

**「考える力」を育てる指導の在り方**

－授業におけるコミュニケーション活動を通して－

齊藤雄輔 酒井功夫 植木恵美 生井美保

**1 題材設定の理由**

本校数学科では、昨年度より共同研のテーマである「コミュニケーションする力」に焦点をあてつつ、確かな学力の一つである「考える力」の育成のための研究を行っている。まずは、算数・数学の世界的な動向を把握した上で、本校としての実態を見つめ直し、かつ「学ぶ楽しさを実感できる授業への改善とその評価」についての前研究を受け、「考える力」の育成に必要な不可欠である「授業をわかるようにするにはどうしたらよいか」ということからの出発となった。

(1) 国際数学・理科教育動向調査2003（TIMSS2003）より

2004年12月14日に、国際教育到達度評価学会（IEA）から国際数学・理科教育動向調査の2003年調査（Trends in International Mathematics and science study 2003：略称TIMSS2003）の結果が公表された。TIMSSの目的は、初等中等教育段階における児童・生徒の算数・数学及び理科の教育到達度を国際的な尺度によって測定し、児童・生徒の学習環境条件等の諸要因との関係を、参加国間におけるそれらの違いを利用して組織的に研究することにある。TIMSS2003は、第8学年（中学校2年生）と第4学年（小学校4年生）のそれぞれについて、1995年、1999年、2003年の同学年の比較を行うこと、また、それぞれの学年について調査に参加した各国／地域間での国際比較を行うことを目的として実施された。

それによると、800点満点中、日本の中学2年生の625点以上に達した割合は24%で、シンガポール、台湾、韓国、香港に次いで5番目に高い。また、日本の400点に達した割合は98%であり、得点分布から見ると日本の一定水準に達した生徒の割合は諸外国に比べて極めて高いと言える。しかし、前回の1999年よりも9点、前々回の1995年よりも11点、いずれも低くなっていることや、数学同一問題全79題の平均正答率は前回の1999年よりも4ポイント低くなっていることから、日本の子どもたちの学力が低下傾向にあると言えるのではないかと一部で騒がれた。

次に、「数学に関する設問の結果」（表1）を見ると、「数学の勉強が楽しい」と答えた日本の生徒の割合は9%で、国際平均値の29%をはるかに下回り、国際的に見て低いレベルにある。その他の設問についても同様である。これらのことから、国際的な比較をした場合、日本では数学に対して良い意識を持っている生徒が非常に少ないのではないかと

言える。また、「学校外での一日の時間の過ごし方」（表2）の設問では、「宿題をする時間」や「家の手伝いをする時間」も国際平均値より少ない。なお、日本の子どもたちの結果が国際平均値より多いのはテレビやビデオを見る時間である。こうした生活環境の変化が日本の子どもたちの学力低下の背景にあることは言うまでもない。これらのことを念頭におきつつ、子どもたちが「数学が楽しい、好きである」と思えることがまず必要なことであり、さらに「数学に対して自信がもてる」までに高めていくことが重要であると考えられる。

表1 「数学に関する設問の結果」

質問内容	国際平均値	日 本		
数学の勉強が楽しい	29%	9%		
希望の職業につくために数学でよい点を取る必要がある	73%	47% (2003年)	51% (1999年)	55% (1999年)
数学の勉強への積極性が高い	55%	17%		
数学は得意な教科	54%	39%		
数学の勉強に対する自信がある	40%	17% (46か国中最低)		

表2 「学校外での一日の時間の過ごし方」

質問内容	国際平均値	日 本
宿題をする時間	1.7時間	1.0時間 (46か国中最少)
家の手伝いをする時間	1.3時間	0.6時間
テレビやビデオを見る時間	1.9時間	2.7時間 (46か国中最多)

(2) コミュニケーション活動（話し合い）がねらいとするところ

では、どうしたら「数学が楽しい」と思えるようになるのだろうか。それは、やはり「数学がわかること」に尽きると思う。では、この「わかる授業」とはどのようなものであろうか。本校の実態をみても、実際の授業で生徒が「わかった」と言うとき、「解き方を知って解くことができた」という意味であることがよくある。しかし、それは「解き方を正しく使えた」という程度のことで、「なぜその解き方をするのか」という裏打ちがないことが多い。この場合、後々必要に応じて「学習したこと」が適切に活用されることは期待できない。日頃から、問題解決型の学習展開は定着してきている。しかし、授業の型として形式的に行われているだけで、生徒の思考を深めたり、「考える力」を身につけるまでには至ってはいないということの表れだと思われる。数学の楽しさの本質は、「考える楽しさ」にある。よく知っている問題ならば解けるが、習っていない問題は解けないのではなく、未知の問題でも、「どのようにしたら解決することができるだろうか」と考え、試行錯誤しながらもそれまでの経験（学習）を活かして解決していける力（考える力）を育てることが大切である。そのためには、多様な解決方法を引き出すとともにそれぞれのよさを認めていくことが重要である。その際に、自分一人で考えるのではなく生徒同士や、生徒と教師と一緒に学ぶことを通して、お互いがお互いを刺激し合い、考えを深化させたり、新たな考えを創り出すことに学校における授業の意義があると思われる。そのた

めに、コミュニケーション活動、特に話し合い活動を重視した授業を行うことで数学の楽しさの本質である「考える楽しさ」に迫りたいと考えた。

## 2 研究計画

- 1 平成16年12月～平成17年6月
  - ・数学に関する生徒の意識調査を行うとともに、問題点についての分析をする。
  - ・研究テーマを設定する。
  - ・授業におけるコミュニケーション活動（話し合い）の振り返りと分析をする。
  
- 2 平成17年7月～平成18年6月（今年度発表）
  - ・コミュニケーション活動を活発にするための手だての考察をする。
  - ・「考える力」を育てるために、手だてを講じたコミュニケーション活動の実践をする。
  - ・手だてについて、修正・改善する。
  - ・話し合い活動の形態について、検証する。
  
- 3 平成18年7月～平成19年6月（今年度後半の活動）
  - ・コミュニケーション活動を活性化するための手だてについて検証する。
  - ・「考える力」を育てていくために、コミュニケーション活動が有効であったか、またどのようなコミュニケーションが有効であったかを検証する。
  - ・研究のまとめをする。

## 3 昨年度までの研究の概要

第一に、数学の授業を「子どもたちが発見したり創り出したりする楽しさを味わえる」ようにすることが重要だと考えた。そのためには、授業に主体的に取り組めるようにすることである。つまり、よりよいコミュニケーションをとり、発表や討議の中で自己表現できるようにすることである。もちろん、日頃の授業の中で数学的な活動をする場面としては、一人で自問自答することも重要なことであると考えが、ここでは、コミュニケーションを活用する場面として、問題解決の過程と照らし合わせて、①教師の発問に対して答える場面、②生徒どうしで話し合いをする場面、③授業で発表をする場面の三つの機会について考えることとした。

そこで、まず、授業中の活動や考えについて、生徒の様子を知るためのアンケート調査を2004年12月に実施し、それぞれの調査項目について考察した。その結果、授業におけるコミュニケーション活動が、生徒の「考える力」を育てるための大きな役割を担っていることが明らかとなった。また、単に授業を活発にしていく上でも、コミュニケーション活動が有効であることは明確である。このように、コミュニケーション活動に焦点を当てた授業を考え、実践していくことは「考える力」を育てるためにとても重要なことである。そのためには、コミュニケーション活動が活発なのはどんな状態なのか、つまり、理想とするコミュニケーション活動というものを我々自身が捉えたうえで、効果的なコミ

コミュニケーション活動をするためのより具体的な手だてを考え、検証していくことが必要である。

では、その手だてとはどのようなものであろうか。例えば、課題検討場面で友達との関わりが深まるような題材選びや、多種多様な考え方を引き出せるような魅力的な題材・教材を開発していくことである。さらには、より充実した小集団活動にするために、自分と同じ考えをしている生徒や、別の解決方法をしている生徒は誰なのかなど、他の生徒の状況がわかるようにすることである。また、課題追究における自分の考えや、課題検討場面での友達の考えを記入し、考察できるようなワークシートを開発することも必要である。こうしたワークシートがあることで、小集団活動が活発になり、その後の発表場面では自信をもって集団の中で表現することにもつなげられるのではないだろうかと考えた。

## 4 今年度の研究

### 1 今年度の研究の概要

本校数学科では、前に述べたように、コミュニケーションを活用する場面として、①教師の発問に対して答える場面、②生徒どうして話し合いをする場面、③授業で発表をする場面の三つの機会について考えた。しかし、①の場面は、我々教師の発問の質に左右されるところが大きい。生徒が自分で考えるときに自問しながら進められるように、考え方を示唆するような要素を含めた発問をすることが必要である。本校では、過去の研究において問題解決型の授業展開を図る際の効果的な発問について提案した経緯がある。①の場面については、この効果的な発問を継続していくことを手だてとして実施していくこととし、今後の研究としては、三つの場面の中でも、特に②生徒どうして話し合いをする場合、③授業で発表をする場合の二つに絞り、進めていくこととした。

まず、②の場面においてであるが、生徒どうして話し合いをするために大切なことは、生徒が自分なりの考えをもつことである。考えがもてないことと、解決できないことを同じと考えるのではなく、何がわからないから解決できないのかをわかるようにすることが必要である。そのために、解決できた生徒にヒントカードを作成させ、未解決の生徒が必要に応じてヒントカードから情報を得られるようにした。教師がヒントを与えるのではなく、生徒自身の意志でヒントカードを利用させることで主体的に取り組む姿勢を育てるとともに、自分が何がわかって何がわからないのかをわかるようにさせた上で、話し合いに臨ませたいと考えたものである。また、解決できた生徒にとって、ヒントカードの作成は自分の考えをどう表現したらよいかを考えるあらたな課題とも言える。

また、話し合い活動を活発にさせるために上記の他、次の二つのことを試みた。一つ目としては、あらかじめ答えを与えておいて、なぜそうなるのかを考えさせるというものである。この場合、すでに答えは与えられているので生徒はなぜそうなるのかを、自分なりの理由・根拠を挙げながら考えることができ、その結果、自分なりの考えをもって話し合いに参加することができると考えた。二つめとしては、自己解決の後、話し合い活動を行う前に、一応の解決が見られた生徒に解決内容を板書させる。その後、板書をもとに教師自ら説明をする。その際、具体的な説明をするのではなく、解決の過程で考えさせたいポイントを指し示しながら、「なぜそうなるのか」「これはどのような意味なのか」などと

観点を与えた後、話し合わせるというものである。こうすることで、生徒が考えざるを得ない場面・考えなくなる場面を設定することができる考えた。

次に、③の場面においてであるが、発表に関して次の方法を実践することとした。一つめとしては、解決内容を記したノートやワークシート、黒板の板書をただ読み上げるのではなく、板書や図・表を上手く活用し、「この～」「その～」「あの～」と指し示しながら発表できるようにすることである。例えば、証明問題などで、生徒が「 $AB \parallel CD$ より錯角は等しくなるから $\angle ABC = \angle BCD$ 」というように、等しい角や辺などの等式を読み上げたとしても、聞いている生徒にとってはかえって複雑にしている。それよりは、実際に図を指し示しながら「この辺とこの辺が平行なので、この角とこの角は錯角で等しくなる」というように説明をする方がはるかに理解しやすい。二つめとしては、複数の生徒に同じ説明を繰り返しさせることである。これは、まず、一人の生徒に発表させたあと、その生徒の説明が理解できたかどうか確認し、理解できたという生徒に「〇〇さんの考えは～です」と繰り返し発表させるものである。これを授業で繰り返し実践していくと、「〇〇さんはどのように考えたのだろうか」「自分の考えとの違いは何だろうか」「自分の考えと途中までは同じだけれど、途中から先は違う」といったように、友だちの発表を理解しようとしながら聞こうとする姿勢が身に付いてくる。また、通常は解決できた生徒だけが発表することが大半であるが、友だちの発表を聞いて理解できれば、例え自分では解決できなくても、友だちの考えを復唱することで発言の機会が増えることになる。そうすることが、授業に主体的に取り組む姿勢を育てることにもつながる。また、数学を苦手とする生徒にとっては、友だちの発表を繰り返し聞くことで、解決内容を理解する手助けとなるとも考えている。

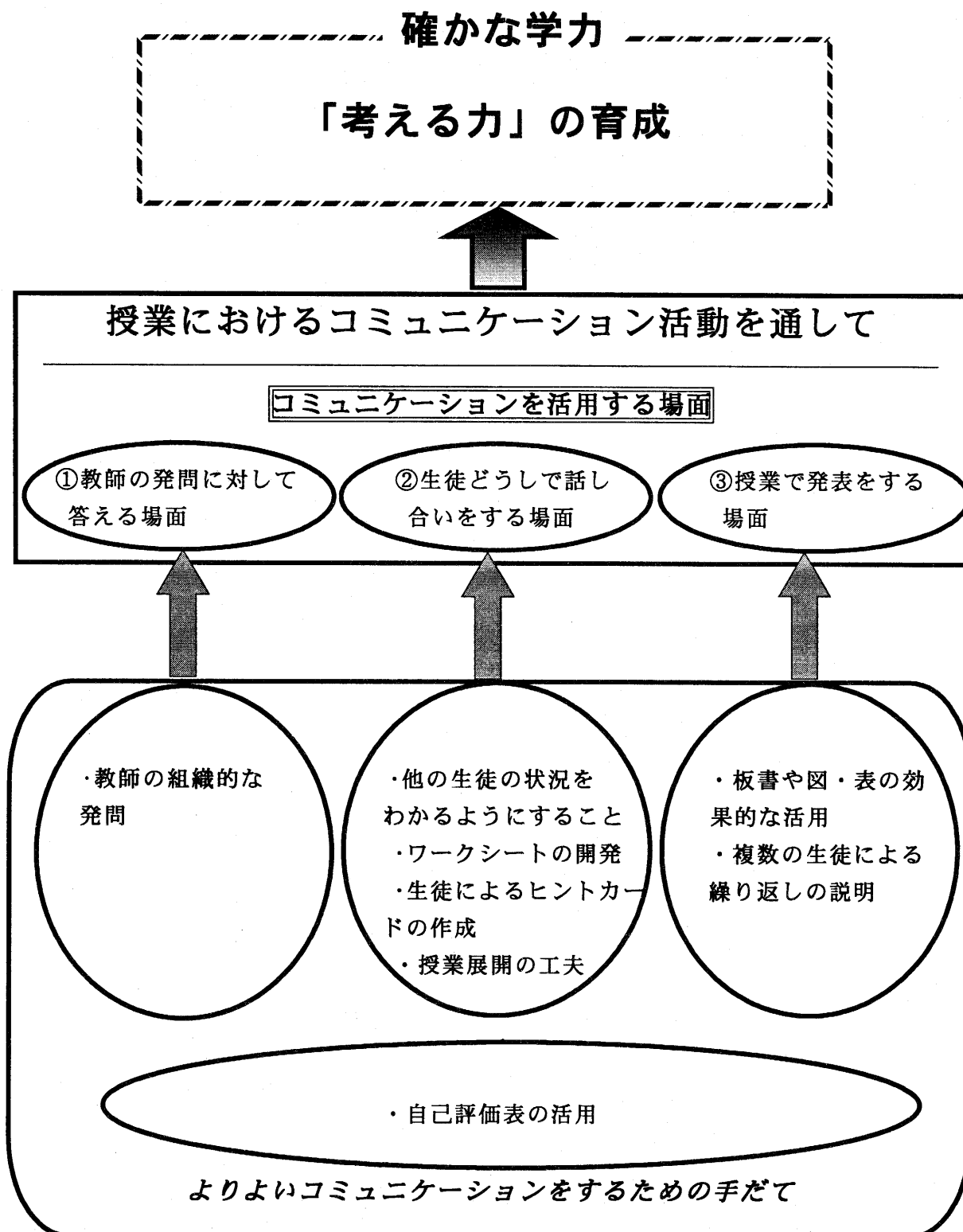
また、単元毎に自己評価表を作成し、活用することとした。「単元の導入」「単元の中頃」「単元のまとめ」の3つの評価場面を設定し、「コミュニケーション活動」について生徒に自己評価させるものである。自己評価表から、「コミュニケーション活動」における個々の生徒の変容を看取るとともに、課題検討場面で友達との関わりが深まるような題材であったか、あるいは、多種多様な考え方を引き出せるような魅力的な題材・教材であったかを判断し、今後の研究に活かしていきたいと考えている。

5章 三角形と四角形、円（総時数19時間）

目標  
1 辺や角、対角線などに着目して図形の性質や条件を調べようとする。また、図形の性質などを調べながら演繹的な推論を身に付けようとしたり、それを用いようとする。  
2 直観や観察などにより図形の性質や条件を思い出すことができる。また、見いだした図形の性質などを演繹的に推論することができる。  
3 見いだした性質や推論の過程を、数学的な用語や記号などを用いて論理的に整理立てて説明したり、簡潔に分かりやすく書いたりすることができる。また、図形の性質などを用いて角度を求めたり、多角形の作図をしたりすることができる。  
4 図形の性質の考察における数学的な推論の意義と方法を理解するとともに、三角形や平行四角形、円などの基本的な平面図形に関する性質や条件を理解できる。

月 日	学 習 活 動	自己評価及び感想	コミュニケーション活動について
	<p>問題場面 二等辺三角形とは、どんな三角形なのだろうか。</p> <p>課 題 二等辺三角形の2つの底角は等しいことを証明しよう。</p> <p>・二等辺三角形の性質を見つける。 ・二等辺三角形の性質（2つの底角が等しいこと、頂角の二等分線が底辺を垂直に二等分すること）を定理として理解する。</p>		
	<p>問題場面 平行四角形とは、どんな四角形なのだろうか。</p> <p>課 題 平行四角形の3つの性質を証明してみよう。</p> <p>①2組の対辺はそれぞれ等しい ②2組の対角はそれぞれ等しい ③2つの対角線はそれぞれの中点を交わる</p> <p>・平行四角形の性質を見つける。 ・平行四角形の性質を定理として理解する。</p>		
	<p>問題場面 1つの弧に対する円周角と中心角の関係はどうなっているのだろうか。</p> <p>・円周角と中心角の関係を予想する。 ・円周角と中心角の位置関係についての場合分けを考える。</p> <p>課 題 1つの弧に対する円周角と中心角の関係は1:2となっていることを証明しよう。</p> <p>・それぞれの場面の証明をし、定理としてまとめる。</p>		

自己評価表の例



### 3 コミュニケーション活動を取り入れた授業実践例

話し合い活動を授業で取り入れる場合、授業者としていつも悩むことは、どのようなグループで話し合いをさせたら良いのか、あるいは、ここで本当に話し合い活動が必要なのか、といったことである。一般的に授業者が、話し合い活動の必要性を感じ、授業の中に取り入れた場合、その形態として考えられるのは、誰とでも自由に相談できる任意小集団か生活班のように意図的にグループを構成する固定小集団かのどちらかである。そこで、一つ目の例としては、課題によって話し合いの形態を変えた時に生徒の反応がどうなのかを知るために、実験的に試みた授業を紹介する。次に二つめの実践例としては、前に提案したように話し合い活動の活発化のために自分の考えをもてるように手だてを講じた授業や話し合いの観点を明確にするために手だてを講じた授業を紹介する。

#### (1) 中学校2学年「三角形と四角形、円」の授業を通して

この単元は二等辺三角形、平行四辺形、円周角を中心に、それぞれの図形の性質から定理を導きだし、その定理を利用して問題解決をするという流れが繰り返される。それぞれの図形の定義から性質を予想し、定理を証明する段階では、図に補助線を入れたり、場合分けをしてから考えなければならないことが多い。そこで、定理の証明について、コミュニケーション活動（話し合い）を取り入れた授業を行い、いろいろな考え方に触れさせながら理解を深めさせようとした。また、コミュニケーション活動の形態を変え、生徒の活動の様子がどのように変わっていくのかを確かめた。そして、授業の最後には自己評価表を用い、コミュニケーション活動についての感想を自由に記入させた。

定理の証明については、次の三つについて行った。

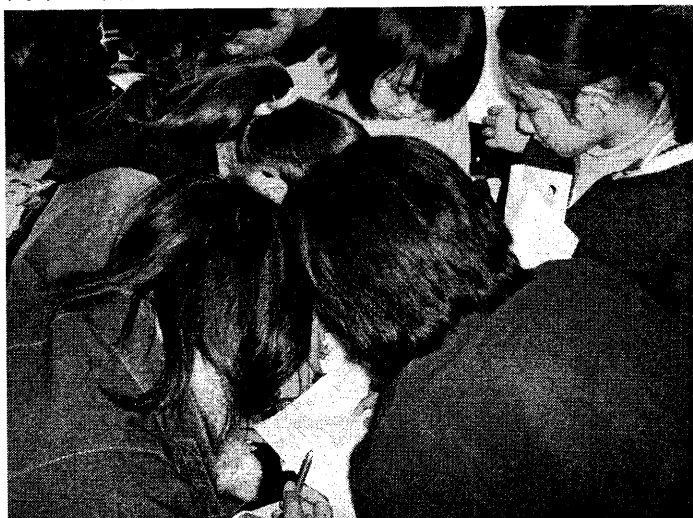
- ア 二等辺三角形の定理 「底角は等しい」  
「頂角の二等分線は底角を垂直に2等分する」
- イ 平行四辺形の定理 「2組の対辺はそれぞれ等しい」  
「2組の対角はそれぞれ等しい」  
「対角線はそれぞれの中点で交わる」
- ウ 円周角の定理 「1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの $1/2$ である」  
「同じ弧に対する円周角の大きさはすべて等しい」

コミュニケーション活動の形態については、次のようにした。

アの証明・・・任意小集団によるコミュニケーション活動

イの証明・・・固定（昼食のグループ）集団によるコミュニケーション活動

ウの証明・・・コミュニケーションをとらない（個別解決）活動



月 日	学 習 活 動	自己評価及び感想	コミュニケーション活動について
12/9	問題場面 二等辺三角形とは、どんな三角形なのだろうか。 課 題 二等辺三角形の2つの底角は等しいことを証明しよう。 ・二等辺三角形の性質を見つける。 ・二等辺三角形の性質（2つの底角が等しいこと、頂角の二等分線が底辺を垂直に二等分すること）を定理として理解する。	定義と定理の違いがわからず、 定義は覚えておかないと定理を 別がわからなくてしょう。	私は中点をとって頂角の二等 分線を書いてみる人が多かった (この問題でも2通りのやり方が ありました)

二等辺三角形

①定義... 2辺の長さが等しい三角形

△ABCの∠Aから二等分線を引き、辺BCとその線の交点をDとする。  
 △ABD≡△ACDにおいて  
 AB=AC (①(仮定))  
 AD=AD (共通)  
 ∠BAD=∠CAD (①(仮定))  
 ①、②より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので  
 △ABD≡△ACD  
 合同な図形の対応する角は等しいので  
 ∠B=∠C → 底角は等しい

定理... 定義を基に証明して明らかになること

アの証明では、 $\triangle ABC$  ( $\angle A$ が頂角)の $\angle A$ の二等分線またはBCの中点とAを結ぶ線分を補助線として引かなければならないので、それを発見できない生徒にとっては時間ばかりが過ぎていくこととなった。数分間の個別解決の後、任意小集団によるコミュニケーション活動をさせたところ、補助線の引き方や、証明の方法について話し合いをし、多くの生徒が解決できた。解決できた生徒には他の解決方法がないか確認するように指示をし、時間をもてあまさないように配慮した。最後に代表生徒に板書させ、全員で確認をした。

12/21 (7k)	問題場面 平行四辺形とは、どんな四角形なのだろうか。 課 題 平行四辺形の3つの性質を証明してみよう。 ① 2組の対辺はそれぞれ等しい ② 2組の対角はそれぞれ等しい ③ 2つの対角線はそれぞれの中点で交わる ・平行四辺形の性質を見つける。 ・平行四辺形の性質を定理として理解する。	2つの証明のカタチなやり方が、友達の説明を聞いて命が良かった。	3つの証明の仕方を命がいて考えられたところが良かった。
---------------	---	---------------------------------	-----------------------------

12/21 平行四辺形

① 2組の対辺はそれぞれ等しい  
 ② 2組の対角はそれぞれ等しい  
 ③ 2つの対角線はそれぞれの中点で交わる

定義... 2組の対辺がそれぞれ平行な四角形

定理 (1) 2組の対辺はそれぞれ等しい  
 (2) 2組の対角はそれぞれ等しい  
 (3) 2つの対角線はそれぞれの中点で交わる

(1) BDを結ぶ  
 $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ において  
 $AB//DC$ ,  $AD//BC$  (定義)  
 $\angle ABD = \angle CDB$  (平行線の錯角) ①  
 $\angle ADB = \angle CBD$  ( ) ②  
 $BD = DB$  (共通) ③  
 ①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので  
 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$   
 ①より  $AB = CD$ ,  $AD = CB$  2組の対辺はそれぞれ等しい。

(2) 対角線AC, BDを結ぶ、交点をOとする  
 $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ において  
 $AB//DC$ ,  $AD//BC$  (定義)  
 $\angle DAO = \angle BCO$  (平行線の錯角) ①  
 $\angle ADO = \angle CBO$  ( ) ②  
 $AO = BO$  (共通) ③  
 ①、②、③より、2組の対角の角がそれぞれ等しいので  
 $\triangle AOD \equiv \triangle COB$  ①より  $AO = CO$ ,  $DO = BO$

イの証明では、三つの定理について予想させた後、個別解決の時間はとらずに、固定小集団(5人)を作らせた。任意小集団と同様に、分からないところについて情報交換している班もあれば、3つの証明を完全に分担していた班もあった。アの証明で学んだことをいかし、補助線を引いたり、三角形の合同の証明への見通しを立てるのに時間はかからなかった。生徒にとっては、「2組の対角はそれぞれ等しい」の証明が困難だったようで、全員が解決の見通しを立てられない班もあった。この証明については解決に至った生徒に板書をさせ、その後教師自身がていねいに説明を加えた。



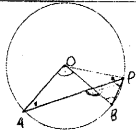
2/1	<p>問題場面 1つの弧に対する円周角と中心角の関係はどうなっているのだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・円周角と中心角の関係を予想する。</li> <li>・円周角と中心角の位置関係についての場合分けを考える。</li> </ul> <p>課題 1つの弧に対する円周角と中心角の関係は1:2となっていることを証明しよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・それぞれの場面の証明をし、定理としてまとめる。</li> </ul>	<p>3つ目の証明を少し考えたかった。</p>	<p>コミュニケーションをヒトしないで、授業を進めると一人で集中することはできるが、まったくゆかりがないものは簡単に決まれない。</p>
-----	--	-------------------------	--

5-12 円周角① A

1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの2分の1である

証明

$P, O$ を通り直線を引き、 $AB$ との交点を $Q$ とせ  
 $\triangle POB$ と $\triangle POA$ において、円の半径は等しいから  
 $2B$ が等しい三角形だから、二等辺三角形①  
 $\angle QOB$ は $\angle POB$ の外角だから、①より $\angle OPB = \angle OBP$   
 $\angle QOA$ も同様だから、 $\angle POA$ の外角だから①より $\angle OPA = \angle OAP$   
 $\angle AOB = \angle QOB + \angle QOA$   
 $\angle AOB = \angle OPB + \angle OBP + \angle OPA + \angle OAP$   
 $\angle AOB = 2\angle OPB + 2\angle OPA$   
 $\angle AOB = 2\angle APB$  したがって  $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$



$OP$ と $OA$ は円の半径だから等しいから  
 $\triangle OPA$ は二等辺三角形①  
 $\angle AOB$ は $\angle APO + \angle PAO$   
 ①より $\angle APO = \angle PAO$ だから  
 $\angle AOB = 2\angle APO$  したがって  
 $\angle APO = \frac{1}{2}\angle AOB$

ウの証明では、最初に三つの図の場合分けについて全員で話し合いをし、それぞれの図をワークシートの円の中にかかせた。次に、この証明はコミュニケーション活動をしなくて、個別解決のみで行うことを指示し、証明が複雑になった場合には、記号などを上手に使い、筋道を立てる上で大切な部分だけ書くように助言した。コミュニケーション活動を行っている普段の授業は、和やかな雰囲気だが、この授業はとても緊張感があり、証明を開始してから15分は全員が集中していた。しかし、多くの生徒は、左図の3番目の証明しかできず、次第にあきらめてしまう生徒が増えていった。そこで、左図の1番目の証明について、補助線をヒントとして与えたところ、図を見ただけで解決できた生徒もいたようで、授業の雰囲気が明るくなった。左図の2番目の証明についてはこの時間内には扱わなかった。

月日	学習活動	自己評価及び感想	コミュニケーション活動について
12/9	<p>問題場面 二等辺三角形とは、どんな三角形なのだろうか。</p> <p>課題 二等辺三角形の2つの底角は等しいことを証明しよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・二等辺三角形の性質を見つける。</li> <li>・二等辺三角形の性質(2つの底角が等しいこと、頂角の二等分線が底辺を垂直に二等分すること)を定理として理解する。</li> </ul>	<p>一生懸命取り組めた。定義と定理の違いがわからなかった。早く理解できるようにしたい。</p>	<p>みんなの考え方がバラバラで、みんな意見を出して、証明のやり方が2つあった。</p>
12/21	<p>問題場面 平行四辺形とは、どんな四角形なのだろうか。</p> <p>課題 平行四辺形の3つの性質を証明してみよう。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>① 2組の対辺はそれぞれ等しい</li> <li>② 2組の対角はそれぞれ等しい</li> <li>③ 2組の対角線はそれぞれの中点で交わる</li> </ol> <ul style="list-style-type: none"> <li>・平行四辺形の性質を見つける。</li> <li>・平行四辺形の性質を定理として理解する。</li> </ul>	<p>平行四辺形でも、三角形の合同条件や、平行線の性質を使ったことから、基本は大切だと思った。</p>	<p>班長の人と話をしていると、意見が聞きにくかった。でも、自由にやり取りして、みんな意見を言ってくれた。意見を出しやすかった。</p>
2/1	<p>問題場面 1つの弧に対する円周角と中心角の関係はどうなっているのだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・円周角と中心角の関係を予想する。</li> <li>・円周角と中心角の位置関係についての場合分けを考える。</li> </ul> <p>課題 1つの弧に対する円周角と中心角の関係は1:2となっていることを証明しよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・それぞれの場面の証明をし、定理としてまとめる。</li> </ul>	<p>円周角の性質について理解できた。これから、今後のような証明に力をつけていこうと思う。</p>	<p>私的には今日の授業の方が、質問が良かったと思う。又、集中できるし、自分でも考える力がつくから、教えてくれる時間が長い方がいいと思った。</p>

単元の最後に任意小集団の活動と、固定小集団の活動についてどちらが課題解決のために効果的であったかをアンケート調査した。標本数は2学年の生徒76人で、次がその結果である。

(7) 任意小集団が効果的である 37人 (イ) 固定小集団が効果的である 39人  
 アンケートの結果と自己評価表から、

(7) 任意小集団によるコミュニケーション活動

○長所

- ・自由な雰囲気での話し合いができる。
- ・無理してコミュニケーションをとらなくてもよい。

●短所

- ・うるさくなってしまう。

(イ) 固定小集団によるコミュニケーション活動

○長所

- ・分担作業がしやすい。
- ・いつも(任意小集団)と違う人と話し合える。

●短所

- ・1人に任せてしまう。
- ・話しにくい。

生徒はそれぞれのコミュニケーション活動の長所と短所をある程度分かっていて、どちらが効果的か調査をしたときも、状況によって違うと考えていた生徒が多かった。コミュニケーション活動をしない授業については、集中した時間も必要だが、分からないときに思考が止まってしまうのでつらいという意見が多かった。

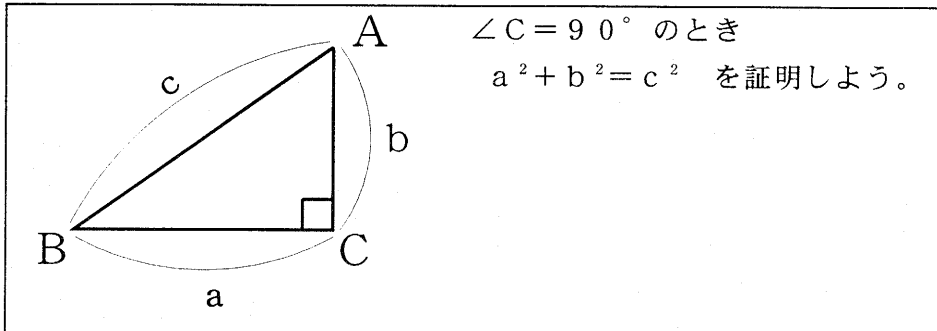
学習内容や生徒の実態に合わせて、効果的にコミュニケーション活動を取り入れていくことが重要であると感じた。

(2) 中学校3学年「三平方の定理」の授業を通して

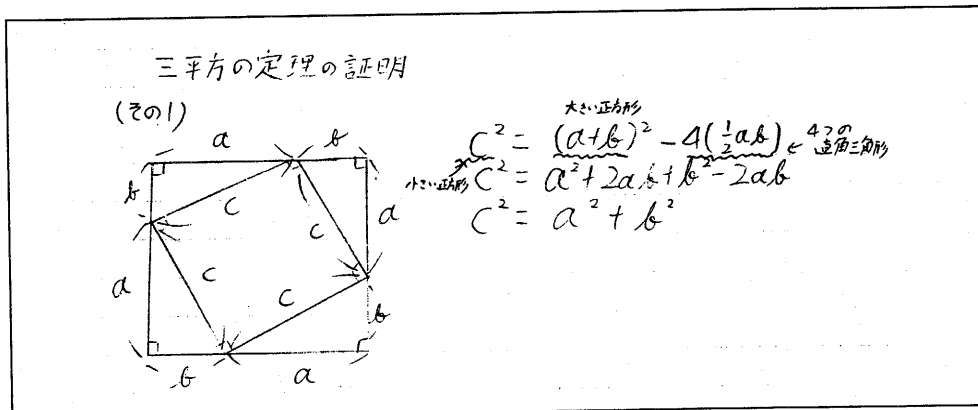
本校の問題解決型学習の一般的なスタイルは、問題場面把握→課題設定→自己追究→小集団による話し合い→発表・まとめ→発展といった流れになっている。このとき、多様な解決方法が考えられる場合や課題が面白く興味・関心の高まるような場合は、話し合い活動が活発となり、一人一人の課題解決に向けた理解も深まってくる。しかし、課題が難しいような場合は、自分の考えもてない生徒が多く活発に話し合う姿が見られない。

そこで、ここでは「三平方の定理」の単元において、自分の考えがもてるようにし、話し合い活動が活発に展開した二つの例について述べる。

① 「三平方の定理の証明」の授業



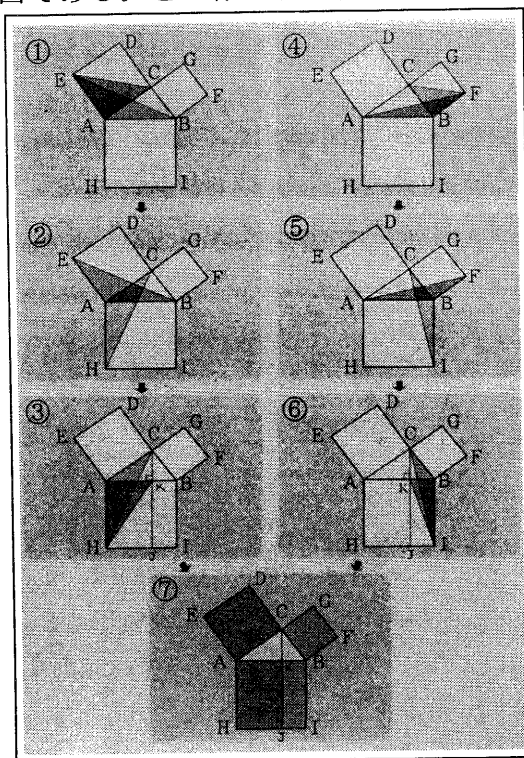
三平方の定理は、多様な証明方法があることで知られている。そこで、上記の課題を提示したあとで、教師自らが色板を使い、 $a^2 + b^2 = c^2$  を単に数式だけの等号関係として理解させるのではなく、直角三角形の各辺を1辺とする正方形の面積関係でとらえさせた。その後生徒自らが「他の証明方法をしてみよう。」と投げかけたところ、生徒の一部は次のように数式を使った証明法をしていた。



自己追究の後、それぞれの解決法について任意小グループで話し合いの時間を設けた。そうしたところ、証明のできていた生徒は、話し合いに自信をもって参加できているようであったが、証明のできていない生徒の多くは、分からない点を聞くといった姿勢があまり見られなかった。

そこで、多くの生徒が参加して、三平方の定理についてもっと理解が深まるようにしたいと考え、次のような証明法で考えさせた。

まず、以下のような図が描かれたプリントを配り、「これは、三平方の定理を証明した図である。どのような意味なのかを言葉で説明してみよう。」といった課題を提示した。



全く何もないところから、「別の方法で証明しなさい」としたのではなく、三平方の定理の等積変形による証明方法を図によって示したことにより、結果的に答が与えられ、そこから自分なりに考えさせることになったため、ほとんどの生徒は自信をもって取り組み、何とかして自分なりの説明をまとめようとする姿が見受けられた。

今までの数学では、いろいろな手法で答を求めさせる活動がほとんどであった。前にも述べたように、答が見つからなかった生徒は話し合い活動をして積極的に参加できなかった。しかし、今回のように最初にこれが答だよといって与え、そこからどうしてこの様になるのだろうといった具合に、その過程を重んじるようにするとどんな生徒でも自分なりに考えようとする姿勢をもつことがわかった。

② 「三平方の定理の利用」の授業

○(0, 0), A(2, 4), B(6, -3)の3点を結んだ△OABはどんな三角形か？

このような問題を与えて、自己追究に取り組ませた。この問題では、実際に座標を使い、図に表せることから、直角三角形になることが容易に予想できた。その結果、ほとんどの生徒は何とかして直角三角形になることを説明しようとしていた。

いつもならば、ここで話し合い活動を行わせその解決方法を確認させるわけだが、この授業では、一応の解決が見られた生徒を指名し、板書させてしまった。

<p>(作業) <math>AO \rightarrow \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}</math>  <math>AB \rightarrow \sqrt{(6-2)^2 + (4-(-2))^2} = \sqrt{65}</math>  <math>BO \rightarrow \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40}</math>  <math>(\sqrt{65})^2 = (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{40})^2</math>  <math>65 = 20 + 45</math>  <math>AB^2 = AO^2 + BO^2</math></p> <p style="text-align: center;">直角三角形</p> <p style="text-align: center;"><math>a^2 + b^2 = c^2</math>  <math>OK C \quad C = \sqrt{a^2 + b^2}</math></p>	<p>(題内) <math>AO \quad y=2x \quad OB \quad y=6x</math>  <math>a=2 \quad x=-\frac{1}{2}</math>  <math>y=2x \quad y=-\frac{1}{2}x</math></p> <p><math>-\frac{1}{2} \times 2 = -1</math> よって <math>\triangle OAB</math> は  <u>直角三角形</u></p>
---	--

その後、生徒に説明をさせることもしないで、授業者自身で説明していった。しかし、具体的な説明を加えるのではなく、 $\sqrt{(6-2)^2 + \{4 - (-2)\}^2}$ は何を意味しているのだろうかとか、 $-1/2 \times 2 = -1$ はどんな意味があり、なぜ直角三角形といえるのかなどと観点を与えた。こうすることにより、生徒には問いが生まれ、話し合い活動が深まるものとなった。

このように、単に解き方を吟味するのではなく、授業者の発問によって不安定な状況をつくり出し、問いを発生させたことは、話し合い活動を活発にさせ、座標から2点間の距離を求める公式 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ や2直線の傾き同士をかけ算して-1になる場合は垂直に交わるということを確認できた。

## 5 成果と課題

今年度は、話し合い活動と発表活動に重点をおき、それぞれの活動を効果的にするにはどうしたらよいかを考えた授業を組み立ててきた。本稿では、話し合いの形態や話し合い活動を活発にする手だてについての実践例を紹介した。そこで明らかになったこととして次のことがあげられる。

話し合いの形態については、任意小集団や固定小集団によるものとどちらが良いのかということではなく、その授業内容を授業者が見極め、それに応じた形態をとっていくことが大切であるということがわかった。

話し合いを活発にする手だてについては、課題追究の前に答を与えることによって自分の考えをもてるようにしたり、教師が説明していく上で観点を与えることによって話し合いのポイントを明確にしたりする方法を提案した。これについては、その課題によるところが大きいことがわかった。つまり、多様な方法で解決ができるような課題についてはとても有効であったが、解決法が1つしかない課題については、その後の発展のさせ方に工夫を凝らすことが必要であった。このことから課題の重要性を改めて感じ、教材研究を十分にしていかなければいけないと思った。

今後は、話し合い活動を活発にしていくことが本当に「考える力」を高めていくことにつながるのかを検証していくことと、話し合い活動以外の数学科におけるコミュニケーションについて研究を深めていくことが必要であると考えている。