 だけ平行移動したもの」ということを学習してきている。しかし，2回目でも「y 軸方向へ平行移動する」との予想がいくつか出た。中でも一番多かった予想は，「y 軸方向へ -3 だけ平行移動する」であった。

この予想をした生徒は，$y=2x^2-3$ と混乱した可能性がある。ここでは，生徒の予想を理由とともに説明させ，$y=2x^2-3$ であればその予想は正しいことをまず確認したい。その後，グラフが y 軸方向ではなく x 軸方向に平行移動している事実から，「$y=2(x-3)^2$」と「$y=2x^2+3$」とを対比して気づくことを挙げてみてはどうだろうか。その際，「$y=2x^2+3$」

を「$y-3=2x^2$」に変形した式を示すことで，平行移動の方向が式から読み取れることが確認できる。更に，$Y=y-3$ と y（あるいは $X=x-3$ と x）の2つの座標軸と目盛りを書き込むことで,「-3」が「正方向に移動」に対応していることを実感できないだろうか。このように，式とグラフの関連づけを促す手立てを工夫したい。

④ 第2回目（$y=2(x-3)^2$）の予想する活動において，プロットした点が少なく，頂点が明確に示せていないグラフに対して

２次関数の特徴は放物線であり，頂点が存在することと言える。したがって，少なくとも頂点付近はグラフに表さなければならない。プロットした点が少なく，頂点付近の点を取ることができず，直線のようなグラフになってしまった生徒がいた。２次関数のグラフをかく際は，頂点を見つけることが必要であることを指導していきたい。そのために，ずれが生じた２つのグラフを比べて，どこが違うのか，なぜずれが生じたかを問いかけたい。そして，頂点の存在という２次関数の特徴を再確認したい。

５．研究のまとめと今後の課題

本研究では，生徒が数学を「楽しい」と感じることができる授業づくりを目指し,「問題解決の授業」に視点を当てて考察してきた。特に,「予想する活動」に注目し,「２次関数」の授業の中で，グラフの形を予想し，その予想を確かめる活動を取り入れた問題解決の授業を計画し，実践した。

「予想する活動」は，テレビでのクイズ番組と同じような要素を持っており，生徒は楽しんで活動していたようである。また,「予想する活動」では，これから学習していく問題について，まず生徒自身に考えさせていく。その考える過程で，生徒は，今まで学習してきた知識や経験を用いていくことになる。従って,「予想する活動」を通して，生徒の学習意欲を高めるばかりではなく，生徒の思考や発想を促し，新たな学習の場面を作ることができる。

実際，行った実践では，関数を「嫌い」,「苦手」としている生徒が多いクラスであったにも拘らず，次のような生徒の様子を観察することができた。

- 「予想する活動」において，無解答の生徒は思っていたよりも少なく，ほとんどの生徒が自分自身の考えを持つことができていた。
- 生徒自身が立てた「予想」が合っているのかどうかを確認する際，パソコンを用いてグラフの平行移動を見せた。生徒からは,「おぉ」,「すごい」というような声を聞くことができた。また,「予想」が当たっていた生徒に対して,「○○さんすごい」というように，生徒同士で褒め合う姿も見られた。
- 予想をしたり，確認をしたりする上で，生徒の進展を見ることができた。第１回目（$y=2x^2+3$）に比べて，第２回目（$y=2(x-3)^2$）の予想や確認では，表を使ったり，点をプロットしたりする生徒が見られるようになった。

これらの観察は,「予想する活動」を授業に取り入れることの重要性を示すものである。

その一方で,「予想」の内容には，生徒のそれまでの関数の学習の実態が反映されており，生徒の間違った考えや不十分な理解が多く含まれることも分かった。このことは,「予想」の後「確認」をし，自分の「予想」について振り返る機会を設けることの重要性を示すとともに，そうした機会において，教師がどう生徒の「予想」を取り上げ，扱っていくかを考える必要があることを示している。

４節（３）で幾つかの「予想」の扱いを検討した結果，以下のような点に留意する必要があることが分かった。

- 「予想」が合っているかどうかの確認では，幾つかの点をプロットすることが基本であること，但し，ただ点を取って結ぶのではなく，大切な特徴を捉えながら点を取る（頂点の周り，x軸・y軸との交点など）必要があることを押さえる。
- 何と何を「比較」したのか[7]を明確にして,「予想」に至った理由，ずれてしまった理由を考える（「x^2」を「x」と考えてしまった,「$2x^2+3$」を「$5x^2$」のように考えてしまったなど）。それによって，$y=ax^2+q$ の「a」「q」の意味などを確認する。

その他の「予想」について，また，より一般的に「予想」を取り入れる授業の留意点について，考えていくことは今後の課題である。

また，本稿では，２つのタイプの２次関数の式とグラフを学習する場面に的を絞って考察をしてきたが，他の場面でも，問題解決の授業を取り入れていくことは可能である。

本研究で行ったことの１つは，２次関数「$y=ax^2$」

のグラフを復習する授業である。生徒の事前調査の結果を受けて，授業では，表，式，グラフの特徴や関係について，生徒に気づくことを考えさせた。また，それらを発表し，プリントにまとめた。生徒にとっては，様々な考えを学び直す機会となったであろう。この授業で，関数についての特徴を生徒が多く知ることになり，その後の授業において，表，式，グラフ間の関連付けに重点を置いた展開をすることができたと考えている。

また，本研究では行わなかったが，表，式，グラフという異なる表現様式を，生徒が問題を探究する過程で自分なりに選択し，使っていくような授業を計画することも大切である。生徒にとって，関数はマイナスなイメージが強い。その理由として，関数の必要性を実感したことがないからだと考える。しかし，伴って変わる２つの数量の変化や対応を表，式，グラフによって表現することにより，関数の特徴を能率的に調べたり，利用したりすることができる。そして，それによって，ある事象についての関係や法則を，発見しやすくすることができる。

こうした関数のよさを生徒に気づかせるために，数学的モデル化の教材を使っていくことは１つの方向であろう [8]。その際，授業の中で，生徒が異なる表現様式をどのように思考の道具として使っていくことが可能であるか，その中に，どのように生徒の予想を取り入れていくかという点を，具体的に考えていくことが必要であり，今後の課題としたい。

６．おわりに

「問題解決の授業」は，小学校では積極的に取り入れられてきている。しかし，中学校，高等学校と上がるにしたがって，「問題解決の授業」を取り入れていくことは難しく，説明中心の授業になりがちである。なぜならば，「問題解決の授業」は生徒に考えさせる時間を十分に与えなくてはならないからである。また，学年が上がるにしたがって，学習量は多くなり，進度も速くせねばならない。特に高等学校はそうである。このような背景が，「問題解決の授業」を実際に学校現場で行うことを難しくしている。

しかし，本研究では，高等学校の「２次関数」を「問題解決の授業」で行うことによって，様々な長所を見ることができた。単元の中の１つか２つの授業に絞ること，また，問題解決の授業の特徴の一部に絞ることで，高等学校においても取り入れていくことは十分に可能である。上記で述べた制約を考慮しつつ，今後も高等学校で「問題解決の授業」を積極的に取り入れていく方策を考えていきたい。

また，よりよい関数の指導法についてもさらに追及していきたい。そのためには，やはり，教師が一方的に与えていく指導ではなく，生徒自らが表，式，グラフで表現することを必要とするように導いていく指導が必要であると考えている。このように，関数の必要性を感じることのできる授業を展開することによって，生徒の関数に対するマイナスイメージを少なくすることができるのではないだろうか。

このことを生徒に実感させるためにも，これからも生徒が主体的・意欲的に活動することのできる授業，発見や感動，達成感を感じ取ることのできる授業について，より深く考えて行きたい。

註及び引用・参考文献

1) 文部科学省．(2008).『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版．
2) 相馬一彦．(1997).『数学科　問題解決の授業』明治図書．
3) 相馬一彦．(2009).『中学校　新数学科の授業創り ②　新たな数学の授業を作る』pp. 54〜65．明治図書．
4) 日本数学教育学会．(2006).『これでいいのか学校数学－生徒と教師の実態調査－』（pp. 34〜61）
5) 例えば，文部科学省・国立教育政策研究所．(2008).『平成 20 年度全国学力・学習状況調査　中学校調査結果概要』を参照のこと。
6) 使用した高等学校教科書は，『改訂版　新編　数学Ⅰ，数研出版，2008』である。本研究では，その中で「第２章　２次関数（教科書 pp. 55〜72）」について指導の計画を立てた。
7) 日野圭子．(2008).「発達の途上にある生徒の関数的見方・考え方を大切に」『日本数学教育学会誌』90(9)，pp. 39-45.
8) 例えば次のような研究がある。清野辰彦．(2004).「「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の授業」『日本数学教育学会誌』86(1)，pp. 11-21；中村好則．(2007).「数学の有用性を感得する実験を取り入れた学習指導」『日本数学教育学会誌』89(11)，pp. 2-9.