

数学科授業におけるコミュニケーションについての一考察

数学科 湯澤 正弘 酒井 功夫 長嶋 裕子 蒔田 拓郎

1 なぜ数学科の授業でコミュニケーション能力を育てる必要があるのか？

2004年12月に、経済協力開発機構（OECD）が国際学習到達度調査の結果を発表した。その結果、「読解力」を中心に、日本の子どもたちの学力が低下傾向にあることが示された。数学でも、歩数と歩幅の関係を表す公式を示し、ある人が砂浜に残した足跡の歩幅を求めさせる問題や別々の国に住む二人がインターネットでチャットを楽しむ場合、両国の時差と二人のスケジュールからチャットに適した時刻を割り出す問題など身近な問題を扱った「数学的応用力」が1位から6位に下がった。ここでは、単に成績が下がったという結果よりも、自分の考えを自由記述したりする問題において、空欄であったということの問題にする必要があると考える。つまり、考えることを苦手としているのか、あるいは考えようという意思がないのであろう。考えるのは、面倒なので記憶力だけで対処しようとしている。だから記憶にある問題は解けても、記憶にない問題は解けないのである。したがって、当然答えは白紙で出さざるを得なくなってしまう。このことから、数学科として今以上に「考える力」を育てていく必要があるだろう。そのためには、普段の授業の中で、話し合う場を設定し、十分に自分の真意を伝えあうことが大切であると考えます。

また、よい授業をする観点からもコミュニケーションは大切である。教師が一方的に知識伝達のためだけに話をするのでは、心の通い合いがなく無味乾燥的な雰囲気になってしまふ。生徒がどれだけ理解したかを評価するためにも生徒とのコミュニケーションは必要である。さらに、単に生徒と教師だけではなく、数学を創造的、発展的、発見的にするためには生徒同士におけるコミュニケーションが重要な意味を持つてくると考える。つまり、他の生徒の発したちょっとした言葉がヒントとなって今まで気づかなかったことを発見することもあるだろうし、柔軟な発想を持っている生徒の言葉が発展のきっかけとなることもあるであろう。このように小集団学習を積極的に取り入れ、コミュニケーションの機会を設けていくことが数学の理解を深め、楽しいものにしていくと思われる。

さらに、本校生徒の実態からみてもコミュニケーションを取り入れた授業を展開していくことの必要性を感じた。本校では昨年度まで、「生きる力」を育てていくために、学力を「学ぼうとする力」、「学ぶ力」、「学んだ力」と捉え、意欲を持って学習に取り組み、問題を解決していくためのスキルを身に付けさせることを目的として、授業改善の研究に取り組んできた。その成果として、我々の授業に対する好意的な捉え方をしていることが認められ、楽しく授業に取り組む生徒が増えてきたようである。しかし、単元終了ごとに実施している観点別テストの結果をみると、数学的な見方・考え方の観点において国際到達度調査と同様に白紙で提出する生徒が少なくないということがわかった。このことから、数学に関するアンケート調査を実施することにした。集計結果に対する詳しい考察は後述するが、数学が好きだと答えた生徒の多くが、その好きな場面として小集団での課題検討場面をあげていた。その理由としては、友達と話し合うことで新しい考えが生み出せるといったものが多かった。逆に数学が苦手だと答えた生徒では、その場面として、個人での課題追究、発表、問題演習をあげるものが多かった。その理由として、自分で考えても分

からない、自分の考えに自信が持てないといったものが目立った。つまり、数学を好きな生徒は友だちと相談して解決していくことが楽しいと感じており、数学を苦手としている生徒は、一人で解決しようとする一方、解決方法がわからない、考えることが苦手だということが明らかとなった。

以上のことから、数学の授業において友だちと関わる場面を設定し、コミュニケーション活動をしていくことが、問題解決をしていく際に重要であると考えられる。

2 本校生徒のコミュニケーションに関する実態調査

本校数学科では、授業中の活動や考えについて、生徒の様子を知るために以下のアンケート調査を2004年12月に実施した。この調査項目の調査結果を円グラフで示し、それぞれについて考察することにする。

☆ アンケート
次の各項目は、授業中の活動や考えについてのものです。この項目をよく読み、あなたの授業中の活動や考えについて、あてはまるものを選びなさい。
また、②・③・④については、具体的にわかりやすく書きなさい。

年 組 (男 ・ 女)

1 数学は好きですか。
ア 好き
イ どちらかという好き
ウ あまり好きではない
エ 好きではない

2と③は、①で、ア「好き」、イ「どちらかという好き」と答えた人への質問です。
2 数学のどのような活動場面が好きですか。(複数回答可)
ア 課題設定の場面
イ 個人での課題探究の場面
ウ 小集団での課題検討の場面
エ 考えを発表する場面
オ 問題演習の場面

3 ②の理由を書きなさい。

④と⑤は、①で、ウ「あまり好きではない」、エ「好きではない」と答えた人への質問です。
4 数学のどのような活動場面が好きではないのですか。(複数回答可)
ア 課題設定の場面
イ 個人での課題探究の場面
ウ 小集団での課題検討の場面
エ 考えを発表する場面
オ 問題演習の場面

5 ④の理由を書きなさい。

6 課題をまず自分一人で考えようとしていますか。
ア している
イ どちらかというとしている
ウ あまりしていない
エ していない

7 学習内容がわからなかったとき、あなたはどのようにしていますか。
ア 一人で考え続ける
イ 先生に質問する
ウ 友だちと話し合う
エ 何もしない

8 小集団活動をする場合、どのような形態が好みですか。
ア 教師等をもとにしたグループ
イ 指定されたグループ
ウ 自由

9 小集団活動をする場合、すすんで集団に入ろうとしていますか。また、小集団の中で、積極的に友だちに自分の意見を伝えたり、友だちの意見を聞いたりしていますか。
ア している
イ どちらかというとしている
ウ あまりしていない
エ していない

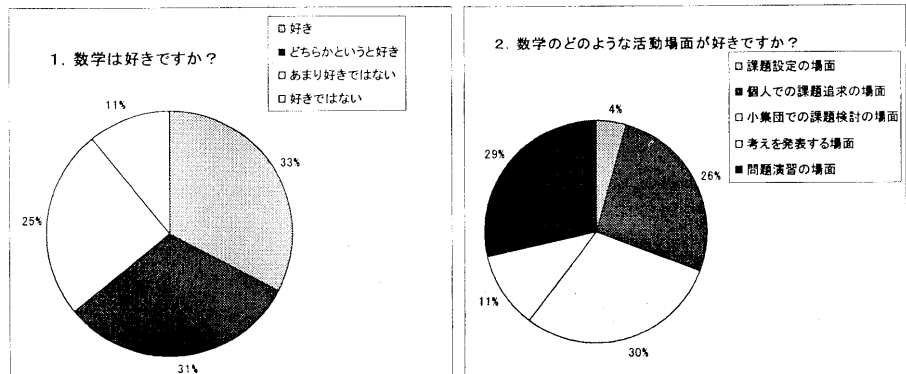
10 自分の考えをすすんで発表しようとしていますか。
ア している
イ どちらかというとしている
ウ あまりしていない
エ していない

⑩は、⑩で、ウ「あまりしていない」、エ「していない」と答えた人への質問です。
11 その理由として、考えられるものを選びなさい。(複数回答可)
ア 学習内容がわからないから
イ 学習内容はわかるが、表現することが苦手だから
ウ 自信がないから
エ 人前が恥ずかしいから

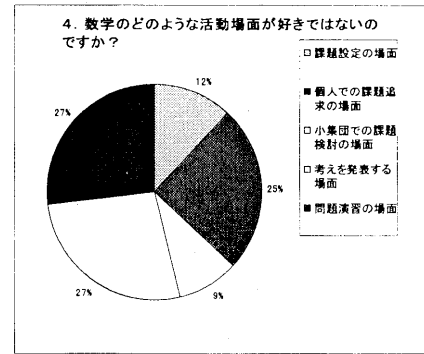
12 今回のアンケートの内容に関することで、日頃から感じていることや自分の考えがあれば書きなさい。

設問1, 2についてみると、数学が「好き」、「どちらかという好き」と答えた生徒のうち、数学の活動場面の中で、「個人での課題探究の場面」や「小集団での課題検討の場面」がそれぞれ全体の26%、30%の割合で好きであることが分かった。これは、常日頃の授業を問題解決型の学習形態に沿って展開していたため、その学習形態が定着していたためであると考えられる。また、その中でも、「小集団での課題検討の場面」が高

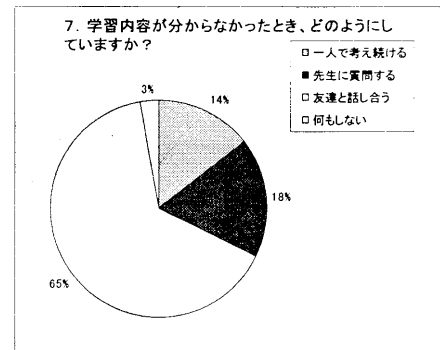
かった結果については、個人での解決結果の正否を知りたいという欲求が常に生徒たちの心の中にあると考えられる。



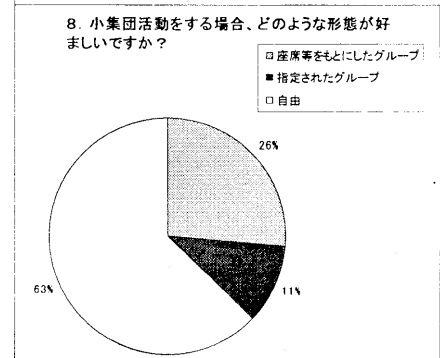
設問4についてみると、数学が「あまり好きではない」、「好きではない」と答えた生徒のうち、「個人での課題追究の場面」、「考えを発表する場面」、「問題演習の場面」の各場面で、好きではないという割合が高いことが分かった。「個人での課題追究の場面」、「問題演習の場面」においては、数学がやや苦手なために、自分で考えてもわからないという理由から割合が高かったのではと推測できる。また、「考えを発表する場面」については、小集団活動において解決結果や解決方法は知るが、それを自分のものにしていないため自信が持てず、好きでない場面としてあげられているのではないかと考察できる。そのため、「小集団での課題検討の場面」において、解決結果や解決方法をより自分のものにできるように一方的なコミュニケーション活動ではなく、双方向的なコミュニケーション活動になるような手だてが必要になってくるだろう。



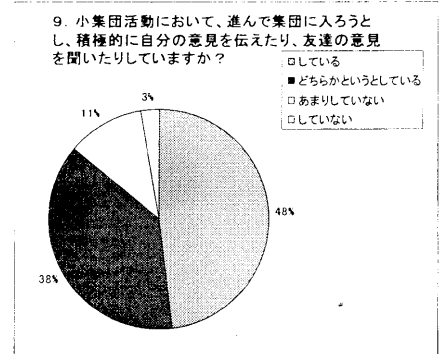
設問7については、学習内容がわからなかったとき、「友達と話し合う」と答えた生徒が65%いた。この結果、生徒は、友達と関わり合いながら学習内容を理解するよう努力しており、普段の授業の中でも友達と関わり合いながら解決する場面を組み入れていくことが重要であると考えられる。



設問8については、小集団活動の形態を「自由」と答えた生徒が、3学年を通して全体の63%となっている。また、学年別に「自由」と答えた生徒を見ていくと、第1学年では68%、第2学年では76%、第3学年では44%となっている。それに対して、「座席等をもとにしたグループ」については、第1学年では18%、第2学年では15%、第3学年では46%となっている。高学年になるにしたがって、「自由」の比率が下がり、「座席等をもとにしたグループ」の比率が上がっているのは、第1学年においては、気の合う友人のところによって任意の小集団活動に入るが、第3学年になるにつれ学級内により意味での話し合う雰囲気もできあがり、前述したような傾向が低くなってきているのではないかと考えられる。しかし、より充実した小集団による話し合い活動にするためには、自分と同じ考えの生徒は誰なのか？自分と同じ解決方法(別な解決方法)は誰なのか？また、自分と同じところをつまずいているのは誰なのか？など、他の生徒の状況がわかるような手だてを考えていくことが必要になってくるであろう。

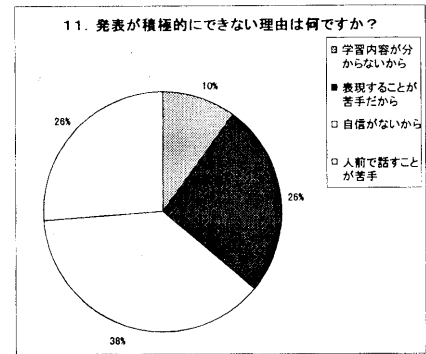
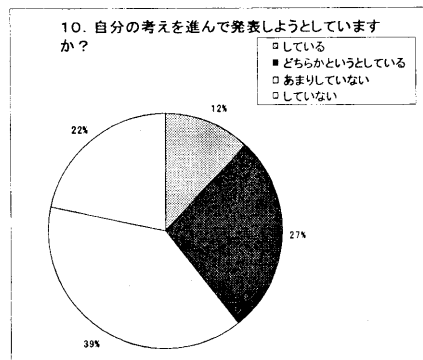


設問9については、小集団活動に進んで「入ろうとしている」「どちらかというところ」と答えた生徒が全体の86%を占め、この結果から友だちと



進んでコミュニケーションをとっていかこうとする姿勢が見うけられる。しかし、大切なことは、そのコミュニケーション活動をいかに充実したものにするかであり、今後その手だてを考えておく必要があるであろう。

設問10, 11については、考えを発表する場面において、自分の考えを進んで発表しようとしているかどうかに対して、「あまりしていない」と答えた生徒が39%



また、その理由について「表現することが苦手だから」26%、「自信がないから」38%という結果から、小集団活動の中で解決方法の妥当性や信頼性などを検討するなど充実したコミュニケーション活動を行っていくのはもちろんのこと、その他に、それを表現していく力も育成していかなければならないであろう。

3 授業におけるコミュニケーション活動

数学を「個を生かす」「多様な生徒への対応」「生涯学習の基礎をつくる」といった観点から考えると、数学を使ったり、つくったりする楽しさを経験させることが、重要なことである。そのためには、授業に主体的に取り組めるようにする。つまり、よりよいコミュニケーションをとり、発表や討議の中で自己表現できるようにすることである。

では、日頃の授業の中で、コミュニケーションをとる場面にはどんな場合があるかを思い返してみると、①教師の発問に対して答える場合、②生徒どうして話し合いをする場合、③授業で発表をする場合の三つの機会が考えられる。そこで、これから数学科におけるコミュニケーション能力を育てていくために、今まではどのような点に注意を払って授業を進めていたのか、我々教師の自己評価として振り返ってみたい。

(1) 教師と生徒とのコミュニケーション

まず①の場面では、我々教師の発問の質に左右されるところが大きい。単に答えを聞くだけの発問では、先に答えを知っている生徒だけしか活躍の場がなく、記憶を呼び起こして、はいそれで終わりといったように拡がっていくことはない。思考を促すような発展的で、深まりのある発問をすることが必要である。つまり、生徒が自分で考えるときに自問しながら進められるように、考え方を示唆するような要素を含めておくことである。本校では、過去の研究において問題解決型の授業展開を図る際、次のような発問をすることがよいのではないかと提案し、現在も実施している。

問題解決の過程	発問例
問題形成・把握	<ul style="list-style-type: none"> ・どんなことがわかるのか、または使えるのか。(問題を明確に) ・どうなっていればわかるのか、それがはっきりいえないか。(問題を明確に)

	<ul style="list-style-type: none"> ・どんなことがわからないのか、求めたいのか。(問題を明確に) ・おかしいと思うことがあるか。(疑問の目)
見通しを立てる	<ul style="list-style-type: none"> ・どんな方法でできそうか。(見通し) ・どんな結果になりそうか。(見通し)
解決の実行	<ul style="list-style-type: none"> ・わかっていることを使って考えよう。(筋道) ・求めるものに近づいているか。(筋道) ・はっきりいえないか。(筋道)
論理的組織化	<ul style="list-style-type: none"> ・なぜこれで常に正しいか。(筋道) ・もっと正確にいえないか。(正確) ・もっと簡単にわかりやすくいえないか。(明確)
検証	<ul style="list-style-type: none"> ・もっと簡単にいえないか。(思考労力の節約) ・もっとよい方法はないか。もっとよく簡単にできないか。(よりよい方法) ・まとめてすっきりいえないか。(よりよい方法) ・別のしかたはないか。(よりよい方法) ・新しい問題が見つけれないか。(より新しいもの)

(2) 生徒間のコミュニケーション

次に②の場面は、生徒がお互いによりよい考え方に練り上げていくためや多様な考え方を知るために、自力解決時における他者との交流をする場合である。本校では、話し合い活動として主に任意小集団による形態をとる場合が多い。その結果、一人では得ることが難しいような結論をまとめることができたり、たとえ解決に至らなくても仲間とのコミュニケーションがあれば、あるいは自ら考えた内容が評価されれば授業は楽しいといったような情意面の高まりを期待できる。

このように話し合い活動によって生徒自らが数学を作り上げていく授業は、問題解決能力を育てていくことにつながっていく。しかし、むやみやたらと話し合い活動を実施すると、話し合い活動が雑談になってしまうことも少なくない。そこで、以下の点に注意し授業を構築していく必要がある。

- ・生徒自らが取り組めるような問題解決の授業展開にする。
- ・生徒自らが追究し得る、また学習意欲が持続できる学習課題を工夫すること。
- ・生徒一人一人が自由な発想や思考活動がなされる学級の雰囲気構成しておくこと。
- ・学習過程での評価を大切にし、一人一人の考えのすばらしさを認め、さらに意欲を持たせるように配慮すること。
- ・取り上げた考え1つ1つについて、互いの考えの関連をおさえたり、望ましい考え方へ導いていくなど、それぞれの考え方を大切にしていくこと。

(3) 発表学習によるコミュニケーション

次に③のように自分で学習したことやわかったことを発表する場合は、一斉学習形態で考えを練り上げていく場面である。これは日頃の授業の中でもっともよくなされていることであるが、ややもするといくつかの考えが出されてもそこに双方向的なコミュニケーションをつくり出すことは難しい。他の生徒の前で発表させようとしても、うまく発表することができず、最終的には教師がわかりやすく説明し直すということになることが多い。

こうなってしまう原因を考えてみると我々教師側が、生徒が発表したいいくつかの考えをどれが一番効率的かといった観点だけで練り上げのための価値にしてしまっているからであると思う。つまり、ただ一つの考えだけが求められ、あとは排除してしまっていたのである。このことから、効率性という価値だけではなく、さまざまな考えを互いに関連づけることによって理解を深め、広げていくこと自体に価値をおいて、練り上げのコミュニケーションをしていくことを感じている。

また、このような発表の場面だけでなく、①、②のような場面も含め、次のような点に留意していく必要性を再認識させられた。それは、コミュニケーション活動をする場面で、自分の考えていることをうまく表現させるということである。そもそもコミュニケーションとは、相手に自分の意を理解してもらうことからスタートするものである。数学では、単に言葉だけのコミュニケーションをするよりも、図や表・グラフ、数式、用語などの数学の表現・表記を利用することによって、自分の考えをより明確に伝えることができる。したがって、学習ノートやプリントに答えだけをかかせるのではなく、自分の思考過程が分かるように表現させていきたい。また、「〇〇さんと考えが似ている」とか「〇〇さんとこの部分が違っている」のような、自己と他者の考えとの関連を示すことが表現できるようにさせていきたいと感じている。

4 コミュニケーション活動からみた授業の実例

(1) 課題学習における課題設定から課題解決に至るまでのコミュニケーション活動例

① トピック教材を利用した課題学習の進め方

中学2年生で、12月にトピック教材を扱い、次のような手順で授業を進めた。

- ア 問題場面提示
- イ 教師と生徒とのコミュニケーションによる課題設定
- ウ 自力による解決
- エ 友だちとの話し合い活動
- オ わかったことの発表
- カ 発展課題の設定とその解決

② 問題場面提示と課題設定

問題	1	
	3 5	数が左図のようにピラミッド型に並んでいます。
	7 9 11	
	13 15 17 19	
	21 23 25 27 29	
	

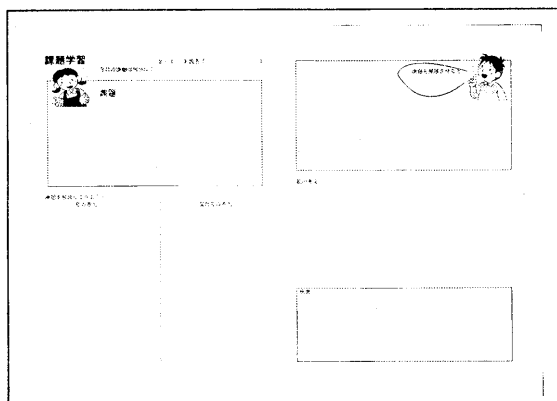
前記のような問題場面を提示し、ここから次のような教師と生徒とのコミュニケーション活動により、課題を設定していくことになった。

- T : この場面からどんな課題にすることができるかな？
- P1 : n 段目までの数の合計が求められそうだ。
- P2 : 合計までは難しそうだよ。
- P3 : そうだよ。でも、n 段目の数だったら求められるよ。
- P4 : それなら n 段目の数の合計も求められそうだよ。
- T : 初めから、n 段目として一般化した課題にするのではちょっと難しいかないかい。
- P5 : それじゃ、具体的に考えるのがいいよ。
- T : 何段目までにしたらいい？
- P6 : 100 段目。
- P7 : それはちょっと大変だよ。10 段目まででいいんじゃない。
- (他の生徒も納得しているようなので)
- T : 他のみんなもどうやら納得したようなので、10 段目までにしよう。ところで10 段目までは決まったけど、何を求めるの？
- P8 : 全部の合計を求めるのは、時間がかかりそうだから10 段目の数の合計を求めることにしようよ。

以上のようなやりとりで、課題を「10 段目の数の合計を求めよう。」と設定することになった。

③ 話し合い活動による数学的な拡がり

次に、右のようなプリントを使い自力解決をさせた。その際、自力による解決時間として何分ぐらい必要かを生徒に聞き、10 分の解決時間とした。その後、生徒の様子を観察しながら机間指導したところ、一応の解決ができた生徒は、クラスの半数くらいであった。そこで、友だちどうしの話し合いを認め、自分の解決方法を発表したり、友だちの解決方法を確認したりさせた。



その結果は、次のようなものとしてプリントにかき記された。これらを見てわかるように、表を作成して関数的な見方によって解決していく方法、帰納的に解決していく方法や

課題を解決してみよう!
私の考え

段目	1	2	3	4	...	10
左の数	1	3	6	10	...	45
右の数	1	3	6	10	...	45

$10 - 1 - 1 = 8 \dots 20$

$2 + 2 \times 8 = 18$

$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 18$

$\frac{(2+18) \times 9}{2} = 90$

$90 + 1 = 91$

10 段目は

$1 + 2 + 4 + 6 + 9 + 11 + 14 + 18 + 23 + 29 + 36 + 45$

$\frac{(1+45) \times 10}{2} = 235$

A. 1000

友だちの考え

$1 \rightarrow 1^2$

$3 \rightarrow 2^2$

$6 \rightarrow 3^2$

$10 \rightarrow 4^2$

...

10 段目

$\rightarrow 10^2 = 100$

A. 1000

課題を解決してみよう!
私の考え

段数	1	2	3	4	...
合計	1	8	27	64	...

段の数を n とすると、合計は、 n^3 になるから、n に 10 を代入すると、 $10 \times 10 \times 10 = 1000$

よって、10 段目の合計は 1000 になる。

A. 1000

友だちの考え

91 93 95 97 99 101 103 105 107 109

$200 \times 5 = 1000$

$100 \times 10 = 1000$

$20 \times 50 = 1000$

$10 \times 100 = 1000$

1, 3, 7, 13, ... 91

91 + 10 = 101

2 + 4 + 6 + ... 18 = 90

910 + 90 = 1000

A. 1000

計算の仕方を工夫する方法など、単に答えが求めればそれによしとするのではなく、それぞれが工夫している様子が看取れる。このことから、数学的思考が、話し合い活動することによって広がっていくことがわかった。

④ 課題の発展のさせ方と解決例

一応の解決が図られ、発表し合った後、最後にこの課題を発展させて考えることになった。ここでも、教師と生徒とのコミュニケーションにより進めた。今回は、原題が奇数であったことから、次は偶数で考えてみようということですねとなりと決まった。以下に解決例を示す。

これは、原題の解決法をうまく利用し、関数的な見方で解決したものである。原題での解決に、時間をかけ、話し合い活動をとった結果、十分

私の考え

段数	1	2	3	4	...
合計	0	6	24	60	

$n^3 - n = 10 \times 10 \times 10 - 10 = 990$
 奇数のときと比べると、2段目の場合
 2少なく、3段目の場合は、3少ないので、 A. 990

な理解が得られた成果と考えられる。

⑤ 授業を終えての生徒の感想

授業を終えて、生徒に感想を求めたところ次のような肯定的なものが認められた。

- ・どこに目を向けるかで、容易に答えが求められるかがわかった。これからも「目の付けどころ」に気を付けて考えていきたいと思った。また、一つの問題でもたくさんの考え方があって面白かった。
- ・自分一人では気が付かなかったけれども、友だちと話し合ったことで、簡単な求め方に気が付きとても楽しかった。

このような話し合い活動は、ただむやみやたらにやったとしても効果は上がらないであろう。授業展開の中で、話し合い活動が有効な場面を捉え、適切な形態で取りまわせることが大切である。また、全く話し合い活動をしないのもよくない。例えば、もし解決できてしまった生徒が、問題はもう解いてしまったから、話し合いをして他の生徒の考えなどを聞く必要はないかというところでもない。他の考えと関連づけることによって、自らの考えが豊かになり、思考の広がりが得られるものと考えられる。このような授業をするには、多様な考えを生かすことのできるような問題を提示することが重要である。

(2) 生徒間のコミュニケーション活動を大切にした実践例

ア 授業の概要

本時の授業は、三平方の定理の空間図形への利用の授業である。この单元においては、三平方の定理の定着を急ぐあまり、典型的な問題を解くだけの繰り返しになりがちである。また、その定着・維持は、プリント学習によってなされることが多い。そこで、本

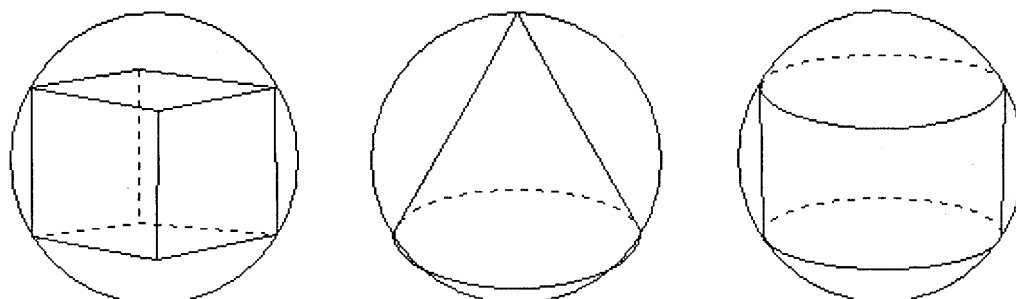
授業は、問題解決型の学習形態による Training 型の授業を展開するものである。

具体的には、球に内接する立体を自分で考え、それを見取図や投影図(立面図, 平面図, 側面図), 展開図に表すなど数学的な活動を取り入れながら、球に内接する立体の体積や表面積を求めていくものである。解決の際、直角三角形を見いだしていくといった数学的な見方を重点に指導・支援していこうと考えているため、体積や表面積を求めるためにはどこの長さを求めればいいのか、その長さを一辺とする直角三角形はどれか考えさせたり、空間では直角三角形がとらえにくいいため、立体を立面図に直して考察させたりするようにしていきたい。

イ コミュニケーション活動を活発にするための工夫

(7) 内接する立体別によるグループ編成

まず始めに、球を提示しその中に内接する立体を考えさせ、見取図に表すようにした。生徒が考えた立体は以下の通りである。



本来ならば、どれか一つの立体を取り上げ共通課題を設定し、その共通課題を解決していくということが学習の流れであろうが、今回は、コミュニケーション活動を活発にさせるため、自分で考えた球に内接する立体ごとにグループを編成し、共通課題解決にあたらせた。今までの学習は、教師側から学習課題を与えられそれを解決していくということが多かったが、自分が考えた立体を用いて学習課題を解決していくことにより、情意面としての学習意欲が高揚し、より活発なコミュニケーション活動も展開されるだろうと考えたためである。

(1) 条件不足の学習課題の提示

次に、生徒たちに今までの学習を振り返らせ、本時の学習課題「球に内接する立体の体積や表面積を求めよう」を設定し、各グループごとに学習課題を解決させる。この学習課題においては、球の半径の長さが条件として与えられておらず、また、球に内接する立体を立方体以外の円錐や円柱で、その立体の体積や表面積を求めようとする場合、母線の長さや底面の円の半径の長さが分からないため、このままでは解決できない。

「三平方の定理」という単元は、通常、中学3年の一番最後に学習する単元であり、また、この学年になると数学的な見方・考え方も問題解決の経験から身に付いてきている。

そこで、与えられた学習課題において、その特殊な場合を取り出して考察していこうとする特殊化の考え方を利用して学習課題を作り上げていく活動が可能になる。この学習課題を作り上げていく活動にこそ、コミュニケーション活動が有効に働き、次の自発的な課題解決につながっていくと考えたからである。

(ウ) 友だちとの話し合いのさせ方

課題解決後、個々の考えを発表させ、「明らかに間違った答えや解決方法はないか」、「筋道たったものになっているか」などの観点からコミュニケーション活動を行い、「わかっていくとして聞く」姿勢を育成していく。どういう筋道を経て考えにたどり着いたか、丁寧に聞いていこうとする姿勢を育てていくことにより、他の考えを大事にし、できるだけ生かしていこうとする姿勢も育ってくるだろう。このようなコミュニケーション活動を行うことにより、着眼点のよさを見いだしたり、不十分さを補充したりしていくことも副次的に期待していきたい。

解決例(内接している立体が立方体の場合)

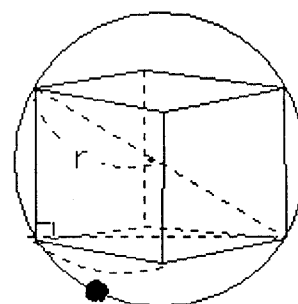
球の半径を r 、立方体の1辺を●とすると

$$1 : \sqrt{3} = \bullet : 2r$$

$$\bullet = 2\sqrt{3}r / 3$$

$$\text{よって、体積 } V = 8\sqrt{3}r^3 / 9$$

$$\text{表面積 } S = 8r^2$$



次に、解決結果や解決方法を主に聞いていた生徒を残し、別なグループからきた生徒に解決方法を説明させるようにした。説明する生徒には、簡潔に、筋道立てて説明するようにさせた。その際、解決に用いた見取図や立面図、展開図を説明に利用させるようにした。

また、説明を聞いている生徒に対しては、別な立体で考えた自分の解法と比較し、解法相互における着眼点やアイデアの共通性等に目を向けさせ、つなげたり、つけたし合ったりしていくコミュニケーション活動を活発にさせるようにしていった。

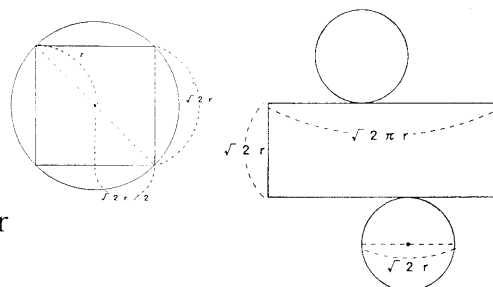
共通の着眼点やアイデア

- ・体積や表面積を求めるためにはどこの長さを求めればいいのか
- ・求める長さを一辺とする直角三角形は、立体のどこにあるのだろうか
- ・立体を立面図に直して考えていこう

解決例(内接している立体が円柱の場合)

$$\begin{aligned} V &= \pi(\sqrt{2}r/2)^2 \times \sqrt{2}r \\ &= \sqrt{2}\pi r^3 / 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \pi(\sqrt{2}r/2)^2 \times 2 + \sqrt{2}\pi r \times \sqrt{2}r \\ &= 3\pi r^2 \end{aligned}$$



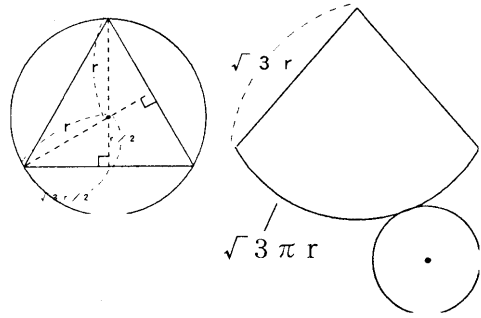
解決例 (内接している立体が円錐の場合)

$$V = \pi (\sqrt{3}/2)^2 \times (3r/2) \times 1/3$$

$$= 3\pi r^3/8$$

$$S = \sqrt{3}\pi r \times \sqrt{3}r \div 2 + \pi (\sqrt{3}r/2)^2$$

$$= 9\pi r^2/4$$



(3) コミュニケーション活動を取り入れた授業実践例

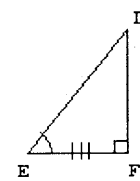
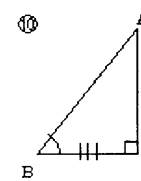
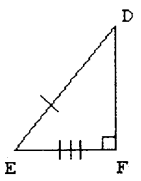
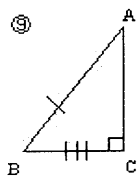
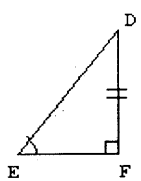
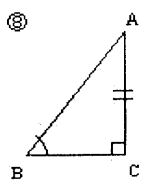
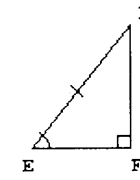
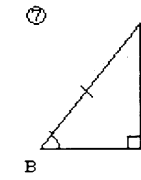
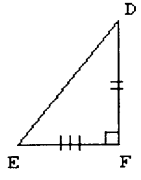
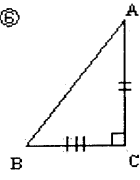
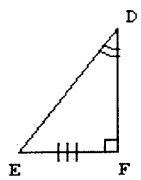
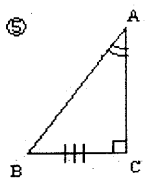
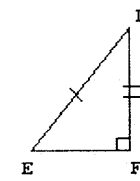
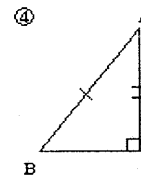
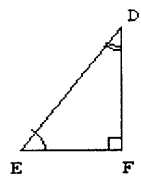
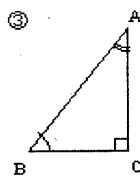
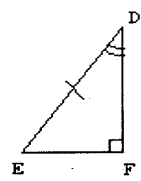
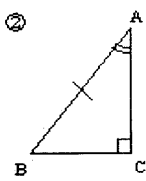
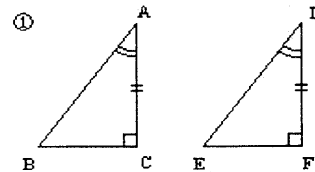
「直角三角形の合同条件を明らかにしよう」

① 授業の進め方

- ア 問題場面提示
- イ 教師と生徒，生徒同士のコミュニケーションによる課題設定
- ウ 自力による解決
- エ 友達との話し合い活動
- オ わかったことの発表
- カ 直角三角形の合同条件を利用した証明問題解決

② 問題場面提示と課題設定

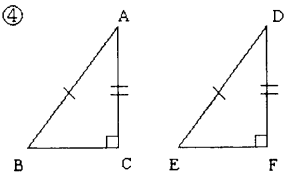
場面 合同になる三角形は
何番だろう？



上記のような、 $\angle C = \angle F = 90^\circ$ の他に、様々な条件が与えられた2つの直角三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ を提示し、教師と生徒、生徒同士のコミュニケーション活動により、本時の学習課題を設定することとした。問題場面について各自で考える時間をとった後、場面に対する意見を生徒に求めたところ、生徒からは次のような考えが出された。

- ア ③は角度が等しいだけなので合同にはならない。
- イ ⑥は2辺とその間の角がそれぞれ等しいから合同になる。
- ウ ①と⑩は一辺とその両端の角がそれぞれ等しいから合同になる。
- エ ②⑤⑦⑧は三角形の内角の和が 180° を使えば、三角形の合同条件が成り立ちそうだ。
- オ ③以外はすべて合同になるんじゃないかな。

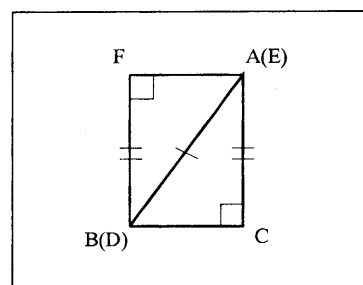
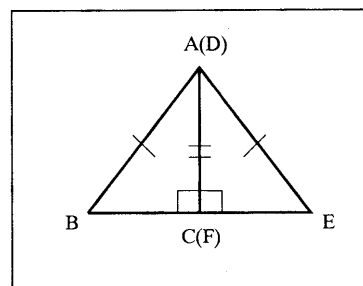
そこで、まず、ア、イ、ウについてその考えを生徒ともに確認した。その後、エについて「三角形の合同を示せるか」と投げかけると、「②は三角形の内角の和が 180° だから $\angle B = \angle E$ 、すなわち、一辺とその両端の角がそれぞれ等しくなる。⑤⑦⑧も同じ考えで成り立つ」という意見が出された。次に、④と⑨について「三角形の合同を示せるか」と投げかけたところ、即答はなかった。そこで、このことを本時の学習課題として解決していくこととした。

<p>課題 $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $AB = DE$, $AC = DF$ である2つの直角三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は 合同であることを証明しよう。</p>	<p>④</p> 
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------

③課題解決の様子

各自で課題解決に取り組んだ後、任意小集団活動を取り入れた。数名の生徒が、一方の三角形を裏返し、等しい辺 AC と辺 DF をつなぎ合わせて二等辺三角形 ABE をつくることで証明する方法（フィロの方法）に気づいていた。一方の三角形を裏返して他方の三角形と合わせて二等辺三角形をつくるという友達の発想に、自分一人では考えの浮かばなかった生徒の感心する姿が見られた。また、感覚的には気づいていたものの考察や根拠が曖昧だった生徒も見られた。それらの生徒は、話し合い活動を通して友達から質問されることで、自分の考えを改めて確認し直すよい機会になったようだ。

一方で、斜辺 AB と斜辺 ED を合わせて、四角形 $FBCA$ をつくって証明しようとした生徒も見られた。その考えを聞いてみると、この四角形 $FBCA$ が当然長方形になるものと思い込んでいた。そこで、「四角形 $FBCA$ は本当に長方形になるのか」考えてみるように促してみたが、しばらくの間、友達同士で話し合っていたものの、残念ながら時間が足らなく結論には至らなかったようだった。



④まとめ

本時の授業では、③に述べたような「エ 友達との話し合い活動」の後、「オ わかったことの発表」をしたところまでで終了時間になってしまった。本来の授業計画では、この後「カ 直角三角形の合同条件を利用した証明問題解決」を行う予定であったが、オの生徒の発表をもとに教師が「直角三角形の合同条件」を示すことで本時のまとめとした。ここで、コミュニケーション活動に焦点を当てて、この授業について振り返ってみることとする。

まず、「ア 問題場面提示」から「イ コミュニケーションによる課題設定」までの活動を通して、生徒は既習事項の確認をしながら、与えられた場面を既習のものと、まだ明らかでないもの、すなわちこれから本時の課題として解決していくべきものとのふり分けができていたように思われる。数学を好きな生徒は、既習の考えをもとにして意欲的にひとつひとつの場面について考察することができるが、数学を苦手としている生徒の多くは、どこから考え始めたらよいのかわからずに思考が止まってしまう。コミュニケーションによる課題設定の場面があることで、数学を好きな生徒は自分の考えを友達に伝え、相手が受け入れてくれることで満足感や自信を得ることができ、その一方で数学を苦手としている生徒は、友達の考えを聞くことで煩雑な場面をひとつひとつ整理しながら、本時の課題に迫っていくことができていたように思われる。

次に、「エ 友達との話し合い活動」についてであるが、友達と関わる場面を設定したことで、任意小集団の中ではあるが、数学の好きな生徒や得意としている生徒にとっては、自分の考えを相手に伝え、共有し合い、よりよいものに高め、新たな考えに発展させることができていたように思われる。その一方で、数学を苦手としている生徒は、友達の考えに触れることで、自分の考えを整理・確認し、少しずつでも自分の考えに自信を持つことができていたのではないだろうか。残念ながら、本時の授業では時間が足りなくなってしまう、話し合い活動で出された生徒の考えを、全体で取り上げて検討し深く追究するには至らなかった。時間があれば、③で記したような、「斜辺を合わせて長方形をつくる」という考えを取り上げて、発想のすばらしさを共有するとともに、その考えについて根拠を明確にできるのかどうか検討することで、考える力をさらに伸ばすことにもつなげられると思われる。こうした反省を含めて、数学の授業において、友達と関わる場面を設定してコミュニケーション活動していくことの必要性を感じさせる授業であった。

5 おわりに

3年計画で行われてきた「生きる力」を育成するための授業改善の研究も最終年度を迎え、今までの研究の成果や今後の課題を知るため、また我々授業者の反省の意味も含めて、数学の授業に関する意識調査を実施した。その結果として、数学の授業におけるコミュニケーション活動が、生徒の「考える力」を育てるための大きな役割を担っていることが明らかになった。今後は、今まで以上にコミュニケーションに焦点を当てた授業を実践していくことが必要であると考えている。

そこで、今まで我々は、授業におけるコミュニケーションというものをどのように考え、どのように活動をしたのか、あるいはさせてきたのかを振り返ってみた。その有効性は、授業を活発にしていく上で明確である。今後は、効果的なコミュニケーション活動をする

ための手だてはどんなことであるのかを、研究していくことが必要である。今考えているものとしては、課題検討場面で友達との関わりが深まるような題材選びや、多種多様な考え方を引き出せるような魅力的な題材・教材を開発していくことである。さらに、より充実した小集団活動にするためには、自分と同じ考えをしている生徒や、別の解決方法をしている生徒は誰なのかなど、他の生徒の状況がわかるような手だてを考えていくことも必要になってくると思われる。また、課題追究における自分の考えや、課題検討場面での友達の考えを記入し、考察できるようなワークシートを開発することも考えられる。こうしたワークシートがあることで、小集団活動が活発になり、その後の発表場面では自信をもって集団の中で表現することにもつなげられるのではないだろうか。今後、コミュニケーションのスキル等とも照らしながら実際の場面でいろいろな手だてを講じて行きたいと考えている。

【主な参考文献】

- ・ CRECER 『中学校数学科教育実践講座』
第 1 巻 時代の変革を見通した新しい数学教育の課題
第 10 巻 新しい学力観のもとでの数学科の指導方法
中学校数学科教育実践講座刊行会編集 (株)ニチブン 1995年
- ・ コミュニケーションで創る新しい算数学習
古藤 怜・新潟算数教育研究会著 東洋館出版社 1998年
- ・ 数学的コミュニケーション能力の育成 金本良通著 明治図書 1998年